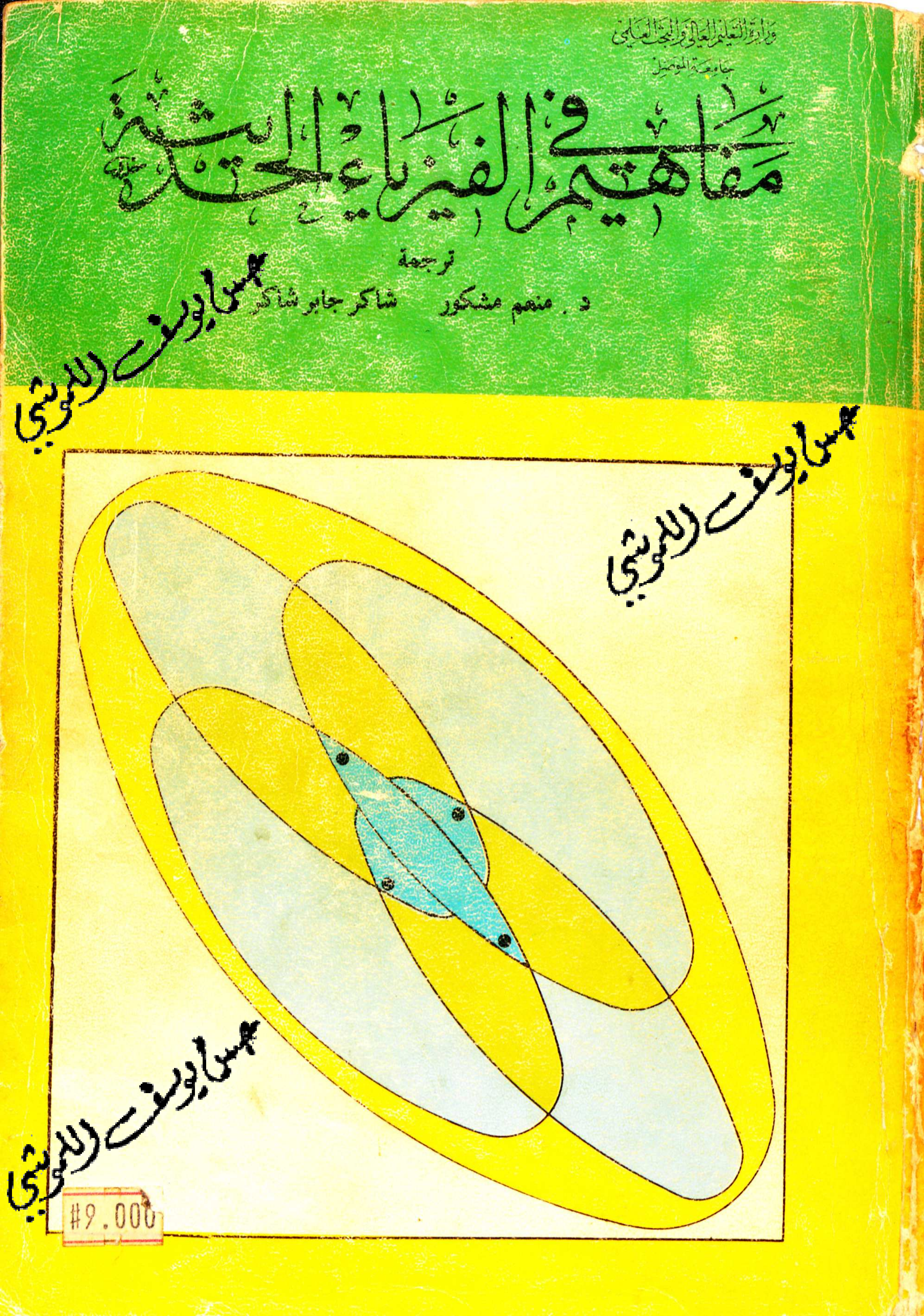

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة الموصل
مفاهيم في الفيزياء الحديثة
ترجمة
د. منعم مشكور   شاكر جابر شاكر

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة الموصل

مفاهيم في الفيزياء الحديثة

تأليف آرثر بايزر

ترجمة

الدكتور منعم مشكور

أستاذ مساعد كلية العلوم

جامعة الموصل

السيد شاكر جابر شاكر

مدرس مساعد كلية العلوم

جامعة الموصل

CONCEPTS OF MODERN PHYSICS
Second Edition

Arthur Beiser

INTERNATIONAL STUDENT EDITION

McGRAW-HILL KOGAKUSHA, LTD.

Tokyo Düsseldorf Johannesburg London Mexico
New Delhi Panama Rio de Janeiro Singapore Sydney

المحتويات

المقدمة

في النية استخدام هذا الكتاب لفصل دراسي واحد في الفيزياء الحديثة . فهم الكتاب يتطلب مباديء أولية فقط في الفيزياء الكلاسيكية ورياضيات التفاضل والتكامل . في البداية سوف يتم معالجة النظرية النسبية والكميّة لتمكن الطالبَ من فهم الفيزياء الذرية والنووية . يتبع ذلك مناقشة لصفات الذرات المتجمعة . وأخيراً ندرس نوى الذرات ثم الجسيمات الاولية .

الميزان هنا ، وعن عمد ، يميل اكثر نحو المفاهيم الاساسية بدلا من الطرق التجريبية والتطبيقات العملية. ذلك لأني أعتقد ان الطالب المبتدىء في الفيزياء الحديثة يحتاج الى الهيكل العام للمفاهيم اكثر من التفاصيل الدقيقة للاشياء . لكن جميع النظريات الفيزياوية تبقى او تزول بحديّة التجارب ، لذافقد أوردنا عدداً من الاشتقاقات المطولة لكي توضحّ بصورة دقيقة كيف ان فكرة مجردة يمكن ان تقارن مع قياسات حقيقية . ومن المحتمل أن عدداً كبيرمن المدرسين يفضلون أن لايجعلوا طلابهم مسؤولين عن هذه الاشتقاقات المعقدة نسبياً (على الرغم من انها ليست معقدة جدا رياضيا) . لذا فقد أشرت بعلامة نجمة (*) لتلك البنود التي يمكن التنبيه عليها بلطف من دون خسارة في الاستمرارية . والمسائل التي تعتمدعلى هذه البنود كذلك مؤشرة بنجوم . وبطبيعة الحال حذوفات اخرى ممكنة أيضا ، كالنسبية مثلاً فمن الممكن ان يكون الطالب قد تعرض اليها مسبقا . كذلك يمكن حذف الجزء الثالث بكامله اذا كان فحواه ضمن منهج دراسات تابعة . لذلك هناك مجال واسع للمدرس ان يختار البرنامج الذي يبغيه فيما اذا كان مجرد مطالعة عامة اودراسات عميقة في بعض المواضيع ويستطيع كذلك ان يختار المستوى المناسب لطلابه .

صيغة موسعّة لهذا الكتاب الذي لايحتاج ايضا الى استعداد لرياضيات أعلى هوكتابي «جبهات الفيزياء الحديثة» " Perspectives of Modern Physics " . هذا الكتاب يعتبر متقدما ضمن سلسلة كتب الفيزياء الحديثة . هناك بطبيعة الحال كتب اخرى متقدمة تحوي بصورة مفصلّة مواضيع خاصة في هذا المجال .

عند تحضير هذه الطبعةلـ « مفاهيم في الفيزياء الحديثة » كثيرمن مواضيع الكتاب الاصلي قد أعيدت كتابتها وترتيبها ، بعض المواضيع قدوسعت وبعض المواد حذفت لاهميتها الجانبية . انني ممتن لـ لواي بيرز Y. Beers و تي ساتو T. Satoh لاقتراحاتهما المساعدة بهذا الخصوص .

المؤلف

الفصل الأول

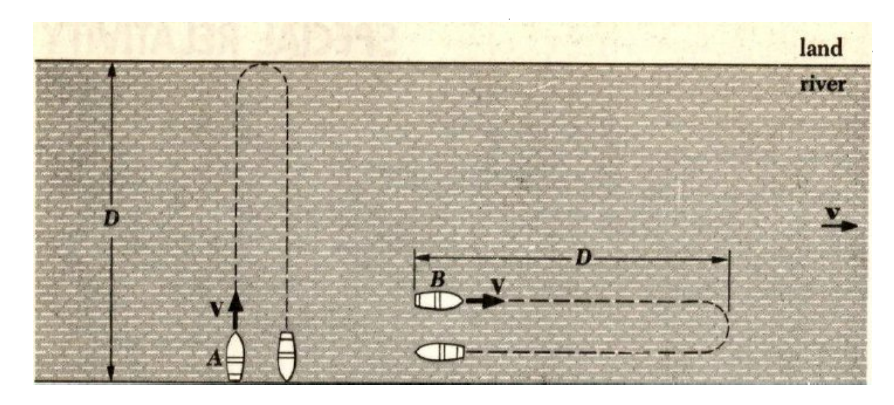
النظرية النسبية الخاصة[1]

دراستنا للفيزياء الحديثة سوف تبدأ بمناقشة النظرية النسبيــة الخاصة special theory of relativity . هذه هي نقطة بداية منطقية ، اذ ان الفيزياء بالنهاية تهتم بالقياسات ، والنسبية تدرس اعتماد نتائج هذه القياسات على المشاهد وماهو تحت المشاهدة . من النظرية النسبية ينتج ميكانيك جديد فيه علاقة وطيدة بين المكان space والزمان time ، وبين الكتلة mass والطاقة energy . وبدون هذه العلاقات لايمكننا فهم الذرة التي هي مركز اهتمام الفيزياء الحديثة .

١ – ١ – تجربة مكلسون ومورلي THE MICHELSON-MORLEY EXPERIMENT

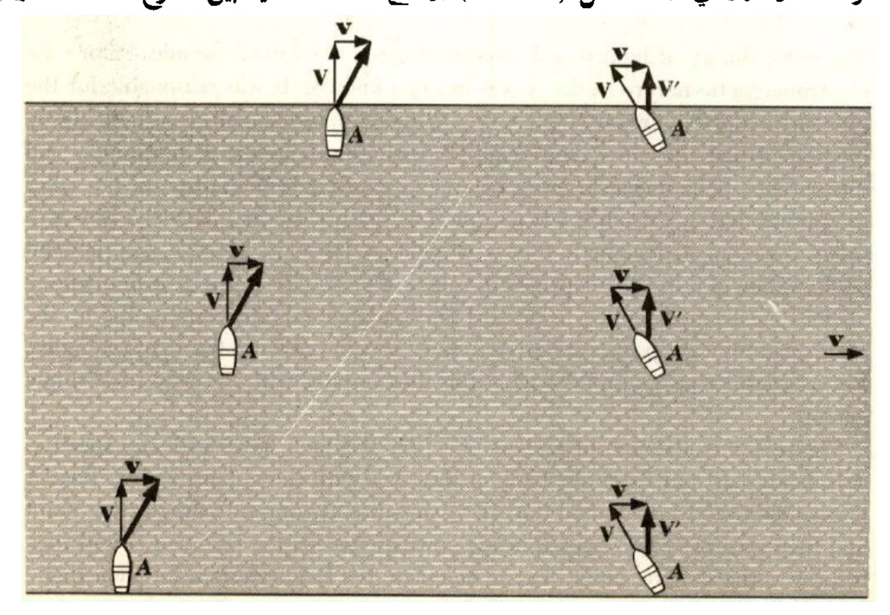
النظرية الموجيّة للضوء wave theory كانت قد وضعت واكمل شكلها عشرات السنين قبل اكتشاف الموجات الكهرومغناطيسية electromagnetic waves . لذا كان من المعقول لروادّ علم البصريات في البداية ان يفهموا الضوء كموجات في وسط مرن ينتشر في كل مكان ، سمي بالاثير *ether* . ان نجاح تفسير ظاهرة الحيود diffraction والتداخل interference للضوء على اساس انه موجات في وسط الاثير ، قد جعل فكرة وجودالاثير مقبولة من دون أية مناقشة . ان اكتشاف ماكسويل Maxwell النظرية الكهرومغناطيسية للضوء في عام 1864 واثباتها العملي من قبل هيرتز Hertz عام 1887 قد جردّت الاثير من معظم صفاته . مع هذا لم يكن هناك أحد مستعد لترك فكرة الاثير باعتباره المرجع الكوني الثابت universal frame of reference. لانتشار الضوء . دعنا نوضحّ بمثال بسيط ماذا سوف ينتج عن هذه النظرية .

الشكل (١–١) يبين نهراً عرضه D وسرعة تياره v . قاربان يبدان من نقطة على احد ضفتي النهر بنفس السرعة V بالنسبة للماء . قارب A يعبر النهر الى نقطة على الضفة الثانية تقابل تماماً نقطة الشروع ، ثم يرجع . على حين يتحرك قارب B باتجاه تيار النهر لمسافة D ثم يرجع الى نقطة شروعه . دعنا نحسب الزمن اللازم لكل من الرحلتين .



الشكل (١-١) : القارب A يتوجه عمود يا على اتجاه النهر ويرجع الى نقطة شروعه . على حين ينحرك القارب B باتجاه التيار لنفس المسافة ثم يرجع .

نبدأ بدراسة القارب A . لو تحرك القارب A عمود يا على تيار النهر . فانه سوف ينحرف بتأثير التيار عن نقطة الهدف في الجهة المقابلة من النهر (الشكل ١-٢ . لذا فإن على القارب أن يتجه بمركبة سرعة ضد تيار الماء كي يعادل تأثير التيار عليه . مركبة سرعة القارب ضد التيار يجب ان تساوي تماما (v-) لكي تعادل سرعة تيار الماء (v) . فبذلك تكون محصلة سرعته عبر النهر هي v′ الشكل (١ - ٢) يوضح العلاقة التالية بين السرع المختلفة :-



الشكل (١-٢) : القارب A يجب أن يتجه بمركبة ضد تيار النهر لكي يعادل تأثير حركة التيار عليه .

$$V^2 = V'^2 + v^2$$

من هذه العلاقة ينتج ان السرعة الحقيقية للقارب عبر النهر هي :

$$V' = \sqrt{V^2 - v^2}$$
$$= V\sqrt{1 - v^2/V^2}$$

والزمن اللازم للذهاب يساوي المسافة D مقسومة على السرعة V'. ولما كان رجوع القارب يتطلب نفس هذا الزمن ، لذا فإن زمن رحلة ذهابه وايابه يساوي ضعف D/V' ، أي :

$$t_A = \frac{2D/V}{\sqrt{1 - v^2/V^2}} \qquad (١ - ١)$$

الحالة للقارب B تختلف نوعا ما عن الحالة السابقة . عندما يتحرك القارب B باتجاه التيار تكون سرعته بالنسبة لضفة النهر هي مجموع سرعته الخاصة V زائداً سرعة التيار v (الشكل ١-٣) . وعليه سوف يستغرق القارب زمنا $D/(V + v)$ في قطع المسافة D باتجاه حركة النهر . عند رجوع القارب الى نقطة الشروع تكون سرعته بالنسبة لضفة النهر $(V - v)$. لذلك فان زمن رجوع القارب يساوي $D/(V - v)$. زمن رحلة ذهابه وايابه يساوي **مجموع** هذين الزمنين ، أي :

$$t_B = \frac{D}{V + v} + \frac{D}{V - v}$$

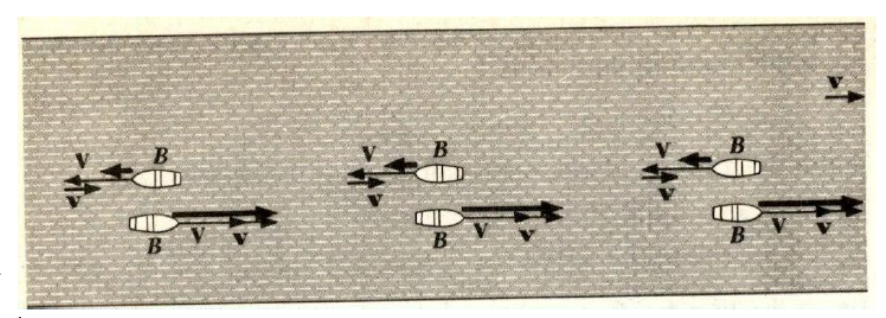
وبتوحيد المقامات ينتج

$$t_B = \frac{D(V - v) + D(V + v)}{(V + v)(V - v)}$$
$$= \frac{2DV}{V^2 - v^2}$$
$$= \frac{2D/V}{1 - v^2/V^2}$$

وهذا الزمن أكبر من t_A زمن رحلة ذهاب واياب القارب A . **نسبة الزمن** t_A t_B

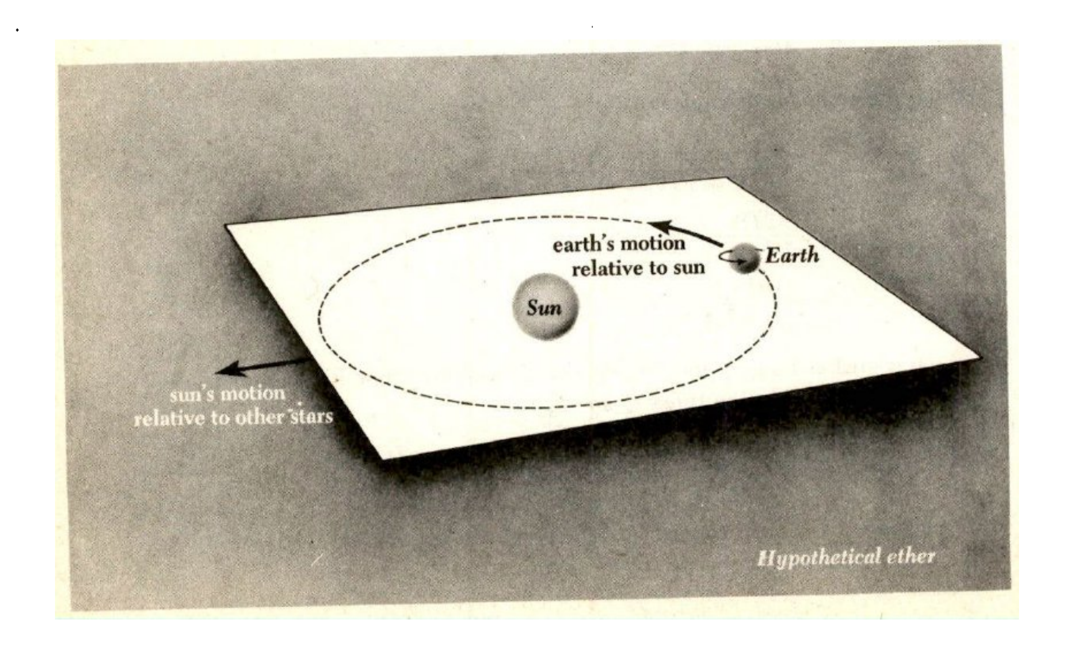
$$\frac{t_A}{t_B} = \sqrt{1 - v^2/V^2} \qquad (٣-١)$$

وعلى ذلك لوعرفنا السرعة V لكل من القاربين بالنسبة للماء والنسبة t_A/t_B ، لأمكننا حساب سرعة التيار v .

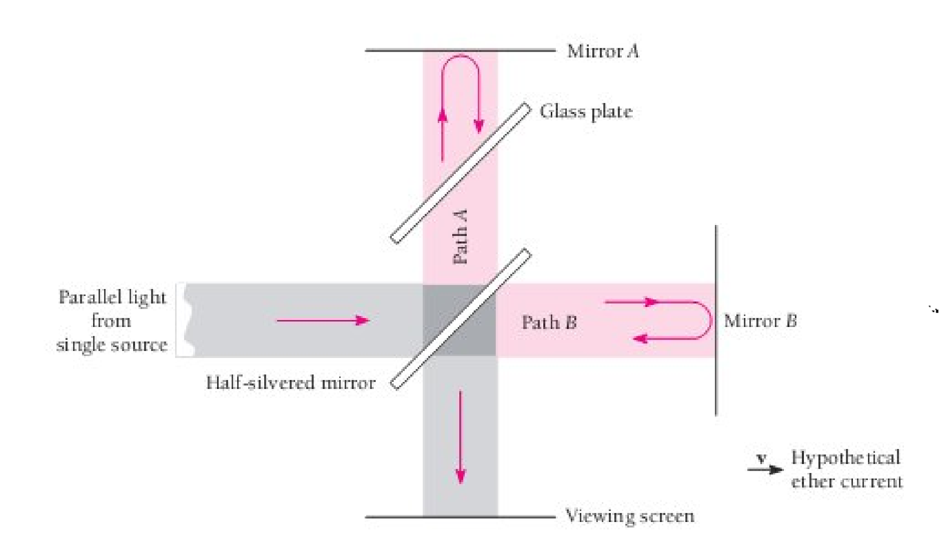


الشكل (١-٣) سرعة القارب B باتجاه حركة التيار بالنسبة لضفة النهر تزداد بمقدار سرعة التيار على حين تقل سرعته عكس التيار بنفس المقدار .

التحليل الذي اتبعناه في هذه المسألة يمكن أيضا أن يستخدم لدراسة انتشار الموجات الضوئية خلال الاثير . فاذا كان هناك فعلا أثير يملأ الفضاء ، فان سرعة حركتنا بالنسبة له تساوي في الاقل 3×10^4 m/s وهذه تمثل سرعة الارض في مدارها حول الشمس . ولوكانت الشمس في حالة حركة ايضا ، لكانت سرعتنا خلال الأثير أكبر من هذه القيمة (الشكل ١-٤) . بالنسبة لمشاهد على الأرض ، يظهر الاثير متحركا باتجاه معاكس لحركة الأرض . ويمكننا التحري عن هذه الحركة باستخدام فكرة المثال السابق بعد تبديل القاربين بحزمتين ضوئيتين متولدتين بواسطة مرآة نصف مطلية half-silvered mirror (الشكل ١-٥) . احدى الحزمتين تتوجه نحو مرآة بمستوى عمودي على اتجاه حركة تيار الاثير المزعوم ، على حين تذهب الحزمة الثانية الى مرآة بمستوى مواز لتيار الاثير . ان ترتيب الجهاز يكون بحيث إن كلاً من الحزمتين ، بعد انعكاسهما من المرآتين ، تصل الى نفس شاشة المراقبة viewing screen . والهدف من وجود الصفيحة الزجاجية glass plate المبينة في الشكل (١-٥) هو جعل الحزمتين تخترقان نفس السمك من طبقات الهواء والزجاج .



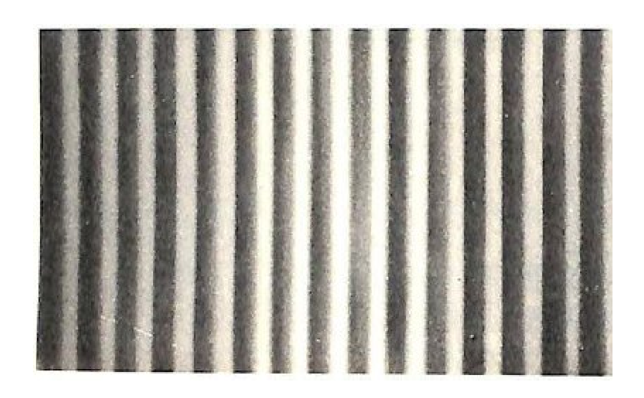
الشكل (١ - ٤) : حركة الارض خلال الاثير المفترض .



الشكل (١ - ٥) : تجربة مكلسون ومورلي

اذا كان طول المسار الضوئي للحزمتين متساوياً تماماً ، فسيصلان الشاشة بنفس الطور in phase وبذلك يتداخلان تداخلاً بناءاً interfere constructively فيما بينهما مؤدياً الى اضاءة الشاشة ، لكن لو كان هناك تيار أثير – كالمبين في الشكل – لأدى هذا الى أن الحزمتين الضوئيتين تستغرقان وقتين مختلفين في الانتقال من المرآة نصف المطلية الى الشاشة . ونتيجة لذلك لاتكون الحزمتان في نفس الطور ، وعليه سوف تتداخلان تداخلاً هداماً interfere destructively فيما بينهما . هذا هو جوهر التجربة المشهورة للعالمين الامريكيين مكلسون ومورلي التي قاما بها عام 1887 .

في التجربة الحقيقية لم تكن المرآتان عموديتين تماماً بعضهما على الآخر . بذلك تم الحصول على سلسلة من أهداب التداخل interference fringes المضيئة والمعتمة على الشاشة نتيجة لاختلاف أطوال مسارات الموجات الضوئية المتجاورة (الشكل ١–٦). فإذا تغيّر طول أي من المسارات الضوئية فأن أهداب التداخل تظهر لتتحرك عبر الشاشة ، ذلك لإنتقال مناطق التداخل البناء والتداخل الهدّام . ان الوضعية الثابتة للجهاز لاتستطيع أن تبيّن لنا أيّ فارق بين مسارى الشعاعين نتيجة لحركة الاثير . لكن لو دورنا الجهاز بزاوية 90° لتغير اتجاه الحزمتين بالنسبة لاتجاه حركة تيار الأثير المزعوم، وبالتالي فإن الحزمة التي كانت تحتاج الى زمن t_A للانتقال من المرآة نصف المطلية الى الشاشة سوف تحتاج زمن t_B ، والعكس صحيح . اذا كان هذان الزمنان مختلفين فإن أهداب التداخل سوف تظهر لتتحرك عبر الشاشة خلال عملية الدوران .



الشكل (١–٦) شكل الاهداب المشاهدة في تجربة مكلسون ومورلي .

دعنا نحسب انحراف اهداب التداخل في ضوء فرضية وجود الاثير . من المعادلتين (١−١) و(١−٢) نجد أن الفارق الزمني للمسارين نتيجة تأثير تيار الاثير هــو

$$\Delta t = t_B - t_A$$
$$= \frac{2D/V}{1 - v^2/V^2} - \frac{2D/V}{\sqrt{1 - v^2/V^2}}$$

حيث v سرعة جريان الاثير ، التي نفترضها تساوي 3×10^4 m/s أى سرعة الارض في دورانها حول الشمس ، وV تمثل سرعة الضوء c وتساوي 3×10^8 m/s . لذا فــإن :

$$\frac{v^2}{V^2} = \frac{v^2}{c^2}$$
$$= 10^{-8}$$

وهذا المقدار أصغر بكثير من 1 . وبناء على نظرية ذي الحدين binomial theorem ، اذا كانت x صغيرة جدا بالمقارنة مع 1 ، نجد :

$$(1 \pm x)^n \approx 1 \pm nx$$

وعليه يمكننا تقريب Δt لدرجة كبيرة من الدقة بالمقدار :

$$\Delta t = \frac{2D}{c}\left[\left(1 + \frac{v^2}{c^2}\right) - \left(1 + \frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2}\right)\right]$$
$$= \left(\frac{D}{c}\right)\left(\frac{v^2}{c^2}\right)$$

حيث D هي المسافة بين المرآة نصف المطلية وكل من المرآتين الاخريين . فرق المسار d الذي يقابل فرق الزمن Δt هو :

$$d = c\,\Delta t$$

وعدد أهداب التداخل n التي تنحرف عبر نقطة معينة نتيجة لفرق المسار d يحقق العلاقة

$$d = n\lambda$$

حيث λ طول موجة الضوء المستعمل . بمقارنة المعادلتين الاخيرتين نجــد

$$n = \frac{c\,\Delta t}{\lambda}$$
$$= \frac{Dv^2}{\lambda c^2}$$

في التجربة الحقيقية تمكن مكلسون ومورلي من جعل قيمة D الفعلية تساوي حوالي عشرة امتار،

وذلك بواسطة انعكاسات متعددة لحزمتي الضوء . وكان طول موجة الضوء المستخدم حوالي 5,000 Å (1 Å = 10^{-10} m). لذا فان مقدار الانحراف المتوقع بدوران الجهاز بزاوية 90° هو :

$$n = \frac{Dv^2}{\lambda c^2}$$

$$= \frac{10 \text{ m} \times (3 \times 10^4 \text{ m/s})^2}{5 \times 10^{-7} \text{ m} \times (3 \times 10^8 \text{ m/s})^2}$$

$$= 0.2 \text{ fringe}$$

ولما كان تغير طول مسار كل من الحزمتين الضوئيتين يؤدي الى هذا الانحراف في اهداب التداخل فان الانحراف الكلي يجب ان يساوي $2n$ أو 0.4 fringe . وانحراف بهذا المقدار يمكن مشاهدته بسهولة ، ولذلك فان تجربة مكلسون ومورلي حدية في اثبات أو نفي وجود الاثير .

ومن غير المتوقع لم يكن هناك أي انحراف في اهداب التداخل في تجربة مكلسون ومورلي. باعادة التجربة في فصول السنة المختلفة وفي مناطق مختلفة ، وباجراء تجارب متشابهة لنفس الغرض من قبل علماء آخرين ، كانت النتيجة دائماً نفسها : ليس هناك أية حركة بالنسبة للاثير يمكن التحسس بها .

النتيجة غير المتوقعة في تجربة مكلسون ومورلي لها مردودان : الأول هو أنه لايمكن البقاء على فرضية الاثير على اساس ان ليس للاثير خاصية ممكن قياسها – هذه نهاية مهينة لفكرة كانت في وقت ما محترمة . والمردود الثاني هو أن تجربة مكلسون ومورلي تقترح قاعدة جديدة في الفيزياء ، الا وهي ان سرعة الضوء في الفراغ هي نفسها في كل مكان بغض النظر عن حركة المصدر او المشاهد .

١–٢– النظرية النسبية الخاصة THE SPECIAL THEORY OF RELATIVITY

ذكرنا سابقا أن الاثير في النظرية الموجية القديمة يشكل مرجعا كونيا universal frame of reference ثابتا تكون سرعة الضوء بالنسبة له $c = 3 \times 10^8$ m/s . وطبيعي أننا كلما تكلمنا على الحركة كان المقصود بها الحركة بالنسبة لمرجع معيّن . هذا المرجع يمكن ان يكون طريقاً ، أو سطح الأرض ، أو الشمس ، أو مركز مجرتنا ... لكن يجب علينا ان نحدد اختيارنا له في كل مسألة . صخرتان احداهما تسقط في برمودا Bermuda والاخرى في بيرث Perth كلاهما تتجهان الى الاسفل بالنسبة الى سطح الأرض . على حين اذا ماشوهدت الصخرتان من مركز الارض فانهما تظهران متجهتين تماما عكس بعضهما الآخر.

ما الاختيار الصحيح للمرجع ، سطح الارض او مركزها ؟

الجواب عن هذا هو ان اختيار أي مرجع يكون صحيحاً . لكن من الممكن ان يكون هناك مرجع معين أكثر ملاءمة لحالة معينة . اذا كان هناك أثير منتشر في جميع الفضاء فسوف يمكننا ان ننسب جميع الحركات اليه ، وبذلك يتخلص القاطنون في بيرمودا وبيرث من حيرتهم . ان عدم وجود الاثير يعني أنه ليس هناك مرجع كوني متميز . جميع الحركات تكون بالنسبة للشخص او الجهاز الراصد . فلو كنا في منطاد طليق فوق سحابة متجانسة وشاهدنا منطادا آخر وكانت المسافة بيننا تتغير مع الزمن ، لصرنا في حيرة من معرفة أي المنطادين هو في الحقيقة في حالة حركة ؟ ولو كنا معزولين في الفضاء ، لما أمكننا معرفة كوننا متحركين او ثابتين ؛ ذلك لأنه ليس هناك أي معنى للحركة من دون مرجع .

النسبية relativity تنتج من تحليل الظواهر الفيزياوية المتأتية من انعدام وجود مرجع كوني متميز . والنظرية النسبية الخاصة special theory of relativity التي أوجدها البرت آينشتين Albert Einstein عام 1905 تعالج مسائل تتضمن مراجع قصورية *inertial frames of reference.* ، أي مراجع تتحرك بسرعة ثابتة بالنسبة لبعضها الآخر .

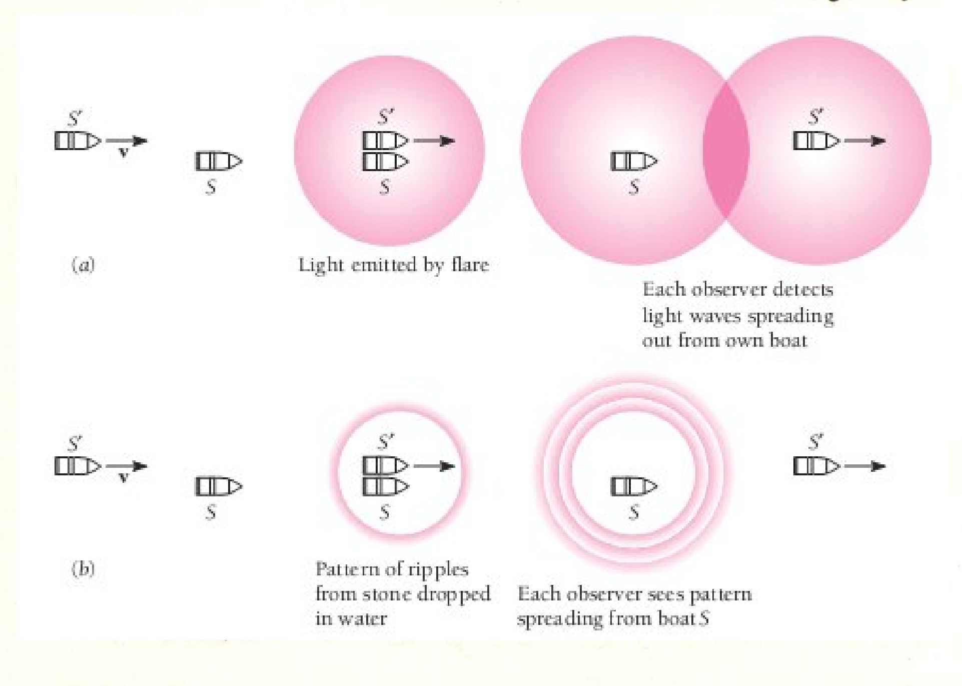
على حين نجد النظرية النسبية العامة general theory of relativity ، التي اقترحها آينشتين أيضا بعد عقد من الزمن من وضع النظرية النسبية الخاصة ، تعالج مسائل تتضمن مراجع متعجلة بالنسبة لبعضها الآخر. هنا عكس الحالة السابقة ، يمكن للمشاهد أن يتحسس بتعجيل المرجع . وأي شخص ركب مصعدا كهربائيا أو جلس في مركبة دائرة في مدينة الالعاب يستطيع أن يتحقق من ذلك من خلال تجربته الخاصة . ان للنظرية النسبية الخاصة تأثيراً عميقاً على جميع فروع الفيزياء . وهنا سوف نركز على دراسة هذه النظرية ، على حين نذكر لمحات مختصرة فقط حول النظرية النسبية العامة .

النظرية النسبية الخاصة تعتمد على فرضيتين اساسيتين : الفرضية الاولى تنص على ان قوانين الفيزياء يمكن كتابتها بمعادلات تأخذ نفس الصيغة بالنسبة لجميع المراجع التي تتحرك بسرع ثابتة بالنسبة لبعضها الآخر . هذه الفرضية تعبّر عن عدم وجود مرجع كوني متميز . اذ لو اخذت قوانين الفيزياء أشكالاً مختلفة بالنسبة لمراجع في حركات نسبية فيما بينها ، لتمكنا من اختلاف هذه الصيغ ان نحدد أي مرجع هو ثابت في الفضاء وأياً منها في حالة حركة . ان عدم وجود مرجع كوني متميز يعني انه لايمكن ان يكون هناك أي تباين مابين المراجع المختلفة . من هذه الصفة بالذات تولدت الفرضية الاولى .

الفرضية الثانية للنسبية الخاصة تنص على ان سرعة الضوء في الفراغ لها نفس القيمة بالنسبة لجميع المراجع بغض النظر عن سرعها النسبية . هذه الفرضية تأتي مباشرة من نتائج تجربة

مكلسون ومورلي ونتائج تجارب علماء آخرين .

للوهلة الاولى لاتبدو هاتان الفرضيتان حديتين لاحداث تغيرات جذرية في الفيزياء ، لكن في الواقع انهما يلغيان جميع المفاهيم المعتادة للزمان والمكان . مثال بسيط يمكن ان يوضحّ هذا القول . الشكل (١-٧) يبين القاربين A و B مرة ثانية . القارب B ثابت في الماء على حين القارب A بنجرف بسرعة ثابتة v وهناك ضبابة كثيفة واطئة ، حتى ان راصدا على أي من القاربين لايستطيع معرفة أي القاربين هوفي الحقيقة متحرك بالنسبة للنهر . وفي لحظة التقاء القارب A بالقارب B تنطلق فرقعة flare عند نقطة الالتقاء . وفق الفرضية الثانية للنسبية الخاصة ، راصد على كل من القاربين يلاحظ ان الضوء الصادر من وهج الفرقعة ينتشر بنفس السرعة في جميع الاتجاهات . وبناء على الفرضية الاولى ، كل من الراصدين يجب ان يلاحظ كرة ضوئية متوسعة مركزها الراصدنفسه . هذا على الرغم من ان احد الراصدين يغير موقعه بالنسبة لموقع الانفجار . والسبب هو أن كلاً من الراصدين لايدري بان كان في حالة حركة أم لا ، وذلك لأن الضبابة الكثيفة تحجب جميع المراجع عدا المرجع المثبت على قارب الراصد نفسه . ولما كانت سرعة الضوء هي واحدة بالنسبة للراصدين ، ينتج ان هذيـــن الراصدين يجب ان يشاهدا نفس الظاهرة الضوئية .



الشكل (١-٧) : الظواهر النسبية تختلف عن مشاهداتنا اليومية .

لماذا تكون النتيجة المبيّنة في الشكل (١-٧) غير متوقعة ؟ دعنا ندرس مثالا متداولا مرادفا لهذه المسألة . لنفترض الآن ان القاربين هما في عرض البحر في يوم صحوو ان شخصا على احد القاربين يرمي حجرا في لحظة التقاء القاربين . بذلك سوف تنشأ على سطح الماء موجات دائرية تنتشر الى الخارج . هنا ، على خلاف الاستنتاج السابق ، أشكال هذه الموجات تظهر مختلفة بالنسبة للراصدين على كلا القاربين . ومن ملاحظة كون القارب في مركز الموجة

أم لا ، يستطيع الراصد على ظهر القارب ان يتبين حركة اوسكون القارب بالنسبة للماء . بناء على هذا يمكننا استخدام الماء (باعتباره وسطاً لانتشار الموجة السطحية) كمرجع لتحديد مواقع الاجسام . هذا هو عكس الحالة بالنسبة للمسألة السابقة حيث لايمكن استخدام وسط انتشار الضوء (الفراغ). وثم اختلاف اخر بين هاتين الحالتين ، هو أنه بالنسبة للقارب المتحرك تكون سرعة الموجة السطحية مختلفة في الاتجاهات المختلفة. من الضروري أن نؤكد بأن حركة الاجسام وانتشار الموجات في الماء تختلف تماماً عما هي عليه في الفضاء space فالماء

نفسه يمكن ان يكون مرجعا ، على حين لايكون الفضاء كذلك . من هذا ينتج أن سرعة الموجة في الماء تتغير مع حركة الراصد في حين تكون سرعة الضوء في الفضاء ثابتة .

الوسيلة الوحيدة لتفسير الحقيقة ان راصدين على القاربين في المثال السابق يشاهدان كرتين ضوئيتين متوسعتين متماثلتين ، هي بتصور أن نظام الاحداثيات coordinate system لكل من الراصدين – كما ملاحظ من قبل الراصد الاخر – يكون متأثراً بالحركة النسبية بينهما . سوف نرى من اعتماد هذه الفكرة واستخدام قوانين الفيزياء المقبولة وفرضيات آينشتين انه يمكن التنبؤ بالعديد من الظواهر الفيزياوية غير المتوقعة . احدى انتصارات الفيزياء الحديثة هي الاثباتات العملية لمثل تلك الظواهر .

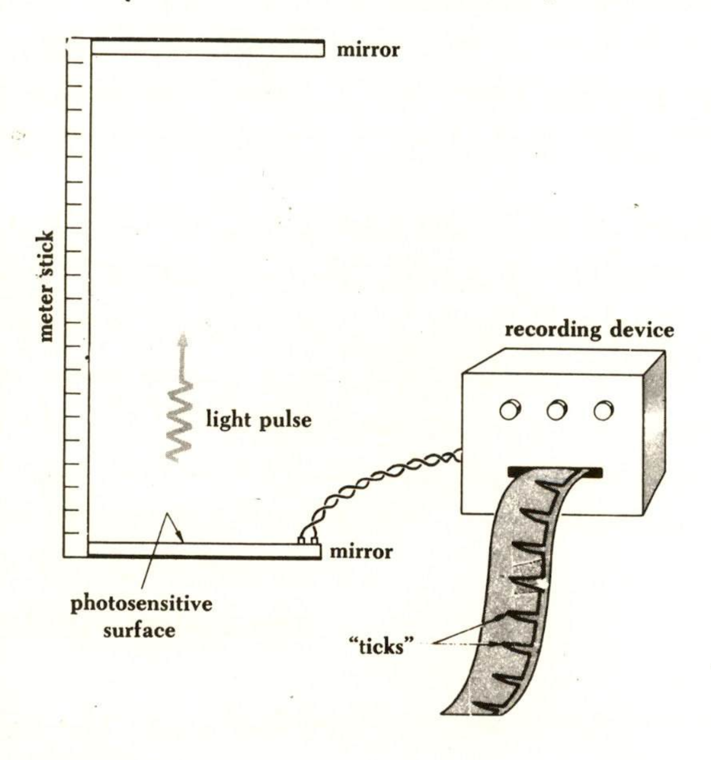
١-٣ تمدد الزمن TIME DILATION

سوف نستخدم اولا فرضيات النسبية الخاصة لدراسة كيف أنّ الحركة النسبية تؤثر على قياسات الفترات الزمنية والاطوال .

نابض ساعة متحركة بالنسبة لمشاهد يتذبذب بسرعة ابطاء مما لو كانت الساعة ساكنة بالنسبة له . أي لو كان شخص على متن طائرة يلاحظ فترة زمنية to بين حدثين في الطائرة فاننا على الارض سوف نلاحظ فترة زمنية t اطول من to بين نفس الحدثين . المقدار to ، الذي يحدد الفترة الزمنية بين حدثين يقعان في نفس المكان بالنسبة لمرجع الراصد . يدعى

بالزمن الحقيقي *proper time* بين الحدثين . عندما نرصد الحالة من الارض نلاحظ ان الحدثين اللذين يحددان بداية ونهاية الفترة الزمنية يكونان في موقعين مختلفين . ونتيجة لذلك ، فان الفترة الزمنية بين الحدثين تظهر اطول من الزمن الحقيقي . هذه الظاهرة تدعى بظاهرة تمدد الزمن *time dilation* .

لدراسة كيفية حدوث تمدد الزمن ، دعنا نتفحص عمل ساعة بسيطة كالمبينة في الشكل (١-٨) . هذه الساعة تتكون من مسطرة طولها L_0 ، وفي كل من نهايتيها مرآة . نبضة ضوئية تنعكس ذهابا وايابا بين المرآتين ، احدى المرآتين مربوطة بجهاز مناسب ليعطي اشارة معينة في كل مرة يسقط الضوء على المرآة . (هذا الجهاز يمكن أن يكون سطحا حساسا للضوء يغطي المرآة مصمما ليعطي اشارة كهربائية في كل مرة تصل فيها النبضة الضوئية اليه) .



الشكل (١-٨) : ساعة بسيطة . كل دقة تمثل رحلة ذهاب واياب لنبضة ضوئية بين المرآة السفلى والعليا .

الزمن الحقيقي بين دقتين للساعة يكون :

$$t_0 = \frac{2L_0}{c} \qquad (١-٤)$$

واذا كان طول المسطرة يساوي مترا واحدا ، فان :

$$t_0 = \frac{2\,\text{m}}{3 \times 10^8\,\text{m/s}} = 0.67 \times 10^{-8}\,\text{s}$$

حيث هناك 1.5×10^8 دقة لكل ثانية . تستخدم ساعتان متماثلتان من هذا النوع احداهما تثبت على سفينة فضائية بصورة عمودية على اتجاه حركتها ، على حين تبقى الاخرى ساكنة على الارض .

ماهو طول الفترة الزمنية t بين اشارتين في الساعة المتحركة مقاسة من قبل راصد على الارض مستخدما الساعة المماثلة الثانية ؟ كل اشارة في الساعة تتضمن انتقال نبضة الضوء بسرعة c من المرآة السفلى الى المرآة العليا ثم الى المرآة السفلى . خلال انتقال الضوء بين المرآتين تكون الساعة في السفينة الفضائية ككل في حالة انتقال . هذا يعني أن نبضة الضوء، كما هي مشاهدة من الارض ، تتبع مسلكا متعرجا (الشكل ١-٩) . نلاحظ أن في انتقال الضوء من المرآة السفلى الى العليا في الزمن $t/2$ انه يقطع مسافة افقية طولها $vt/2$ ومسافة كلية $ct/2$ لما كان L_0 هي المسافة العمودية بين المرآتين ، نجد

$$\left(\frac{ct}{2}\right)^2 = {L_0}^2 + \left(\frac{vt}{2}\right)^2$$

$$\frac{t^2}{4}(c^2 - v^2) = {L_0}^2$$

$$t^2 = \frac{4{L_0}^2}{c^2 - v^2} = \frac{(2L_0)^2}{c^2(1 - v^2/c^2)}$$

$$t = \frac{2L_0/c}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

ومنها

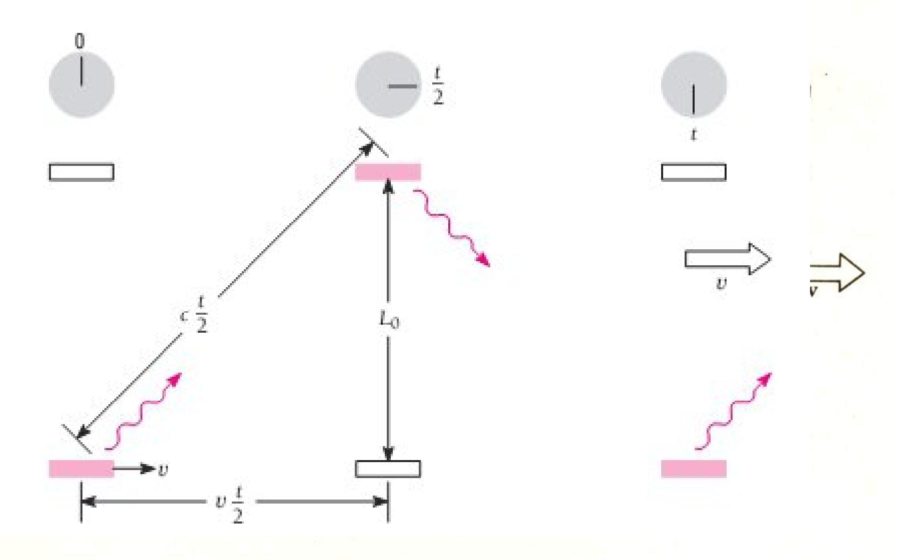
$$t = \frac{2L_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \qquad (١-٥)$$

ولكن $2L_0/c$ هي الفترة الزمنية t_0 بين دقتين في الساعة الثابتة على الارض ، المعادلة(١–٤).
لذلك فان

$$t = \frac{t_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad \text{(١–٦)}$$

تمدد الزمن

لذا بالنسبة لمشاهد على الارض ، تبدو الساعة المتحركة في السفينة الفضائية بانها تدق بسرعة ابطأ من سرعة دقات الساعة المماثلة على الارض .



الشكل (١ – ٩) : ساعة ضوئية في سفينة فضائية كما هي مشاهدة من قبل شخص ثابت على الارض . المرآتان توازيان اتجاه حركة السفينة الفضائية

نفس التحليلات تبقى صحيحة لقياسات الساعة الثابتة على الارض بالنسبة لربان السفينة الفضائية . فبالنسبة لربان السفينة ، النبضة الضوئية للساعة الثابتة على الارض تتبع مسارا متعرجا ، تحتاج النبضة فيه الى وقت t لكل رحلة ذهاب واياب. في حين تدق ساعته الثابتة في السفينة على فترات t_0 . وبذلك نجد من وجهة نظر الربان ان :

$$t = \frac{t_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

أي أن الظاهرة متبادلة : كل مشاهد يلاحظ أن الساعات المتحركة بالنسبة له تدق بسرعة أبطأ من الساعات الساكنة

دراستنا لتمدد الزمن قد اعتمدت على ساعة غير اعتيادية فيها نبضه ضوئية تتذبذب ذهابا وايابا بين مرآتين . السؤال هو هل أن نفس الاستنتاجات السابقة تبقى صحيحة بالنسبة للساعات الاعتيادية التي تعتمد في عملها على اجزاء ميكانيكية -كنابض حلزوني ، أو شوكة رنانة ، ..... ؟ الجواب عن هذا السؤال يجب أن يكون نعم ! اذ لو اتفق على الارض توقيت ساعة اعتيادية مع ساعة متكونة من مرايا كالمشروحة في اعلاه ، في حين يختلف توقيتهما على ظهر سفينة فضائية ، لأمكننا من هذا الاختلاف الاستدلال على سرعة السفينة الفضائية بدون الاشارة الى أي مرجع خارجي ، وهذا يناقض القاعدة القائلة بان جميع الحركات هي نسبية . ان تحليلات دقيقة لعمل ساعة اعتيادية متحركة مشاهدة من الارض تؤكد هذا الجواب . وعلى سبيل المثال ، وكما سنلاحظه في البند (١-١٠) ، كتلة جسم ما تكون أكبر عندما يكون في حالة حركة . لذا فان زمن دورة period جسم مهتز في سفينة فضائية هو أكبر مما لوكان الجسم على الارض . جميع الساعات في حالة سكون بالنسبة لبعضها الاخر يكون لها نفس التوقيت بالنسبة لمشاهد بدون الاشارة الى الحركة النسبية بين مجموعة الساعات والمشاهد .

صفة كون الزمن نسبي تؤدي الى عدد من الاستنتاجات . على سبيل المثال ، حوادث تبدو واقعة بصورة آنية بالنسبة لمشاهد معين ، قد لاتكون آنية لمشاهد آخر في حركة نسبية بالنسبة للاول ، والعكس صحيح . فأي من المشاهدين يكون تقديره صحيحاً ؟ في الحقيقة أن هذا السؤال ليس دا معنى : اذ ان تقدير المشاهدين يكون صحيحـــاً ، ذلك ببساطة ، أن كلاً منهم يقيس مايشاهده

لكون أن الانية مفهوم نسبي وليس مطلقاً ، عليه يجب اهمال جميع النظريات الفيزياوية التي تتطلب انية الحوادث في المواقع المختلفة فالصيغة البدائية لقانون حفظ الطاقة conservation of energy تتضمن أن مجموع الطاقة في الكون ثابتة . هذه في الحقيقة لاتنفي أن تكون هناك عمليات بواسطتها تنعدم كمية من الطاقة ΔE في نقطة وتخلق آنيا كمية مساوية من الطاقة في مكان آخر من دون وجود انتقال حقيقي للطاقة من المكان الاول الى الثاني . لكن الآنية صفة نسبية ، وهذا يعني أن هناك مشاهدين لتلك العمليات يجدون أن الطاقة غير محفوظة (خلال الفترة الزمنية مابين انعدام وخلق الطاقة في المكانين المختلفين). ولانقاذ قانون حفظ الطاقة من نتائج النظرية النسبية الخاصة ، علينا أن نقول ان اختفاء طاقة في مكان ما لتظهر في مكان آخر يتم نتيجة جريان الطاقة من المكان الاول الى المكان الثاني . (هناك بطبيعة الحال عدة طرق لجريان الطاقة) . لذا تكون الطاقة محفوظة في كل منطقة من الفضاء وفي أي زمان ، وليس فقط عندما ندرس الكون كلاً . والصيغة الاخيرة لقانون حفظ الطاقة هي أقوى بكثير من الصيغة البدائية المذكورة في اعلاه .

وعلى الرغم من أن الزمان كمية نسبية ، فليست جميع مفاهيم الزمان المبنية على التجارب اليومية هي غير صحيحة . فبالنسبة لجميع المشاهدين لايمضي الزمان الى الخلف . فمثلا ، تسلسل حوادث في مكان معيّن في الاوقات t_1, t_2, t_3 .. بالنسبة لمشاهد تظهر بنفس الترتيب بالنسبة لجميع المشاهدين في أي مكان آخر ، هذا على الرغم من أن هذه الحوادث ليست من الضروري أن تحدث بنفس الفترات الزمنية $t_2 - t_1, t_3 - t_2$ .. فيما بينها . كذلك لايوجد هناك مشاهد بعيد (مهما كانت حالته الحركية) يستطيع أن يرى حدثا قبل وقوعه بصورة ادق ، قبل أن يشاهد الحدث راصد قريب . ليس هناك طريقة للتنبؤ بالمستقبل ، بالرغم من أن التقديرات الزمنية (وكما سنرى ، ايضا التقديرات المكانية) للماضي يمكن أن تكون مختلفة لمشاهدين مختلفين .

١ – ٤ معضلة التوائم THE TWIN PARADOX

نستطيع الآن فهم الظاهرة الفيزياوية المشهورة التي تدعى بمعضلة التوائم twin paradox هذه المعضلة تتضمن ساعتين متماثلتين احداهما تبقى على الارض .والأخرى تذهب في رحلة في الفضاء بسرعة v وترجع بعد زمن t . اعتياديا نعوض عن الساعتين الحقيقيتين بتوأمين ذكرين A و B . هذا التعويض يمكن اعتماده ذلك لأن الفعاليات الحيوية كضربات القلب ، والتنفس ، .... تكوّن ساعات بايولوجية ذات توافق مقبول .

التوأم A يقلع عند عمر عشرين سنة ليسافر بسرعة $0.99c$ في الفضاء . بالنسبة لـ B على الارض تبدو الفعاليات الحيوية لـ A أنها تسير ببطء ، وفي الحقيقة ، بسرعة

$$\sqrt{1 - v^2/c^2} = \sqrt{1 - (0.99c)^2/c^2} = 0.14 = 14\%$$

من سرعة الفعاليات الحيوية لـ B نفسه . لكل شهيق يأخذه A ، يأخذ B مقابلهاسبع شهقات. كل وجبة طعام يأكلها A ، يأكل B مقابلها سبع وجبات . لكل فكرة لـ A ، يقابلها سبع فكرات لـ B. أخيرا ، بعد مضي سبعين سنة حسب تقدير التوأم B ، يرجع A الى الارض وعمره ثلاثون سنة ، في حين يكون عمر B تسعين سنة .

المعضلة هي أننا لو درسنا المسألة وفق وجهة نظر التوائم A في السفينة الفضائية ، يكون على الارض في حركة بسرعة $0.99c$ وعليه نتوقع عند رجوع السفينة الفضائية الى الارض أن يكون عمر B ثلاثين سنة على حين يكون عمر A تسعين سنة – أي عكس الاستنتاج السابق تماماً .

حل هذه المعضلة يستند على الحقيقة أن السفينة الفضائية في رحلتها تكون في حالة تعجيل في فترات زمنية مختلفة : عن الاقلاع ، عند الاستدارة ، وأخيرا عند رجوعها وتوقفها على الارض . خلال كل من هذه التعجيلات لايكون A في مرجع قصوري . اضافة الى ذلك ان المراجع القصورية في الذهاب والاياب مختلفة . من جهة اخرى ، التوأم B على الارض لم يعان تعجيلا بل يبقى كل الوقت في نفس المرجع القصورى . وعليه ، فما يقيسه B يمكن اسناده الى النظرية النسبية الخاصة . وبذلك فان استنتاج B ان عمر A عند الرجوع هو الأصغر يكون هو الصحيح . ومن الطبيعي ، بقدر مايخص الامر بالنسبة لـ A فان فترة بقائه في السفينة الفضائية لم تكن مطولة . اذ انه مهما كان طول عشر السنوات التي قضاها في السفينة الفضائية بالنسبة لأخيه B ، فانها فقط عشر سنوات من فعالياته الحيوية في السفينة. والذي حدث هنا هو ان تعجيل A قد أثر على فعالياته الحيوية . بتطبيق النظرية النسبية العامة على ساعة متعجلة نجد أن A سوف يحصل على نفس الاستنتاج B المعتمد على اتساع الزمن في النسبية الخاصة .

١-٥ تقلص الطول LENGTH CONTRACTION

قياسات الطول ، كما هو الحال للفترات الزمنية ، تتأثر أيضا بالحركة النسبية . فطول جسم L في حالة حركة بالنسبة لمشاهد يبدو دائما أقصر من طوله L_0 عندما يكون الجسم في حالة سكون . هذه الظاهرة تعرف بتقلص لورنس *Lorentz-FitzGerald contraction* يحدث هذا التقلص باتجاه الحركة النسبية فقط . الطول L_0 . لجسم في حالة سكون بالنسبة للمرجع يسمى بالطول الحقيقي *proper length*

يمكننا استعمال الساعة الضوئية المبينة في البند (١-٣) لدراسة تقلص لورنس . لهذا الغرض ، نتصور الساعة موضوعة بحيث أن الاشارة الضوئية تسير ذهابا وايابا بموازاة خط حركة الساعة بالنسبة للمشاهد (الشكل ١-١٠) . تبدأ الاشارة الضوئية من المرآة الخلفية في $t = 0$ وتصل المرآة الامامية في $t = t_1$. بذلك تسير الاشارة مسافة ct_1 لتصل المرآة الامامية . في حين تبتعد المرآة الامامية بمسافة vt_1 خلال هذه الفترة الزمنية . عليه

$$ct_1 = L + vt_1$$

أي

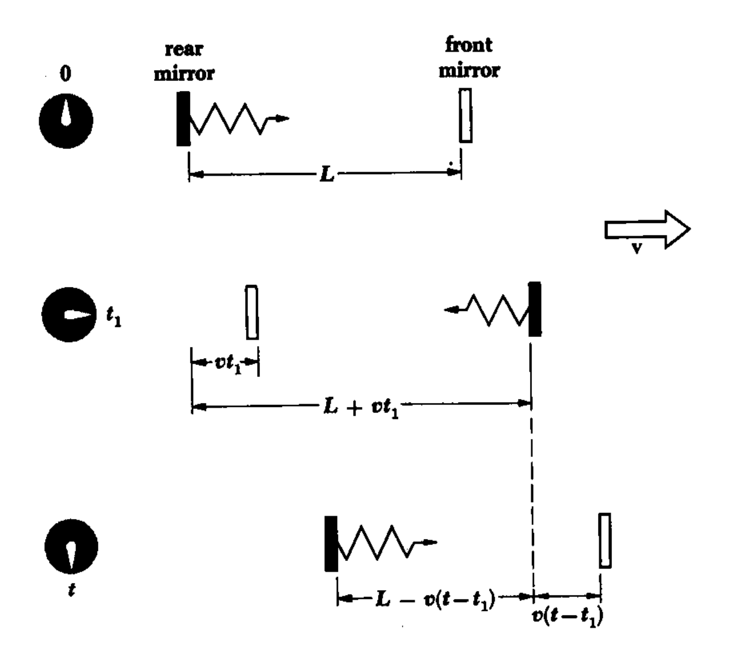
$$t_1 = \frac{L}{c - v} \tag{١-٧}$$

حيث L هي المسافة بين المرآتين كما هي مقاسة من قبل المشاهد الثابت .

بعد أن تصل الاشارة للمرآة الامامية تنعكس لتصل المرآة الخلفية عند اللحظة t ، بذلك تقطع مسافة $c(t-t_1)$ ، حيث

$$c(t-t_1) = L - v(t-t_1)$$

الحد الثاني في الطرف الايمن يمثل المسافة التي تقطعها المرآة الخلفية نحو الشعاع المنعكس خلال الفترة الزمنية $(t-t_1)$



الشكل (١-١٠) : ساعة ضوئية في سفينة فضائية كما هي مشاهدة من قبل شخص ثابت على الارض . لاحظ ان المرآتين عموديتان على اتجاه حركة السفينة .

عليه الزمن الكلي t لحركة الاشارة (المرآة الخلفية - الامامية - الخلفية) ، كما هو مشاهد من الارض يكون

$$t = \frac{L}{c+v} + t_1 \qquad (١-٨)$$

بالتعويض عن t_1 من المعادلة (١ - ٧) نجد

$$t = \frac{L}{c+v} + \frac{L}{c-v}$$

$$= \frac{2Lc}{(c+v)(c-v)}$$

$$= \frac{2Lc}{c^2 - v^2}$$

$$= \frac{2L/c}{1 - v^2/c^2}$$

(١ – ٩)

المعادلة (١ – ٩) تعطينا الزمن t بين اشارتين في الساعة الضوئية مقاسة من قبل مشاهد على الأرض . كنا قد استنتجنا سابقا العلاقة التالية للزمن

$$t = \frac{2L_0/c}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \qquad (١ – ٥)$$

التي هي بدلالة المسافة الحقيقية L_0 بين المراتين ، بدلاً من المسافة بين المرآتين L ، المقاسة من قبل مشاهد على الأرض . هاتان المعادلتان يجب أن تكونا متكافئتين ، أي

$$\frac{2L/c}{1 - v^2/c^2} = \frac{2L_0/c}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$L = L_0\sqrt{1 - v^2/c^2} \qquad (١ – ١٠)$$

تقلص لورنس .

بما ان السرعة النسبية في المعادلة (١ – ١٠) تظهر بشكل v^2 ، نجد ان تقلص لورنس هو تأثير متبادل . أي ، بالنسبة لشخص في السفينة الفضائية ، تتقلص الاشياء على الارض بنفس المعامل $\sqrt{1 - v^2/c^2}$ الذي تتقلص به السفينة الفضائية بالنسبة لشخص ثابت على الارض . الطول الحقيقي للجسم هو أقصى طول يمكن ان يشاهده راصد . في السرع الاعتيادية يمكن اهمال التقلص النسبي في الطول . تأثير هذه الظاهرة يكون مهما عندما تكون السرعة النسبية قريبة من سرعة الضوء . السرعة 1,000 mi/s تبدو هائلة ، ومع هذا فهي تؤدي الى تقلص في الطول باتجاه الحركة بمقدار

$$\frac{L}{L_0} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

$$= \sqrt{1 - \frac{(1{,}000 \text{ mi/s})^2}{(186{,}000 \text{ mi/s})^2}}$$

$$= 0.999985$$

$$= 99.9985 \text{ percent}$$

من طوله عند السكون . من ناحية اخرى ، جسم يسير بسرعة 0.9 يظهر ليتقلص الى

$$\frac{L}{L_0} = \sqrt{1 - \frac{(0.9c)^2}{c^2}}$$
$$= 0.436$$
$$= 43.6 \text{ percent}$$

من طوله عند السكون وهذا يمثل تاثيراً كبيرا .

نسبة L/L_0 في المعادلة (١ – ١٠) هي نفس نسبة t_A/t_B في المعادلة (١ – ٣) وعليه ، لربما يفكر أحد بان نتيجة مكلسون وموورلي السلبية يمكن تفسيرها على اساس تقلص لورنس في طول الجهاز باتجاه حركة الأرض . في الحقيقة ان هذا التفسير قد درس من قبل العالمين كندي Kennedy وثرونديايك Thorndike بعمل تجربة مماثلة ولكن باستخدام جهاز مقياس التداخل interferometer ذي ذراعين مختلفين في الطول . وقد وجدهذان العالمان ايضا انه ليس هناك انحراف في خطوط التداخل . وهذا يعني ان هذه التجارب يجب أن تؤخذ كأدلة على عدم وجود الاثير بكل مايترتب على ذلك من نتائج ، وليس فقط على وجود ظاهرة تقلص الطول .

هناك تشوه آخر في صورة جسم متحرك بسرعة عالية عدا التشوه الحاصل نتيجة لتقلص لورنس . هذا التشوه يعتمد على زاوية النظر للجسم والنسبة v/c . وسبب الظاهرة الجديدة هو أن الضوء الذي يصل الكاميرا (أوالعين) من أجزاء الجسم البعيدة ينبعث في وقت اسبق من وقت انبعاث الضوء من اجزاء الجسم القريبة ولذلك فان الصورة المتكونة في الكاميرا تكون مركبة : الاشعة الصادرة من اجزاء الجسم المختلفة لتكوّن الصورة في لحظة معينة تصدر من الجسم عندما يكون الاخير في مواقع مختلفة . هذه الظاهرة تؤدي الى تمدد الطول الظاهري للجسم باتجاه حركته . ونتيجة لهذا فان جسما ذا ثلاثة ابعاد ، كمكعب ، يمكن ان يشاهد منحرفاً ومتغير الشكل بمقدار يعتمد على زاوية النظر والنسبه v/c . علينا أن نميز هذه الظاهرة من ظاهرة تقلص لورنس الحقيقية . وحتى لو لم يكن هناك تقلص لورنس ، فان شكل جسم متحرك يظهر مختلفاً عن شكله في حالة السكون ، ولكـن بطريقة مختلفة .

ومن الجدير ان نذكر ان التحليل اعلاه للشكل الظاهري لجسم متحرك بسرعة عالية لم يدرس حتى سنة 1959 ، اي بعد اربع وخمسين سنة من اكتشاف النظرية النسبية الخاصة.

١ – ٦ انحلال الميزونات MESON DECAY

نستطيع توضيح تمدد الزمن وتقلص الطول بدراسة اضمحلال الميزونات *μ mesons* . ميزونات μ هي جسيمات أولية unstable particles غير مستقرة سوف ندرس

صفاتها بالتفصيل في فصل قادم.هنا تهمنا الحقيقة أن ميزون μ في حالة سكون ينحل الى الكترون بمعدل 2×10^{-6} s بعد تكوينه . ان ميزونات μ تتكون في الطبقات العليا من الجو بواسطة الجسيمات السريعة للاشعة الكونية cosmic-ray القادمة من الفضاء الخارجي ، وتصل مستوى سطح البحر بصورة غزيرة . الميزونات المتكونة لها سرعة بحدود 2.994×10^8 m/s ، أي 0.998 . لكن خلال زمن قدره متوسط عمر mean lifetime الميزون $t_0 = 2 \times 10^{-6}$ s تستطيع هذه الجسيمات أن تتحرك فقط مسافة :

$$\begin{aligned} y &= vt_0 \\ &= 2.994 \times 10^8 \text{ m/s} \times 2 \times 10^{-6} \text{ s} \\ &= 600 \text{ m} \end{aligned}$$

قبل انحلالها. بينما في الحقيقة تتكون هذه الجسيمات على ارتفاع أكبر من عشر مرات بقدر هذه المسافة .

نستطيع حل هذه المعضلة بأستخدام نتائج النسبية الخاصة . لندرس المسألة بالنسبة الى مرجع الميزون نفسه ، بالنسبة لهذا المرجع معدل عمر الميزون 2×10^{-6} s ، لكن المسافة بين الميزون والأرض تبدو متقلصة بنسبة .

$$\frac{y}{y_0} = \sqrt{1 - v^2/c^2}$$

أي ، بينما نحن على الأرض نقيس ارتفاع تكوين الميزونات y_0 فإن الميزونات ترى هذه المسافة y . بأخذ y=600 m وهي المسافة القصوى التي تقطعها الميزونات بالنسبة لمرجعها قبل انحلالها ، نجد أن المسافة المنظورة من الأرض تساوي

$$\begin{aligned} y_0 &= \frac{y}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \\ &= \frac{600}{\sqrt{1 - \frac{(0.998c)^2}{c^2}}} \text{ m} \\ &= \frac{600}{\sqrt{1 - 0.996}} \text{ m} \\ &= \frac{600}{0.063} \text{ m} \\ &= 9{,}500 \text{ m} \end{aligned}$$

وعليه ، على الرغم من قصر عمر الميزونات ، يمكن لهذه الجسيمات أن تصل سطح الأرض من ارتفاعات عالية جداً .

لندرس الآن المسألة من وجهة نظر مشاهد على الأرض . بالنسبة للارض ، الميزونات القادمة تأتي من ارتفاعات أقصاها y_0 في حين نتيجة لظاهرة تمدد الزمن يكون نصف عمر الميزون بالنسبة لهذا المرجع :

$$t = \frac{t_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$
$$= \frac{2 \times 10^{-6}}{\sqrt{1 - \frac{(0.998c)^2}{c^2}}} \text{ s}$$
$$= \frac{2 \times 10^{-6}}{0.063} \text{ s}$$
$$= 31.7 \times 10^{-6} \text{ s}$$

أي تقريباً 16 مرة أكبر من نصف عمر الميزون عندما يكون في حالة السكون . يستطيع الميزون المتحرك بسرعة $0.998c$ أن يقطع خلال الفترة $\text{In } 31.7 \times 10^{-6}$ s مسافة

$$y_0 = vt$$
$$= 2.994 \times 10^8 \text{ m/s} \times 31.7 \times 10^{-6} \text{ s}$$
$$= 9{,}500 \text{ m}$$

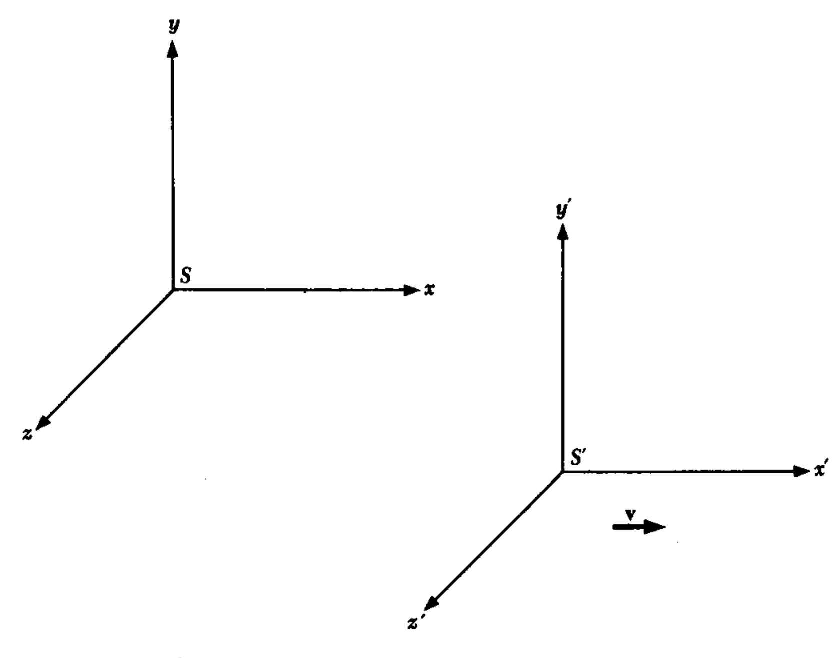
وهذه نفس المسافة التي حصلنا عليها سابقاً . لذا فإن استخدام أي من الطريقتين يعطينا نفس النتيجة .

١ – ٧ تحويلات لورنس THE LORENTZ TRANSF RMATION

لنفترض أننا في مرجع S نرى حدثا يقع في اللحظة t عند النقطة x, y, z ، ومشاهداخر في مرجع S' يتحرك بسرعة ثابتة v بالنسبة لـ S ، يرى نفس الحدث في اللحظة t' والنقطة x', y', z . (لتبسيط المسألة ، نفترض أن السرعة v هي بأتجاه $+x$ كما في الشكل (١ – ١١) . ما العلاقة التي تربط بين x, y, z, t و x', y', z', t' ؟

جواب هذا السؤال يبدو بديهيا لشخص لم يدرس النظرية النسبية الخاصة . حيث لو عرفنا الزمن في كل من المرجعين من لحظة تطابق نقطة أصل S مع S' ، فإن قياسات x في المرجع S تزيد بمقدار vt (المسافة التي يقطعها المرجع S' بأتجاه x) على قياسات S' . اي :

$$x' = x - vt$$



الشكل (١-١١) : مرجع S' يتحرك باتجاه x+ بسرعة بالنسبة لمرجع S .

$$x' = x - vt$$ (١-١١)

وبما أن ليس هناك حركة نسبية في الاتجاهين y و z نتوقع كذلك :

$$y' = y$$ (١ - ١٢)

$$z' = z$$ (١ - ١٣)

اضافة لذلك ، من تجاربنا اليومية نفترض أيضاً :

$$t' = t$$ (١ - ١٤)

المعادلات من (١ - ١١) الى (١ - ١٤) تدعى بتحويلات غاليلو *Galilean transformation*.

لتحويل مركبات السرعة من المرجع S الى المرجع S' ، على ضوء تحليلات غاليلو ، علينا أن نفاضل x' ، y' و z' في المعادلات(١-١١) الى(١-١٣) بالنسبة للزمن ، حيث نحصل :

$$v'_x = \frac{dx'}{dt'} = v_x - v$$ (١ - ١٥)

$$v'_y = \frac{dy'}{dt'} = v_y$$ (١ - ١٦)

$$v'_z = \frac{dz'}{dt'} = v_z \qquad (١ - ١٧)$$

بينما تحويلات غاليلو والتحويلات الناتجة عنها للسرع تتفق مع توقعاتنا الحدسية ، لكنها تتناقض مع فرضيتي النسبية الخاصة . الفرضية الأولى للنسبية الخاصة تتطلب معادلات متشابهة للظواهر الفيزياوية في جميع المراجع القصورية . في حين يؤدي تطبيق تحويلات غاليلو على المعادلات الكهرومغناطيسية الى معادلات مختلفة للمجالات الكهرومغناطيسية بالنسبة للمراجع المختلفة . الفرضية الثانية تنص على أن سرعة الضوء تأخذ نفس القيمة c في جميع المراجع . على حين ، ضمن تحويلات غاليلو ، لوكانت سرعة الضوء في المرجع S باتجاه x هي c ، لكانت سرعته في S' ، حسب المعادلة (١ - ١٥) . هي

$$c' = c - v$$

التي هي على طرف نقيض مع الفرضية الثانية . لذا يجب أن تكون هناك تحويلات تختلف عن تحويلات غاليلو لتحقيق فرضيات النسبية الخاصة . التحويلات الجديدة يجب أن تؤدي بصورة طبيعية الى ظاهرتي تمدد الزمن وتقلص الطول .

كتقدير جيد للعلاقة الجديدة بين x و x' هو أن نكتب

$$x' = k(x - vt) \qquad (١ - ١٨)$$

حيث k ثابت التناسب لايعتمد على x أو t ، لكنه يمكن أن يكون دالة لـ v . هذه المعادلة تنسجم مع الاعتبارات التالية :

١ . أنها خطية مع x و x' . عليه كما هو مطلوب ، كل حدث في المرجع S يقابله حدث واحد في المرجع S' ، والعكس بالعكس .

٢ . أنها صيغة بسيطة ويجب أن ندرسها قبل أن نفكر بصيغ أكثر تعقيداً .

٣ . أنها تعميم مباشر للمعادلة (١ - ١١) ، التي هي صحيحة في الميكانيك الأعتيادي .

لما كانت المعادلات الفيزياوية تأخذ نفس الصيغة في المرجعين S و S' ، لذلك علينا فقط أن نعكس اشارة v في المعادلة (١ - ١٨) (ذلك لنأخذ بنظر الأعتبار أختلاف اتجاه السرع النسبية) لنحصل على x بدلالة x' و t' . أي

$$x = k(x' + vt') \qquad (١ - ١٩)$$

كما هو الحال في تحويلات غاليلو ، ليس هناك سبب للاختلاف بين احداثي y و y' وبين z و z' العموديين على اتجاه الحركة . وعليه يجب أن يكون لدينا .

$$y' = y \qquad (١ - ٢٠)$$

$$z' = z \qquad (١ - ٢١)$$

لكن التوقيتين t و t' يمكن أن يكونا غير متساويين : حيث ، في الحقيقة . من تعويض x' من المعادلة (١ – ١٨) في المعادلة (١ – ١٩) نجد

$$x = k^2(x - vt) + kvt'$$

ومنها

$$t' = kt + \left(\frac{1 - k^2}{kv}\right)x \qquad (٢٢ - ١)$$

التي تبين اختلاف t من t'. المعادلات (١ – ١٨) و (١ – ٢٠) الى (١–٢٢) تتضمن تحويلات للاحداثيات تنسجم مع الفرضية الأولى للنسبية الخاصة .

الفرضية الثانية للنسبية الخاصة تساعدنا على تحديد المعامل k ، نفترض أنه عند اللحظة $t = t' = 0$، التي تمثل لحظة انطباق نقطتي أصل المرجعين S و S′ على بعضهما ، تنطلق فرقعة من نقطة أصل S و S′ المشتركة ، في حين هناك مشاهد في كل من المرجعين يقوم بقياس سرعة الضوء المنبعث . المشاهدان يجب أن يحصلا على نفس القيمة c لسرعة الضوء (الشكل ١ – ٧) . وهذا يعني أنه بالنسبة للمرجع S

$$x = ct \qquad (٢٣ - ١)$$

في حين بالنسبة للمرجع S′

$$x' = ct' \qquad (٢٤ - ١)$$

عوض عن (١ - 18) بـ عوض بـ (١ - 24) في (١ - 18) ثم عوض بالناتج في (١ - 22)

وبالتعويض عن x' و t' في المعادلة (١ – ٢٤) من المعادلتين (١–١٨) و(١–٢٢) ،

$$k(x - vt) = ckt + \left(\frac{1 - k^2}{kv}\right)cx$$

حيث منها نحصل على :

$$x = \frac{ckt + vkt}{k - \left(\frac{1 - k^2}{kv}\right)c}$$

$$= ct\left[\frac{k + \frac{v}{c}k}{k - \left(\frac{1 - k^2}{kv}\right)c}\right]$$

$$= ct\left[\frac{1 + \frac{v}{c}}{1 - \left(\frac{1}{k^2} - 1\right)\frac{c}{v}}\right]$$

هذه المعادلة تأخذ شكل المعادلة (١-٢٣) بشرط أن الكمية داخل القوسين الكبيرين تساوي واحداً . أي

$$\frac{1 + \frac{v}{c}}{1 - \left(\frac{1}{k^2} - 1\right)\frac{c}{v}} = 1$$

$$k = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \qquad (١-٢٥)$$

بتعويض قيمة k من المعادلة (١-٢٥) في المعادلتين (١-١٨) و(١-٢٢) نحصل على التحويلات التالية من المرجع S الى المرجع S' :

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \qquad (١-٢٦)$$

$$y' = y \qquad (١-٢٧)$$

$$z' = z \qquad (١-٢٨)$$

$$t' = \frac{t - \frac{vx}{c^2}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \qquad (١-٢٩)$$

هذه التحويلات تدعى بتحويلات لورنس *Lorentz transformation* . أول من حصل على هذه المعادلات هو الفيزياوي الهولندي H. A. Lorentz ، الذي برهن بأن عند استخدام هذه التحويلات ينتج أن المعادلات الكهرومغناطيسية تحتفظ بنفس الصيغة في جميع المراجع . بعد ذلك بعدة سنين أكتشف آينشتين Einstein أهمية هذه المعادلات بصورة كلية . نلاحظ أنّ تحويلات لورنس تأخذ صيغة تحويلات غاليلو عندما تكون السرعة النسبية v صغيرة جداً بالنسبة لسرعة الضوء .

يمكننا أن نحصل على تقلص الطول النسبي لجسم بصورة مباشرة من تحويلات لورنس . نفرض أن عصا ممتدة على طول المحور x' في المرجع المتحرك S' وأن مشاهداً في هذا المرجع يجد احداثيات نهايتي العصا x'_1 و x'_2 . أي أن الطول الحقيقي للعصا هو

$$L_0 = x'_2 - x'_1$$

لايجاد طول العصا في اللحظة t بالنسبة للمرجع الثابت S : $L = x_2 - x_1$ ، نستخدم

$$x'_1 = \frac{x_1 - vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

و

$$x'_2 = \frac{x_2 - vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

لذلك

$$L = x_2 - x_1$$
$$= (x_2' - x_1')\sqrt{1 - v^2/c^2}$$
$$= L_0\sqrt{1 - v^2/c^2}$$

وهذه تماماً نفس المعادلة (١ – ١٠) .

١ – ٨ مقلوب تحويلات لورنس

THE INVERSE LORENTZ TRANSFORMATION

في البند السابق قد حددنا طول العصا بالنسبة للمرجع الثابت ذلك بتعيين نهايتي العصا بالنسبة لذلك المرجع عند نفس اللحظة t . لذلك استطعنا استخدام المعادلة (١ – ٢٦) لايجاد L بدلالة L_0 و v . لكن لورغبنا دراسة تمدد الزمن ، فان المعادلة (١–٢٩) تكون غير ملائمة ذلك لأن الحدثين اللذين يحددان بداية ونهاية الفترة الزمنية t_1 و t_2 يكونان في موقعين مختلفين x_1 و x_2 بالنسبة للمرجع الثابت . في مثل هذه الحالات علينا أن نستخدم مقلوب تحويلات لورنس ، التي تعطينا العلاقة بين القياسات المأخوذة في المرجع S' بدلالة القياسات في S . يمكننا أن نحصل على مقلوب تحويلات لورنس من المعادلتين (١–٢٦) و(١–٢٩) بتبديل الكميات المؤشرة بعلامة الفتحة بالكميات غير المؤشرة واحلال v محل $-v$:

مقلوب تحويلات لورنس

$$x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \qquad (١ – ٣٠)$$

$$y = y' \qquad (١ – ٣١)$$

$$z = z' \qquad (١ – ٣٢)$$

$$t = \frac{t' + \frac{vx'}{c^2}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \qquad (١ – ٣٣)$$

لنفترض الآن أن ساعة موضوعة عند النقطة x' في المرجع المتحرك S' . فإذا كان الزمن المؤشر بواسطة الساعة الملاحظ من قبل مشاهد في S' هو t_1' فأن مشاهدا في المرجع S سوف يلاحظ هذا الزمن t_1 . حيث من المعادلة (١ – ٣١) نجد

$$t_1 = \frac{t_1' + \frac{vx'}{c^2}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

بعد مرور فترة زمنية t_0 بالنسبة للمشاهد في S' ، يصبح الزمن بالنسبة لهذا الشخص t_2' . حيث :

$$t_0 = t_2' - t_1'$$

لكن المشاهد في المرجع S سوف يلاحظ نهاية هذه الفترة الزمنية هي

$$t_2 = \frac{t_2' + \frac{vx'}{c^2}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

وعليه ، فإن طول الفترة الزمنية الملاحظة من قبل مشاهد في S تكون

$$t = t_2 - t_1$$
$$= \frac{t_2' - t_1'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

أو

$$t = \frac{t_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

هذه النتيجة تتفق تماماً مع النتيجة التي حصلنا عليها من تحليل عمل الساعة الضوئية .

١ – ٩ جمع السرع VELOCITY ADDITION

احدى فرضيات النسبية الخاصة تنص على أن سرعة الضوء c في الفراغ تأخذ نفس القيمة بالنسبة لجميع المراجع ، من غير أن تعتمد على سرع المراجع النسبية . ومن ناحية أخرى تشير توقعاتنا الحدسية الى أن كرة تقذف بسرعة 50 ft/s الى الأمام من سيارة متحركة بسرعة 80 ft/s ، تكون سرعتها بالنسبة للارض 130 ft/s . أي أنها تساوي مجموع السرعتين . وحسب هذا التقدير ، فإذا كانت سرعة شعاع ضوئي بإتجاه حركة المرجع S' ، المتحرك بسرعة v بالنسبة لمرجع ثان S ، هي c فإن سرعة الشعاع بالنسبة للمرجع S يجب أن تساوي $c + v$. لذلك لاتتفق تقديراتنا الحدسيّة في جميع الظروف مع الفرضية الثانية للنسبية الخاصة . لايجاد الصيغة الصحيحة لجمع السرع يجب أن تستخدم تحويلات لورنس .

لندرس حركة جسم بالنسبة لمرجعين S و S' في حالة حركة نسبية بينهما . ان مشاهداً في المرجع S يلاحظ المركبات الثلاث لسرعة الجسم هي

$$V_x = \frac{dx}{dt} \qquad V_y = \frac{dy}{dt} \qquad V_z = \frac{dz}{dt}$$

في حين تكون هذه المركبات بالنسبة لمشاهد في المرجع S' :

$$V_x' = \frac{dx'}{dt'} \qquad V_y' = \frac{dy'}{dt'} \qquad V_z' = \frac{dz'}{dt'}$$

بتفاضل مقلوب تحويلات لورنس نجد

$$dx = \frac{dx' + v\,dt'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$dy = dy'$$

$$dz = dz'$$

$$dt = \frac{dt' + \dfrac{v\,dx'}{c^2}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

عليه

$$V_x = \frac{dx}{dt}$$

$$= \frac{dx' + v\,dt'}{dt' + \dfrac{v\,dx'}{c^2}}$$

$$= \frac{\dfrac{dx'}{dt'} + v}{1 + \dfrac{v}{c^2}\dfrac{dx'}{dt'}}$$

$$= \frac{V'_x + v}{1 + \dfrac{vV'_x}{c^2}} \qquad (١ - ٣٤)$$

وبنفس الطريقة

$$V_y = \frac{V'_y\sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 + \dfrac{vV'_x}{c^2}} \qquad (١ - ٣٥)$$

$$V_z = \frac{V'_z\sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 + \dfrac{vV'_x}{c^2}} \qquad (١ - ٣٦)$$

الآن لنتصور أن شعاعاً ضوئياً ينبعث بإتجاه x' بسرعة c بالنسبة للمرجع S' ، حيث في هذه الحالة $V'_x = c$. بناء على المعادلة (١ - ٣٤) ، نجد أن سرعة الشعاع بالنسبة للمرجع S تساوي

$$V_x = \frac{V'_x + v}{1 + \dfrac{vV'_x}{c^2}}$$

$$= \frac{c + v}{1 + \dfrac{vc}{c^2}}$$

$$= \frac{c(c + v)}{c + v}$$

$$= c$$

أي أن سرعة الضوء في كلا المرجعين لها نفس القيمة .

ان للتحويلات النسبيّة للسرع نتائج غير متوقعة أخرى . على وجه المثال لنتصور أننا نجتاز بسرعة $0.5c$ سفينة فضائية تسير بالنسبة للارض بسرعة $0.9c$. لربما نستنتج لأول وهلة أن سرعتنا بالنسبة للارض هي $1.4c$ ، أي أنها أكبر من سرعة الضوء . لكن بتعويض $V'_x = 0.5c$ و $v = 0.9c$ في المعادلة (١-٣٤) ، نجد أن سرعتنا بالنسبة للارض يجب أن تساوي

$$V_x = \frac{V'_x + v}{1 + \frac{vV'_x}{c^2}}$$

$$= \frac{0.5c + 0.9c}{1 + \frac{(0.9c)(0.5c)}{c^2}}$$

$$= 0.9655c$$

التي هي أقلّ من سرعة الضوء c . لذلك نحتاج الى زيادة أقل من 10 ٪ من سرعة السفينة الفضائية (ذات سرعة $0.9c$) لكي نجتازها بسرعة $0.5c$

١ - ١٠ نسبية الكتل RELATIVITY OF MASS

لقد درسنا لحد الآن الظواهر الحركية للنسبية الخاصة . ان التأثيرات الداينامیكية ، بما في ذلك تغيّر الكتلة مع السرعة وعلاقة الكتلة بالطاقة ، لاتقل أهميّة عن الظواهر الحركية .

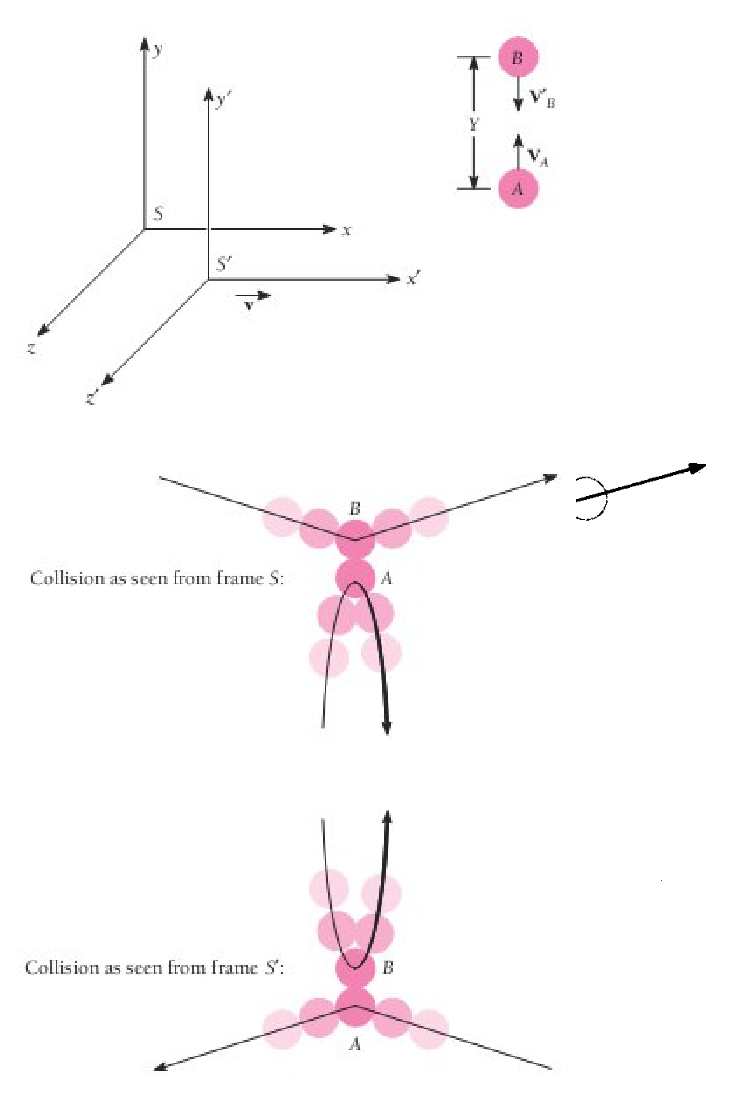
ندرس تصادما مرنا elastic collision (الذي تكون فيه الطاقة الحركية محفوظة) بين جسيمين (A) و(B) ، متكافئين بالصفات عندما يكونان ساكنين بالنسبة لبعضهما الاخر ، كما هو ملاحظ من قبل مشاهدين في مرجعين S و S' في حركة نسبية بينهما . المرجع S' يتحرك بالنسبة لـ S بسرعة v باتجاه $+x$ ، كما هو مبين في الشكل (١ - ١٢) .

نبدأ من الحالة التي يكون فيها الجسيم (A) في حالة سكون بالنسبة للمرجع S والجسيم B في حالة سكون بالنسبة للمرجع S' . في لحظة معيّنة ، يقذف A بأتجاه $+y$ بسرعة V_A ، على حين يقذف B بإتجاه $-y'$ بسرعة V'_B ، حيث

$$V_A = V'_B \qquad (١ - ٣٧)$$

وعليه فإن سلوك A بالنسبة للمرجع S يكافىء تماماً سلوك B بالنسبة للمرجع S' .

عندما يتصادم الجسيمان يرتد الجسيم A بأتجاه $-y$ بسرعة V_A في حين يرتد الجسيم B بأتجاه $+y'$ بسرعة V'_B . اذا قذف الجسيمان من على مسافة Y بينهما ، فأن مشاهداً في المرجع S يجد أن نقطة التصادم تقع عند $y = \frac{1}{2}Y$ ، في حين يجد مشاهد في المرجع S' أن نقطة التصادم تكون عند $y' = \frac{1}{2}Y$



الشكل (١ -١٢) : تصادم مرن مشاهد من قبل مرجعين مختلفين .

ولذلك فان زمن رحلة A مقاسة بالنسبة للمرجع S يكون

$$T_0 = \frac{Y}{V_A} \quad (١ - ٣٨)$$

وهذا يجب أن يساوي نفس زمن رحلة الجسيم B بالنسبة للمرجع S' ، أي

$$T_0 = \frac{Y}{V'_B}$$

من قانون حفظ الزخم بالنسبة للمرجع S نجد

$$m_A V_A = m_B V_B \quad (١ - ٣٩)$$

حيث m_A و m_B تمثلان كتلتي الجسيمين A و B ، على التوالي ، في حين أن V_A و V_B تمثلان سرعتي الجسيمين بالنسبة لنفس المرجع S . يمكن حساب السرعة بالنسبة للمرجع S من العلاقة .

$$V_B = \frac{Y}{T} \quad (١ - ٤٠)$$

حيث T هو الزمن اللازم لاكمال رحلة B بالنسبة للمرجع S . لكن زمن رحلة B بالنسبة للمرجع S' هو T_0 . عليه

$$T = \frac{T_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad (١ - ٤١)$$

وعلى الرغم من أن المشاهدين في المرجعين يرصدان نفس الحدث ، فانهما يختلفان حول طول الفترة الزمنية اللازمة للجسيم المقذوف ليتصادم ويرجع الى موقعه . بالتعويض عن T في المعادلة (١ - ٤٠) ، نجد

$$V_B = \frac{Y\sqrt{1 - v^2/c^2}}{T_0}$$

في حين من المعادلة (١ - ٣٨) لدينا

$$V_A = \frac{Y}{T_0}$$

وعليه بالتعويض عن V_A ، V_B من هاتين العلاقتين في المعادلة (١ - ٣٩ ، نجد

$$m_A = m_B\sqrt{1 - v^2/c^2} \quad (١ - ٤٢)$$

لكن الجسيمين A و B متكافئتان تماماً عندما يكونان ساكنين بالنسبة لبعضهما الآخر. لذلك ينتج من الفرق بين m_A و m_B ان قياسات الكتلة ، كما هو الحال لقياسات الطول والزمن ، تعتمد على السرعة النسبية بين المشاهد وماهو تحت المشاهدة .

في المثال كل من الجسيمين A و B يتحركان بالنسبة لـ S . لكي نحصل على العلاقة بين كتلة جسم m في حالة حركة وكتلته السكونية m_0 ، علينا ان ندرس حالة مشابهة تكون فيها السرعتان V_A و V'_B غير متناهيتين في الصغر . في هذه الحالة يرى مشاهد في المرجع S الجسيم B يقترب من A بسرعة v صانعا تصادما جانبيا glancing collision (حيث $V'_B \ll v$) ، ثم يستمر في حركته . في المرجع S تكون

$$m_A = m_0$$

و

$$m_B = m$$

بذلك

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} . \qquad (١ - ٤٣)$$

وعليه فان جسيم متحرك بسرعة v بالنسبة لمشاهد $'$ تكون اكبر من كتلته السكونية بنسبة $1/\sqrt{1 - v^2/c^2}$ هذه الزيادة في كتلة جسيم هي متبادلة ، حيث بالنسبة لمشاهد في المرجع S' يكون

$$m_A = m$$

و

$$m_B = m_0$$

صاروخ منطلق بالنسبة للارض يبدو أقل طولاً واكثر كتلة من صاروخ مشابه ثابت على الارض . في حين بالنسبة لمشاهد في الصاروخ المنطلق ، يبدو الصاروخ الثابت على الأرض أقصر وذا كتلة أكبر. (هذا التأثير، بطبيعة الحال، صغير جداً لحالة السرع الأعتيادية للصواريخ). الشكل (١ - ١٣) يوضح المعادلة (١ - ٤٣) .

لو عبرنا عن زخم الجسيم بالصيغة

$$mv = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \qquad (١ - ٤٤)$$

نجد ان قانون حفظ الزخم يبقى صحيحا في النسبية الخاصة كما في الفيزياء الكلاسيكية . لكن الصيغة الصحيحة لقانون نيوتن الثاني يجب ان تأخذ الشكل

$$F = \frac{d}{dt}(mv) \qquad (١ - ٤٥)$$

$$= \frac{d}{dt}\left[\frac{m_0 v}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}\right]$$

ان هذه العلاقة لاتكافىء الصيغة

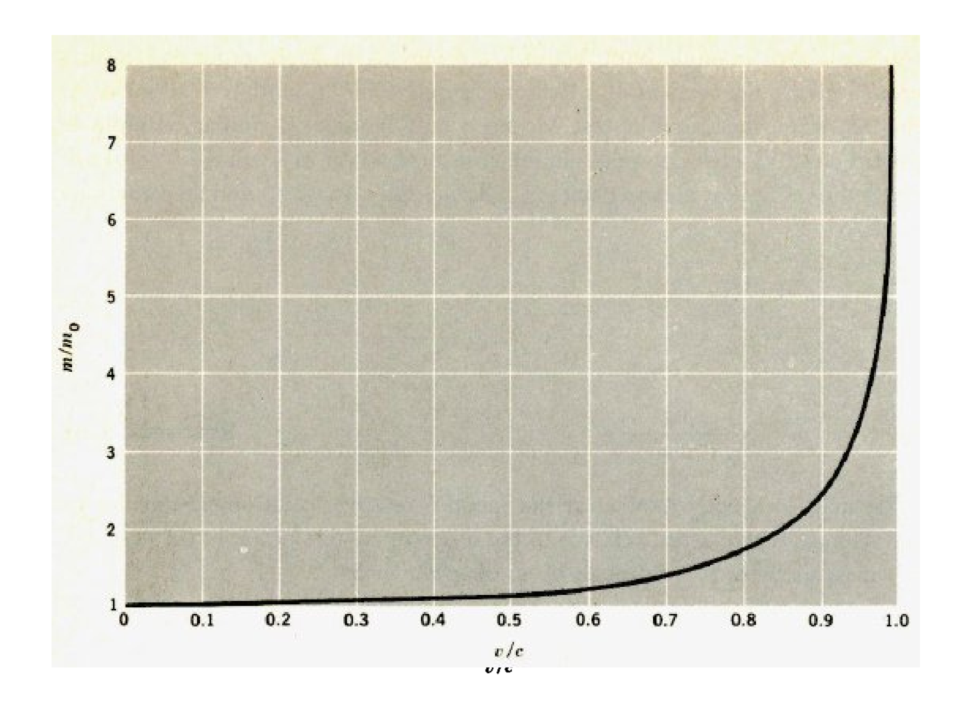
$$F = ma$$

$$= m\frac{dv}{dt}$$

حتى وان كانت m تمثّل الكتلة النسبية المبينّة في المعادلة (١ - ٤٣) ، ذلك لأن

$$\frac{d}{dt}(mv) = m\frac{dv}{dt} + v\frac{dm}{dt}$$

في حين $\frac{dm}{dt}$ لاتساوي صفرا اذا تغيرت سرعة الجسم مع الزمن . ان القوة المسلطة على جسم دائما تساوي سرعة تغيّر زخمه .



الشكل (١-١٣) : نسبية الكتلة .

يمكننا ملاحظة الزيادة النسبية في الكتلة فقط عندما تقترب سرعة الجسم من سرعة الضوء . عند سرعة 1 / 10 من سرعة الضوء يكون مقدار زيادة الكتلة 0.5% فقط في حين تزيد هذه الزيادة على 100% عند سرعة تساوي تسعة أعشار سرعة الضوء . فقط في حالة الجسيمات الذرية مثل الالكترونات ، البروتونات ، الميزونات ، وهكذا ، يمكن ان تكون السرعة عالية جدا حيث تظهر عندها التأثيرات النسبية . في هذه الحالة لايمكن تطبيق قوانين الفيزياء الاعتيادية . تاريخيا ، كان اول تحقيق للمعادلة (١ – ٤٣) هو اكتشاف بوحرر Bucherer في عام 1908 بان نسبة شحنة الالكترون الى كتلة e/m هي اصغر للالكترونات السريعة مما هي عليه للالكترونات البطيئة . ان علاقة الكتلة بالسرعة . مثل العلاقات الاخرى في النسبية الخاصة ، قد تم اثباتها عمليا من خلال تجارب عديدة وتعتبر اليوم احدى اركان الفيزياء الحديثة .

١–١١– علاقة الكتلة بالطاقة MASS AND ENERGY

اشهر العلاقات التي حصل عليها آينشتين من فرضيات النسبية الخاصة هي العلاقة بين الكتلة والطاقة . يمكن الحصول على هذه العلاقة بصورة مباشرة من تعريف الطاقة الحركية لجسم متحرك باعتبارها الشغل اللازم لتحريك الجسم من حالة السكون . أي

$$T = \int_0^s F\, ds$$

حيث F مركبة القوة المؤثرة باتجاه الازاحة ds في حين s هي المسافة التي تؤثر خلالها القوة . باستخدام الصيغة النسبية لقانون نيوتن الثاني في الحركة .

$$F = \frac{d(mv)}{dt}$$

نجد ان الطاقة الحركية تصبح

$$\begin{aligned} T &= \int_0^s \frac{d(mv)}{dt}\, ds \\ &= \int_0^{mv} v\, d(mv) \\ &= \int_0^{v} v\, d\left(\frac{m_0 v}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}\right) \end{aligned}$$

وباستخدام الصفة : $(\int x\, dy = xy - \int y\, dx)$,

$$T = \frac{m_0 v^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - m_0 \int_0^v \frac{v\,dv}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$= \frac{m_0 v^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} + m_0 c^2 \sqrt{1 - v^2/c^2}\,\Big|_0^v$$

$$= \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - m_0 c^2$$

$$= mc^2 - m_0 c^2 \qquad (١ - ٤٦)$$

ان المعادلة (١-٤٦) تنص على ان الطاقة الحركية للجسم تساوي الزيادة في كتلته نتيجة الحركة ، مضروبة في مربع سرعة الضوء .

دعنا نعيد كتابة المعادلة (١ - ٤٦) بالصيغة

$$mc^2 = T + m_0 c^2 \qquad (١ - ٤٧)$$

لذا لو اعتبرنا mc^2 الطاقة الكلية E للجسم ، لنتج ان طاقة الجسم عند السكون ، $T = 0$ تساوي m_0c^2 . المقدار m_0c^2 يدعى بالطاقة السكونية *rest energy* E_0 لجسم كتلته m_0 . وعليه فان المعادلة (١ - ٤٧) تأخذ الصيغة

$$E = E_0 + T$$

حيث

$$E_0 = m_0 c^2 \qquad (١ - ٤٨)$$

الطاقة السكونية .

بالاضافة الى اشكال الطاقة المتعارف عليها كالطاقة الحركية ، والكامنة ، والكهرومغناطيسية والحرارية ، هذه الطاقة يمكن أن تظهر على شكل كتلة (أي ذات تأثير قصوري) . ثابت التناسب بين الطاقة المقاسة بالجولات والكتلة المقاسة بالكيلوغرامات ، هو c^2 . أي أن كتلة كيلوغرام واحد من المادة تحوي على طاقة مقدارها 9×10^{16} J . حتى أنّ جزءاً صغيراً من المادة يكافىء كمية هائلة من الطاقة . وفي الحقيقة ان تحويل المادة الى طاقة هو مصدر الطاقات المتحررة في التفاعلات الكيمياوية والفيزياوية .

وبما أن الكتلة والطاقة كميتّان يعتمد بعضهما على بعض ، فإن قانون حفظ الطاقة وقانون حفظ المادة هما في الحقيقة قانون واحد : يمكن خلق أوفناء كتلة على شرط ان تفنى اوتخلق كمية مكافئة من الطاقة في نفس الوقت ، او بالعكس . الكتلة والطاقة هما مظهران لنفس الشيء .

عندما تكون السرعة v واطئة بالنسبة لسرعة الضوء c ، فان الطاقة الحركية للجسم يجب ان تأخذ الصيغة المعتادة $\frac{1}{2}m_0v^2$. دعنا نبرهن هذه الصفة . من نظرية ذي الحدين binomial theorem نجد انه عندما تكون الكمية x أقل بكثير من 1 ، فان

$$(1 \pm x)^n \approx 1 \pm nx$$

الصيغة النسبية للطاقة الحركية هي

$$T = mc^2 - m_0c^2$$
$$= \frac{m_0c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - m_0c^2$$

عندما v أصغر بكثير من c يكون $v^2/c^2 \ll 1$. وعليه باستخدام نظرية ذي الحدين نجد

$$T = (1 + \tfrac{1}{2}v^2/c^2)m_0c^2 - m_0c^2$$
$$= \tfrac{1}{2}m_0v^2$$

هذه النتيجة توضح انه عند السرع الواطئة تأخذ الطاقة الحركية النسبية نفس الصيغة الكلاسيكية. وفي الظروف الكلاسيكية تصبح الطاقة الكلية للجسم :

$$E = m_0c^2 + \tfrac{1}{2}m_0v^2$$

نجد من هذه الحسابات ان النظرية النسبية قد حققت مرة اخرى النتائج الكلاسيكية عند السرع الاعتيادية . في الحقيقة ان هذا التوافق هو نتيجة ان الصيغ العامة لقوانين الميكانيك هي نسبية ، في حين ان الميكانيك الكلاسيكي هو تقريب لتلك القوانين عند ظروف خاصة.
في كثير من الاحيان يكون من المناسب اعادة كتابة العلاقات النسبية السابقة بصيغ مختلفة اخرى . نورد بعض هذه العلاقات من دون برهان لسهولتها وعلى الطالب ان يتحقق منها بنفسه :

$$E = \sqrt{m_0{}^2c^4 + p^2c^2} \qquad (١ - ٤٩)$$

$$p = m_0c\sqrt{\frac{1}{1 - v^2/c^2} - 1} \qquad (١ - ٥٠)$$

$$T = m_0c^2\left(\frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - 1\right) \qquad (١ - ٥١)$$

$$\frac{v}{c} = \sqrt{1 - \frac{1}{[1 + (T/m_0c^2)]^2}} \qquad (١ - ٥٢)$$

$$\frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \sqrt{1 + \frac{p^2}{m_0{}^2c^2}} \qquad (١ - ٥٣)$$

$$= 1 + \frac{T}{m_0c^2} \qquad (١ - ٥٤)$$

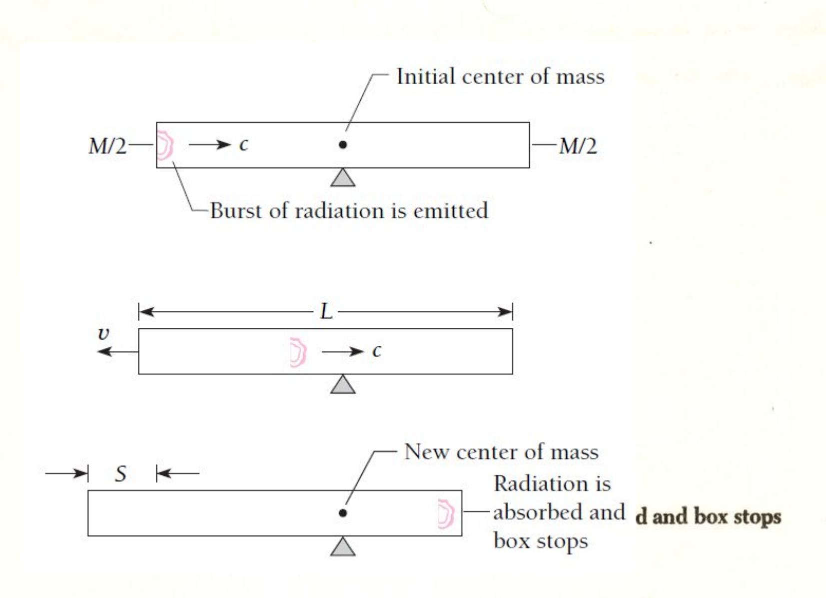
حيث p يمثل الزخم الخطي mv .

هذه العلاقة لها اهمية خاصة في الفيزياء النووية وفيزياء الجسيمات الاولية اعتياديا نحدد الطاقة الحركية للجسيم بدلا من سرعته . مثلا ، المعادلة (١ – ٥٢) تساعدنا على حساب v/c مباشرة من نسبة الطاقة الحركية للجسيم الى طاقته السكونية ، T/m_0c^2

١ – ١٢ – علاقة الكتلة بالطاقة : اشتقاق آخر

MASS AND ENERGY: ALTERNATIVE DERIVATION

يمكن برهنة تكافؤ الكتلة والطاقة بطرق عديدة اخرى . اشتقاق ممتع يختلف عن الاشتقاق السابق (وضع أيضا من قبل آينشتين) مستفيدا من الحقيقة ان مركز كتلة نظام معزول (لايتفاعل مع محيطه) لايتأثر بالتفاعلات التي تحدث داخله . نتصور صندوقا مغلقا تنبعث من أحدى جوانبه نبضة من الموجات الكهرومغناطيسية كما في الشكل (١ – ١٤) . الاشعاعات المنبعثة تحمل معها طاقة وزخما خطيا . لذا عند انبعاث الاشعاعات يرتد الصندوق الى الخلف لكي يبقى مجموع الزخم الخطي للنظام ثابتا .



الشكل (١–١٤) : طاقة اشعاع تمتلك كتلة قصورية .

عندما تصل الاشعاعات الى الطرف المقابل من الصندوق لتمتص هناك فان زخمها سوف يعادل زخم الصندوق مسببا توقفه . خلال فترة انتقال الاشعاعات بين طرفي الصندوق ، يتحرك الصندوق مسافة s ولكي يبقى مركز كتلة النظام ثابتا في نفس الموقع فان الاشعاعات يجب ان تحمل معها كتلة من الطرف الذي تنبعث منه الى الطرف الآخر. نحسب كمية الكتلة التي تنتقل مع الاشعاع على اساس ان مركز كتلة النظام يبقى ثابتا .

وللسهولة ، نفترض ان الاوجه الجانبية للصندوق عديمة الكتلة ، وان كتلة كل من طرفي الصندوق تساوي $\frac{1}{2}M$. دع طول الصندوق يساوي L بذلك فان مركز كتلة الصندوق يكون على مسافة $\frac{1}{2}L$ من كل من طرفيه . بناء على النظرية الكهرومغناطيسية ، نبضة اشعاعات كهرومغناطيسية ذات طاقة E تحمل معها زخما خطياً مقداره E/c . نفترض ان لهذه الطاقة كتلة مكافئة m . عند انبعاث الاشعاعات تصبح كتلة الصندوق $M - m$ بينما يرتد بسرعة v . من قانون حفظ الزخم نجد

$$p_{\text{box}} = p_{\text{radiation}}$$
$$(M - m)v = \frac{E}{c}$$

وعليه فإن سرعة ارتداد الصندوق تكون

$$v = \frac{E}{(M - m)c} \approx \frac{E}{Mc}$$

حيث m هي صغيرة جداً بالنسبة لـ M . ان زمن حركة الصندوق يساوي الزمن اللازم للاشعاعات لكي تصل الى الطرف المقابل من الصندوق . أي $t = L/c$ (ذلك بفرض أن $v \ll c$ حيث أن $m \ll M$) . خلال الزمن t يتحرك الصندوق الى اليسار مسافة $s = vt = EL/Mc^2$.

بعد توقف الصندوق تكون كتلة طرفه الايسر ($\frac{1}{2}M - m$) في حين تكون كتلة طرفه الايمن $\frac{1}{2}M + m$ ، ذلك بسبب انتقال الكتلة m المكافئة للطاقة E . ولما كان مركز كتلة النظام لايتأثر بانتقال الاشعاعات ينتج لدينا .

$$(\tfrac{1}{2}M - m)(\tfrac{1}{2}L + s) = (\tfrac{1}{2}M + m)(\tfrac{1}{2}L - s)$$

أو

$$m = \frac{Ms}{L}$$

وبالتعويض عن قيمة s المحسوبة سابقا نجد

$$m = \frac{E}{c^2}$$

أي أن الكتلة التي ترافق الطاقة E هي E/c^2 .

في هذه الاشتقاقات قد افترضنا ان الصندوق جسم صلب تماماً : أي أن الصندوق بأكمله يتحرك عندما تنبعث الاشعاعات وبأكمله يتوقف عندما تمتص هذه الاشعاعات . لكن في الحقيقة ليس هناك مثل هذه الاجسام الصلبة التي تحققّ الحالة المبيّنة . فعلى سبيل المثال ، تصل الاشعاعات التي تسير بسرعة الضوء الى الطرف الايمن من الصندوق قبل ان يبدأ ذلك الطرف بالحركة . ومع هذا ، عندما ناخذ بنظر الاعتبار السرعة المحدودة لموجات المرونة elastic waves في حسابات اكثر دقة ، نحصل على نفس النتيجة $m = E/c^2$

تمرينات

١ – جسيم نصف عمره عند السكون 10^{-7} s . اذا كانت سرعته عند تكوينه $0.99c$ ، ما المسافة التي يقطعها الجسيم قبل اضمحلاله ؟

٢ – تسير طائرة بسرعة 300 m/s (672 mi/h) . بعد أية فترة يختلف توقيت ساعة على ظهر الطائرة مع توقيت ساعة على سطح الارض بمقدار ثانية واحدة ؟

٣ – ما السرعة التي يجب ان تسير بها مركبة فضائية بالنسبة للارض لكي يمضي يومان بالنسبة للارض مقابل كل يوم في السفينة الفضائية ؟

٤ – سفينة فضائية تتحرك بسرعة $0.98c$ ما الوقت اللازم بالنسبة للارض لعقرب الدقائق لساعة موجودة في السفينة الفضائية كي يعمل دورة كاملة ؟

٥ – رائد فضاء طوله على الارض 6 ft ، يضطجع في سفينة فضائية تتحرك بسرعة $0.9c$ ، بوضعية موازية لحركة السفينة . ما طول الرائد بالنسبة لشخص آخر في نفس السفينة ؟ بالنسبة لشخص على الارض ؟

٦ – عصا طولها 1 m قذفت بسرعة عالية جدا لدرجة ان طولها قد تقلص الى 50 cm . ما مقدار سرعتها بـ mil/s ؟

٧ – سفينة فضائية طولها على الارض 100 m ، اصبح طولها عند الطيران 99 m . جد سرعة السفينة .

٨* – مشاهد يتحرك بالنسبة لمختبر باتجاه $+x$ بسرعة 2.9×10^8 m/s ، يشاهد جسما يتحرك باتجاه $-x$ بسرعة 2.998×10^8 m/s بالنسبة له . ما سرعة الجسم بالنسبة للمختبر ؟

٩*- شخص على القمر يشاهد سفينتين فضائيتين A و B مقبلتين نحوه من اتجاهين متعاكسين بسرعة $0.8c$ و $0.9c$ ، على التوالي .

(أ) ما السرعة التي يقترب بها شخص في السفينة A نحو القمر ؟ نحو السفينة B ؟

(ب) ما السرعة التي يقترب بها شخص في السفينه B نحو القمر ؟ نحو السفينة A ؟

١٠- من الممكن ان تكون سرعة الأثر الذي تتركه حزمة الالكترونات على شاشة جهاز التلفزيون اكبر من سرعة الضوء . لماذا لايتناقض هذا مع النسبية الخاصة ؟

١١*- رجل كتلته على الارض 100 kg . جلس في سفينة فضائية متحركة فاصبحت كتلته 101 kg بالنسبة لمشاهد على الارض . جد سرعة السفينة الفضائية .

١٢ *- ما السرعة التي يجب ان يتحرك بها الكترون لكي تكون كتلته مساوية للكتلة السكونية للبروتون ؟

١٣- جد سرعة الكترون طاقته 0.1-MeV في ضوء الميكانيك الكلاسيكي والميكانيك النسبي .

١٤- ما مقدار الكتلة التي يكتسبها بروتون عندما يعجّل الى طاقة حركية 500 MeV ؟

١٥*- ما مقدار الكتلة التي يكتسبها الكترون عندما يعجّل الى طاقة حركية مقدارها 500 MeV ؟

١٦ *- الطاقة الكلية لجسيم تساوي ضعف طاقته السكونية . جد سرعته .

١٧- ما الشغل اللازم لزيادة سرعة الكترون من 1.2×10^8 m/s to 2.4×10^8 m/s ؟

١٨- (أ)- كثافة مادة عند السكون تساوي ρ . جد الكثافة ρ' بالنسبة لمشاهد يتحرك بسرعة نسبية v

(ب)- اذا كانت الكثافة السكونية للذهب 19.3 g/cm^3 ما كثافته عندما يتحرك بسرعة $0.9c$ ؟

١٩- كميّة من الجليد في درجة حرارة 0°C تنصهر الى ماء في نفس الدرجة ، حيث نتيجتها تكتسب كتلة مقدارها 1 kg . ما كتلة الجليد الاصلية ؟

٢٠- كل كيلوغرام من الداينميت Dynamite يحرر عند انفجاره طاقة قدرها 5.4×10^6 J . ما نسبة الطاقة المتحررة الى الطاقة السكونية للداينميت ؟

٢١- الطاقة الشمسية تصل الى الارض بمعدل 1,400 W لكل متر مربع على سطح عمودي على اتجاه الشمس . ما الكتلة التي تفقدها الشمس في كل ثانية ؟ (نصف قطر فلك الارض حول الشمس 1.5×10^{11} m) .

٢٢- برهن على أن الكمية $\frac{1}{2}mv^2$ ، حيث $m = m_0/\sqrt{1 - v^2/c^2}$ ، لاتساوي الطاقة الحركية لجسيم يسير بسرعة عالية .

٢٣- جد الصيغة النسبية لقانون نيوتن الثاني $F = d(mv)/dt$. بدلالة $m_0, v, c,$ و dv/dt

٢٤- رائد سفينة فضائية يترك الأرض بسرعة $0.9c$. ، يعمل رحلة ذهاب واياب الى اقرب نجمة وهي التي على بعد اربع سنوات ضوئية . كم سيكون الرائد أصغر من اخيه التوأم على الارض عند رجوعه ؟ (السنة الضوئية هي المسافة التي يقطعها الضوء خلال سنة واحدة وتساوي 9.46×10^{15} m.)

٢٥- ضوء تردده ν ينبعث من مصدر . ومشاهد يبتعد عن المصدر بسرعة v ، يجد ان تردد الضوء يساوي ν' تصور ان المصدر كساعة تدقّ ν مرة في الثانية وتعطي نبضة ضوئية عند كل دقة . اثبت أن

$$\nu' = \nu \sqrt{\frac{1 - v/c}{1 + v/c}}$$

هذه الظاهرة تمثلّ ظاهرة دوبلر الطولية *longitudinal doppler effect* للضوء (اذا كانت حركة المشاهد بأتجاه المصدر علينا تبديل كل v بـ $-v$) لماذا تختلف هذه النتيجة عن النتائج المألوفة في حالة الموجات الصوتية في الهواء ؟

٢٦- ظاهرة دوبلر المستعرضة *transverse doppler effect* تخص تغيّر تردد الضوء بالنسبة لمشاهد في حركة نسبية عمودية على انتشار الموجة (لاحظ في المسألة السابقة ان المشاهد يتحرك بموازاة انتشار الموجة). اثبت ان لهذه الحالة

$$\nu' = \nu \sqrt{1 - v^2/c^2}$$

هذه النتيجة ليس لها مرادف كلاسيكي .

٢٧- توأم A يعمل رحلة ذهاب واياب بسرعة $0.8c$ الى نجمة تبعد اربع سنوات ضوئية في حين يبقى التوأم B ساكنا على الارض . كل من التوأمين يرسل اشارة الى اخيه مرة واحدة في كل سنة حسب توقيته الخاص . (أ) ما عدد الاشارات التي يرسلها A خلال رحلته ؟ ما عدد الاشارات التي يرسلها B ؟ (ب) استخدم علاقة ظاهرة دوبلر في المسألة (٢٥) لتحليل التباين بين العددين . كم عدد الاشارات التي يستلمها A خلال رحلته ؟ ماالعدد الذي يستلمه B ؟ هل هذان العددان يتفقان مع العددين في الفرع (أ) من هذه المسألة ؟

الفصل الثاني

الصفات الجسيمية للموجات

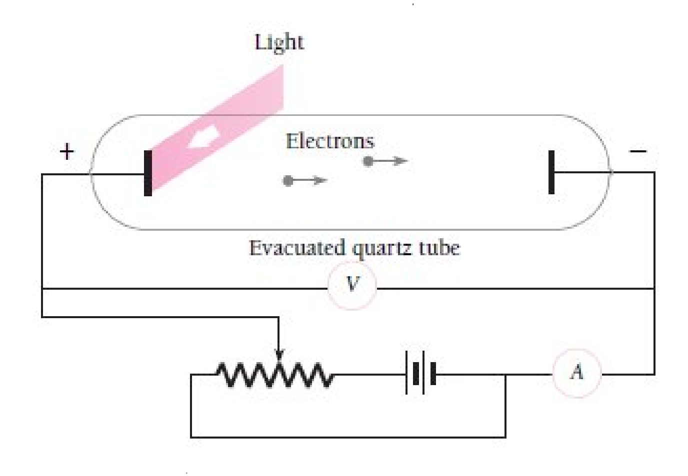
في تجاربنا اليومية ليس هناك غموض حول تصور الجسيم والموجة . ظاهريا هناك صفة واحدة مشتركة بين حجر ساقط في بركة ، وموجات الماء المنتشرة ، هو أن كليهما ينقل طاقة وزخماً من موضع الى آخر . ان الفيزياء الكلاسيكية ، التي تعكس الحقائق الفيزياوية التي نعيشها ، تعالج الجسيمات *particle* والموجات *wave* باعتبارهما حالتين منفصلتين في الطبيعة . وميكانيك الجسيمات وبصريات الموجات يعالجان اعتيادياً بصورة منفصلة ، اذ أن لكل منهما تجارب وفرضيات خاصة به .

ان الحقائق الفيزياوية التي نلاحظها تنشأ من ظواهر العالم المجهري للذرات ، والجزيئات ، والالكترونات والنوى وفي هذا العالم ليس هناك صورة واضحة لمفهومي الجسيمات والموجات . ومن المعتاد أن نعتبر الالكترونات في الاجهزة المتداولة كالتلفزيون، كجسيمات لكونها تحوي على شحنة وكتلة وتتبع قوانين الميكانيك الاعتيادية للجسمات لكننا سوف نجد حقائق كثيرة أخرى تدعم الصفة الموجية wave property للالكترونات المتحركة. نعتبر الضـوء كموجـات، ذلـك لكونـه في ظروف ملائمة يظهر صفات الحيـود diffraction، والتداخل interference والاستقطاب polarization. .

في حين نجد تحت ظروف اخرى انّ الضوء يتصرف كما لو أنه سيل من الجسيمات . ان ازدواجية الجسيمات والموجات wave-particle duality والنسبية الخاصة يشكلان ركنين أساسيين للفيزياء الحديثة . في هذا الكتاب نجد أن هناك استدلالات قليلة جداً التي لاتشير بصورة مباشرة أو غير مباشرة الى هاتين النظريتين .

٢–١ الظاهرة الكهروضوئية THE PHOTOELECTRIC EFFECT

سلسلة من التجارب أجريت في نهاية القرن التاسع عشر أوضحت ان الالكترونات تنبعث من سطوح المعادن عندما يسقط عليها ضوء بتردد عال نسبيا (لجميع المعادن عدا المعادن القلوية alkali metals ، نحتاج الى ضوء في منطقة فوق البنفسجية ultraviolet light) . هذه الظاهرة تعرف بظاهرة الكهروضوئية *photoelectric effect* . الشكل (٢–١) يوضح الجهاز الذي استخدم في تجارب دقيقة لهذه الظاهرة . الجهاز يتكون من انبوبة مفرغة تحوي على قطبين poles متصلين بدائرة خارجيه كالمبّينة في الشكل . الصفيحة المعدنية المشمعة تعمل كقطب موجب anode .



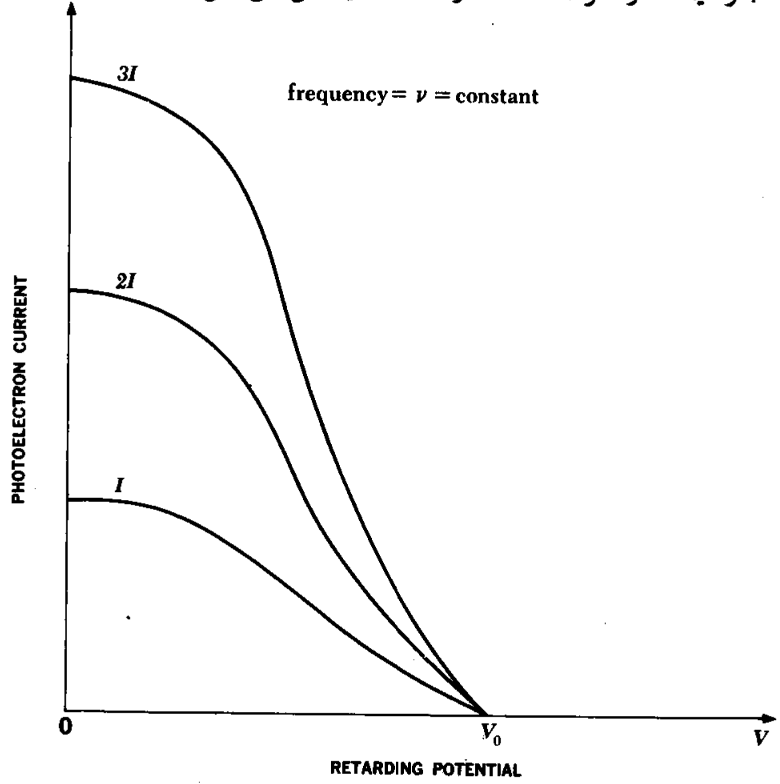
الشكل (٢–١) تجربة الظاهرة الكهروضوئية .

بعض الالكترونات المنبعثة كهروضوئيا يكون لها طاقة كافية تجعلها تصل القطب السالب cathode ، بالرغم من قطبيته السالبة . هذه الالكترونات تسبب تياراً يمكن قياسه بواسطة أميترمربوط في الدائرة . كلما زاد الجهد المعرقل V ، قل عدد الالكترونات التي تصل الكاثود وبذلك تقل قيمة التيار . أخيراً عندما V تساوي فولتيه العتبة V_0 (بحدود بضعة فولتات) أو أكبر ، يصبح التيار صفراً .

والحقيقة هي ان وجود الظاهرة الكهروضوئية ليس مدهشاً . اذ أن الضوء يحمل طاقة ؛ وان جزأ من الطاقة الممتصة من قبل المعدن يمكن ان تتركز بطريقة ما في الالكترونات ، لتظهر ثانية على شكل طاقة حركية . لكن عندما نتمحص النتائج التجريبية نجد أن ظاهرة الكهروضوئية لا يمكن أن تفسر بهذه السهولة .

وأحدى صفات الظاهرة الكهروضوئية التي حيّرت مكتشفيها ، هي ان توزيع طاقة الالكترونات المنبعثة (الالكترونات الضوئية photoelectrons) لا يعتمد على شدة الضوء : ان حزمة ضوء قوية تولّد عدداً أكبر من الالكترونات الضوئية مما تولده حزمة ضعيفة بنفس التردد ، لكن معدل طاقة الالكترونات المنبعثة هو نفسه في كلتا الحالتين (الشكل ٢ - ٢) . كذلك ، بحدود دقة التجربة (حوالي 10^{-9} s) ليس هناك فاصل زمني بين سقوط الضوء على سطح المعدن وانبعاث الالكترونات الضوئية . هذه النتائج لا يمكن تفسيرها على أساس النظرية الكهرومغناطيسية للضوء .

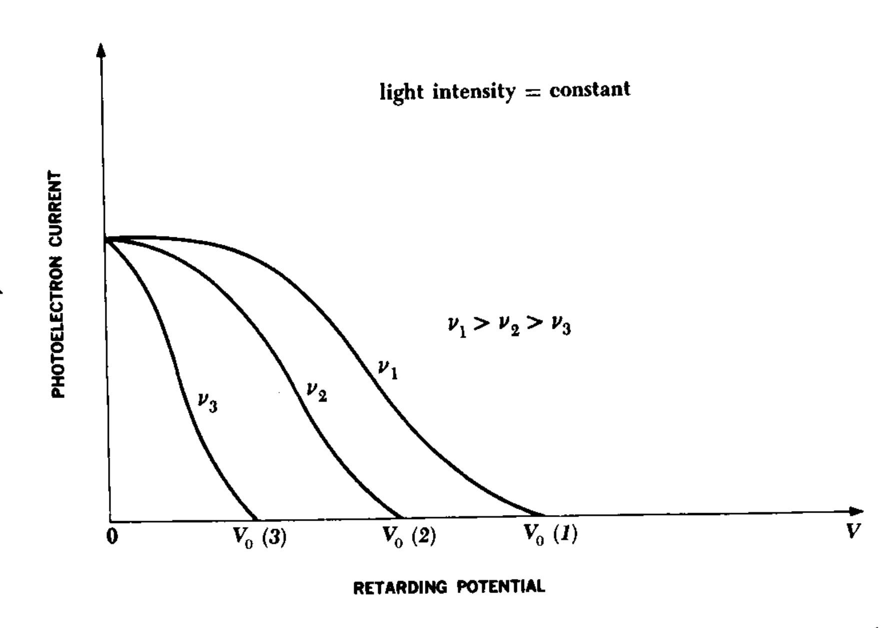
دعنا ندرس ما يحدث لو سقط ضوء بنفسجي على سطح معدن الصوديوم ، كما في الشكل (٢-١) . في هذه الحالة يتولّد تيار الكترونات ضوئية يمكن التحسس به اذا ما امتص سطح المعدن طاقة كهرومغناطيسية 10^{-6} W/m^2 (بطبيعة الحال شدة الضوء اللازم يجب أن تكون أكثر بكثير من هذا المقدار ، ذلك لان الصوديوم هو عاكس جيد للضوء) . الآن ، هناك 10^{19} ذرة في شريحة من معدن الصوديوم سمكها ذرة واحدة ومساحتها متر مربع واحد . وعليه ، لو افترضنا ان الضوء الساقط يمتص من قبل الطبقات العشره العليا



الشكل (٢- ٢) : تيار الالكترونات الضوئية يتناسب مع شدة الضوء المستخدم عند كل جهد معرقل . فولتية العتبة V_0 هي نفسها لشدات الضوء المختلفة ، وتردد الضوء يبقى نفسه .

لذرات الصوديوم ، لوجدنا ان الطاقة $10^{-6}\ W/m^2$ تتوزع بين 10^{20} ذرة . بذلك كل ذرة تحصل بالمعدل على طاقة $10^{-26}\ W$ ؛ اي أقل من $10^{-7}\ eV/s.$. من هـذا نستنتج ان الالكترون يحتاج الى $10^7\ s,$ ، أي حوالي سنة كاملة ، لكي يكتسب طاقة بحدود $1\ eV$ ، أي الطاقة المشاهدة عملياً للالكترونات الكهروضوئية ! خلال الزمن $10^{-9}\ s$ (الذي يمثل الفاصل الزمني الاقصى بين سقوط الضوء وانبعاث الالكترونات الضوئية) يكتسب الالكترون ، وفق النظرية الكهروغناطيسية ، طاقة مقدارها $10^{-16}\ eV$ فقط . حتى لو افترضنا وجود عملية رنين resonance من نوع معين لتفسير لماذا بعض الالكترونات تكتسب طاقة أكثر من الالكترونات الاخرى ، نجد أن الالكترون المحظوظ لا يمكن أن يكتسب طاقة أكثر من 10^{-10} من الطاقة المشاهدة عملياً .

من الغريب ايضاً بالنسبة للنظرية الموجية ، اننا نجد أن طاقة الالكترونات تعتمد على تردد الضوء المستخدم (الشكل ٢-٣) . عند ترددات اقل من تردد العتبة threshold frequency الذي يميز المعادن المختلفة بعضها عن بعض ، لا ينبعث أي الكترون . وفوق

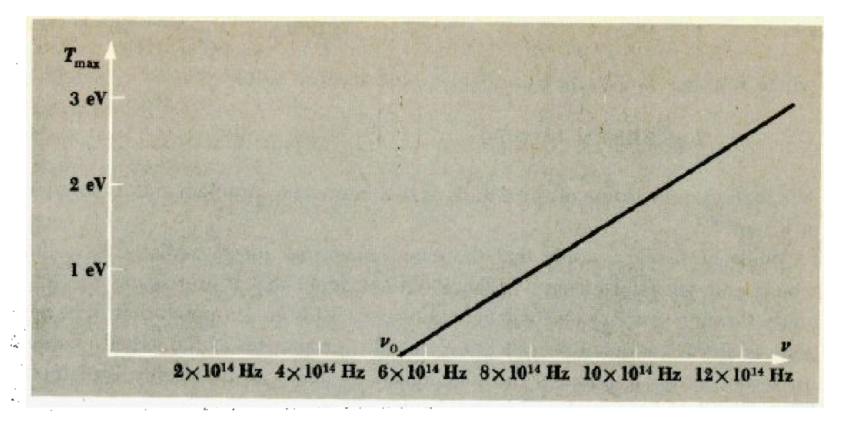


الشكل (٢-٣) : فولتية العتبة V_0 تعتمد على تردد الضوء ν . في حالة الفولتية المعرقلة $V = 0$ ، نجد ان تيارالالكترونات الضوئية له نفس القيمة لشدة ضوء معينة من دون الاشارة الى التردد .

تردد العتبة ، الالكترونات الضوئية تمتلك طاقة تمتد من الصفر الى قيمة قصوى معينة . الطاقة القصوى تزداد خطيا بزيادة تردد الضوء . الترددات العالية تؤدي الى زيادة الطاقة العظمى ، في حين تؤدي الترددات الواطئة الى نقصان قيمة هذه الطاقة . وعليه فان ضوءاً ازرق خافتاً يولد الكترونات بطاقة أعلى مما يولده ضوء احمر ساطع . هذا على الرغم من أن عدد الالكترونات المنبعثة في الحالة الاخيرة اكثر مما هو عليه في الحالة الاولى .

في الشكل (٢-٤) خط بياني بين الطاقة العظمى T_{max} للالكترون الضوئي والتردد ν لضوء ساقط على سطح صوديوم . من الواضح ان العلاقة بين T_{max} والتردد ν هي تناسبية يمكن كتابتها بالشكل

$$T_{max} = h(\nu - \nu_0) = h\nu - h\nu_0 \quad (٢-١)$$



الشكل (٢-٤) : طاقة الالكترون الضوئي العظمى كدالة لتردد الضوء الساقط على سطح الصوديوم .

حيث ν_0 تردد العتبة الذى ـونه لا ينبعث أي الكترون ، h كمية ثابتة $h = 6.626 \times 10^{-34}$ J-s لا تعتمد على ν_0 أو نوع المعدن المستخدم .

٢-٢ النظرية الكمية للضوء THE QUANTUM THEORY OF LIGHT

النظرية الكهرومغناطيسية للضوء تفسر عدداً كبيراً من الظواهر تجعلها تنطوي على مقدار لا بأس به من الصحة . وعلى الرغم من ذلك ، فان هذه النظرية هي تماماً على نقيض الظاهرة الكهروضوئية. في عام 1905 اكتشف آينشتين بان معضلة ظاهرة الكهروضوئية يمكن تفسيرها باستخدام فكرة عالم الفيزياء النظرية الالماني ماكس بلانك Max Planck ،

المقترحة قبل خمس سنوات من ذلك الوقت . بحث بلانك في تفسير صفات الاشعاعات التي تنبعث من اجسام حارة لدرجة الاضاءة luminous ،والتي كانت معضلة يصعب تفسيرها . حيث استطاع اشتقاق معادلة لطيف هذه الاشعاعات (أي ، الشدة النسبية للالوان المختلفة في الطيف) كدالّة لدرجة حرارة الجسم ، ذلك بفرض أن الاشعاعات تنبعث بصورة متقطعة على شكل دفعات من الطاقة . هذه المعادلة تتفق مع النتائج العملية بصورة دقيقة وسميت دفعات الطاقة هذه بالكمّات quanta . لقد افترض بلانك ان الكمّات التابعة لنفس التردد ν للضوء تمتلك نفس الطاقة ، وأن هذه الطاقة E تتناسب مع ν . أي

$$E = h\nu \qquad \text{طاقة الكم} \qquad (٢-٢)$$

حيث h ، يدعى بثابت بلانك ، له القيمة العملية $h = 6.626 \times 10^{-34}$ J-s في الفصل التاسع سوف ندرس مسألة الاشعاعات المنبعثة ببعض التفصيل .

لقد كان على بلانك ان يفترض بان الطاقة الكهرومغناطيسية تنبعث على شكل متقطع من الجسم الحار . لكنه لم يشك بأن هذه الاشعاعات تنتشر في الفضاء بصورة مستمرة وعلى شكل موجات كهرومغناطيسية . في حين لم يعتبر آينشتين بأن الضوء ينبعث على شكل كمّات فقط ، بل افترض ايضا ان الضوء ينتشر في الفراغ على شكل سيل من الكمّات . بهذه الفرضية تمكن آينشتين تفسير ظاهرة الكهروضوئية بسهولة . المعادلة التجريبية (٢-١) يمكن كتابتها بالصيغة .

$$h\nu = T_{\max} + h\nu_0 \qquad \text{ظاهرة الكهروضوئية} \qquad (٢-٣)$$

فرضية آينشتين تعني ان الحدود في المعادلة (٢-٣) لها التفسير التالي :

$h\nu$ = الطاقة التي يمتلكها كل من الكمات للضوء الساقط .

$T_{\max}$ = الطاقة العظمى للالكترون الضوئي .

$h\nu_0$ = الطاقة الدنيا اللازمة لفصل الكترون من سطح المعدن المشعع . يجب ان تكون هناك طاقة دنيا معينة يكتسبها الالكترون لكي ينبعث من سطح المعدن ، والا فأن الالكترونات سوف تتدفق من السطح حتى مع عدم وجود ضوء . الطاقة $h\nu_0$ التي تميز سطحاً معيناً ، تدعى بدالة الشغل work function . عليه فأن المعادلة (٢-٣) تنص على ان طاقة الكم = طاقة الالكترون العظمى + دالة الشغل للسطح .

من الممكن ان نفهم لماذا لاتمتلك جميع الالكترونات الضوئية نفس الطاقة ، بل تنبعث بطاقات مختلفة محصورة بين الصفر و $T_{\max}$ ؛ ذلك ان الطاقة $h\nu_0$ هي الشغل اللازم لرفع الكترون من اقرب مستوى طاقة في المعدن في حين نحتاج الى طاقة اكبر لرفع الكترون في مستوى طاقة اعمق .

صحة هذا التفسير لظاهرة الـكهروضوئية ، تتحقق من دراسة انبعاث الالكترونات حراريا Thermionic emission . كان معروفا منذ زمن طويل بأن وجود جسم حار جدا يزيد من قابلية التوصيل الـكهربائي للهواء المجاور . وفي نهاية القرن التاسع عشر اكتشف بأن سبب هذه الظاهرة هو انبعاث الالكترونات من هذا الجسم . ظاهرة الانبعاث الحراري للالكترونات هي اساس عمل اجهزة كثيرة كأنبوبة الاشعة الـكاثودية في التلفزيون . في هذه الانبوبة مثلا هناك فتيلة معدنية او كاثود مطلي بشكل خاص يعطي سيلا كثيفاً من الالكترونات عند تسخينه لدرجات حرارة عالية . ومن الطبيعي ، ان الالكترونات المنبعثة تكتسب طاقتها من الطاقة الحرارية لجسيمات المعدن . لكن علينا ان نتوقع بان الالكترونات يجب ان تمتلك طاقة اعلى من قيمة دنيا لكي تهرب من سطح المعدن . القيمة الدنيا لهذه الطاقة قد تم قياسها لعدد من المعادن ، ووجد ان قيمتها دائما قريبة من دالة الشغل للمعدن. في حالة الانبعاث الضوئي للالكترونات ، الفوتونات الضوئية photons تجهز الطاقة اللازمة لهروب الالكترونات . في حين في الانبعاث الحراري للالكترونات ، الحرارة تعمل على تجهيز هذه الطاقة . وفي كلتا الحالتين ، تكون العمليات الفيزياوية المتضمنة انبعـاث الالكترونات من سطح المعدن متشابهة .

دعنا نستخدم المعادلة (٢-٣) لحالة خاصة . دالة الشغل للبوتاسيوم هي 2.2 eV . ماهي الطاقة العظمى بالالكترون — فولت للالكترونات الضوئية المنبعثة ، عندما يسقط ضوء أشعة فوق البنفسجية بطول موجي 3,500 Å (1 Å =10⁻¹⁰ m) على سطح البوتاسيوم ؟ من المعادلة (٢-٣) $T_{max} = h\nu - h\nu_0$. لما كانت $h\nu_0$ مقدرة بالالكترون — فولت ، فعلينا ان نحسب طاقة الـكم $h\nu$ لطول موجي 3,500-Å . هذه الطاقة تساوي

$$h\nu = \frac{hc}{\lambda}$$

$$= \frac{6.63 \times 10^{-34}\ \text{J-s} \times 3 \times 10^{8}\ \text{m/s} \times 10^{10}\ \text{Å/m}}{3{,}500\ \text{Å}}$$

$$= 5.7 \times 10^{-19}\ \text{J}$$

لتحويل هذه الطاقة من الجول الى الالكترون — فولت ، نتذكر ان

$$1\ \text{eV} = 1.6 \times 10^{-19}\ \text{J}$$

عليه

$$h\nu = \frac{5.7 \times 10^{-19}\ \text{J}}{1.6 \times 10^{-19}\ \text{J}}$$

$$= 3.6\ \text{eV}$$

لهذا ، فالطاقة العظمى للالكترون الضوئي تكون

$$T_{\max} = h\nu - h\nu_0$$
$$= 3.6 \text{ eV} - 2.2 \text{ eV}$$
$$= 1.4 \text{ eV}$$

ان الفكرة القائلة بأن الضوء ينتشر على شكل دفعات صغيرة من الطاقة (اعتياديا تدعى بالفوتونات) تماما تناقض النظرية الموجية للضوء . النظرية الاخيرة ، التي فسرت عددا كبيرا الظواهر الضوئية — وخاصة الحيود والتداخل — هي احدى نظريات الفيزياء الثابتة . اقتراح بلانك بأن الضوء المنبعث من جسم حار يكون على شكل كمات متقطعة ، لايناقض فكرة نشار الضوء كموجات . لكن اقتراح آينشتين في عام 1905 بأن الضوء ينتشر في الفضاء على شكل فوتونات منفصلة ، قد تجاوز تفكير معاصريه . حسب النظرية الموجبة ، تنتشر الموجات الضوئية من مصدر بنفس الطريقة التي تنتشر بها الموجات على سطح ماء بركة عندما يسقط فيها حجر . الطاقة التي ينقلها الضوء وفق هذا التمثيل ، تكون متوزعة بصورة مستمرة في الموجة . من ناحية اخرى ، حسب النظرية الـكمية quantum theory ، ينتشر الضوء من المصدر على شكل كمات صغيرة جدا يمكن امتصاصها من قبل الـكترون واحد . ومما يجلب الانتباه ان النظرية الـكمية للضوء تعالج الضوء باعتباره جسيمات في حين تشير بصورة مباشرة الى تردد الضوء ν الذي هو صفة موجية بحت .

ان النظرية الكمية للضوء لاقت نجاحا كبيرا في تفسير ظاهرة الكهروضوئية . هذه النظرية تتنبأ بصورة صحيحة بأن الطاقة العظمى للالكترون الضوئي تعتمد على تردد الضوء الساقط وليس على شدته ، وايضا تفسر لماذا حتى الضوء الضعيف جدا يستطيع ان يبعث الكترونات . هذه النتائج هي على نقيض توقعات النظرية الموجية للضوء . النظرية الموجية لاتستطيع تفسير لماذا يجب أن يكون هناك تردد عتبة : أي ، عندما نستخدم ضوءا ذا تردد واطيء لاتنبعث أي الكترونات ضوئية ، بغض النظر عن شدة الضوء المستعمل . لكن هذه الظاهرة تنتج بصورة طبيعية من النظرية الكمية .

أي النظريتين تكون صحيحة ؟ هناك عدد كبير من الفرضيات الفيزياوية التي تحورت أو أهملت كليا عندما وجدت تتناقض مع النتائج العملية . لكن لم يحدث أن اتبعنا نظريتين مختلفتين تماما لتفسير نفس الظاهرة الفيزياوية . الحالة هنا تختلف تماما من العلاقة بين الميكانيك النسبي وميكانيك نيوتن ، حيث الأخير هو تقريب للاول ؛ اذ ليس هناك أي طريقة لاشتقاق الصفة الكمية للضوء من الصفة الموجية ، أو العكس .

في ظرف معين يظهر الضوء اما صفة موجية أو صفة جسيمية ، ولكن ليس كلاهما آنيا . نفس حزمة الضوء المحادة بواسطة محزز الحيود ، تستطيع أن تبعث الكترونات من سطح معدن . لكن نلاحظ أن عملية الحيود وانبعاث الالكترونات الضوئية تتم بصورة منفصلة .

النظريـة الموجيـة للضوء والنظريـة الكمية تكمل بعضهـا الآخر ... نظريـة الموجـات الكهرومغناطيسية تفسر انتشار الضوء في الفضاء ، في حين تفسر فكرة الفوتونات تفاعل الضوء مع المادة . ليس هناك أي طريقة نتجنب بها اعتبار الضوء كسيل من جسيمات منفصلة في بعض الاحيان ، وكموجات في احيان اخرى . ولا يمكن تصور الصفة الحقيقية للضوء على اساس تجاربنا اليومية . فعلينا ان نقبل كلتا النظريتين الموجية والكمية على الرغم من تناقضهما باعتبارهما اقرب وصف كامل للضوء .

٢-٣ الاشعة السينية X RAYS

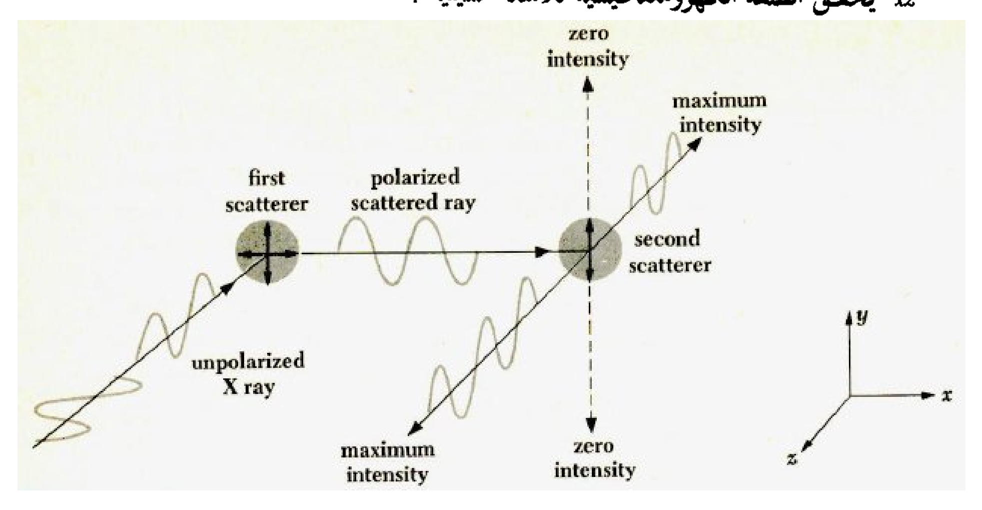
ظاهرة الكهروضوئية تعمل على نقل طاقة الفوتونات الى الالكترونات . هل العملية المعاكسة ممكنة أيضا ؟ أي ، هل من الممكن أن يتحول بعض أوكل الطاقة الحركية لالكترون متحرك الى فوتونات ؟ في الحقيقة ان معكوس ظاهرة الكهروضوئية قد اكتشفت عمليا (لكن بدون معرفة سببها) قبل الاكتشافات النظرية لبلانك وآينشتين

في عام 1895 لاحظ ويلهلم رونتكن Wilhelm Roentgen بان اشعاعات قوية ذات طبيعة مجهولة تتكون عندما تصطدم الكترونات سريعة مع جسم مادي . هذه الأشعة (تدعى بالاشعة السينية) وجدت تتحرك بخط مستقيم ، ولاتتأثر بالمجالات الكهربائية والمغناطيسية ، وتنفذ خلال مواد حاجبة للضوء ، تسبب توهج المواد الفسفورية وتؤثر على الافلام الفوتوغرافية . وكلما زادت سرعة الالكترونات المسببـة ، زادت نفوذية الأشعة السينية المتكونة . في حين بزيادة عدد تلك الالكترونات تزداد شدة حزمة هذه الاشعة

بعد فترة قصيرة من هذا الاكتشاف ، تبلور أن الاشعة السينية هي موجات كهرومغناطيسية . في الحقيقـة . وفـق النظرية الكهرومغناطيسية . شحنة كهربائية متعجلة تشع موجات كهرومغناطيسية . في حين ينتج التوقف الفجائي للالكترون المصطدم من تعجيل تباطئي كبير. أن الاشعاع المتكون بهذه الطريقة يطلق عليه اشعاع التوقف *bremsstrahlung* . ويعزى عدم انكسار الاشعة السينية الى طول موجتها القصيرة ، التي تقع دون منطقة الاشعة فوق البنفسجية . اذ ان معامل انكسار مادة يتناقص الى واحد كلما قـل طول موجـــة الاشعــاع .

الصفة الكهرومغناطيسية للاشعة السينية قد أثبتت عملياً في عام 1906 من قبل باركلا Barkla ذلك بتوضيح استقطابها polarization . تجربة باركلا موضحة في الشكل (٥-٢) . نحلل هنا هذه التجربة التأريخية على اساس أن الاشعة السينية موجات كهرومغناطيسية . في يسار الشكل حزمة اشعة سينية غير مستقطبة unpolarized ،

تسقط على قطعة صغيرة من الكاربون باتجاه $-z$. هذه الاشعة تشتت scattered بواسطة الكربون . وهذا يعني أن الكترونات ذرات الكربون تكتسب طاقة نتيجة لاهتزازها بواسطة المجال الكهربائي للاشعة السينية ، ومن ثم اشعاع هذه الطاقة على شكل اشعة سينية باتجاهات مختلفة . وبما أن المجال الكهربائي للموجات الكهرومغناطيسية عمودي على اتجاه انتشار هذه الموجات ، لذا فأن المجال الكهربائي للحزمة الساقطة يقع في المستوى xy فقط . وعليه ، فاهتزاز الكترونات الكربون تكون محصورة في المستوى xy أيضاً . الاشعة السينية المتشتتة باتجاه $+x$ تمتلك مجالاً كهربائياً باتجاه y فقط ، أي أنه مستقطب استوائياً plane-polarized . لتوضيح هذا الاستقطاب توضع قطعة كربون اخرى في طريق الشعاع كما في الجهة اليمنى من الشكل . الالكترونات في قطعة الكربون هذه تتذبذب بالاتجاه y ، وعليه فأنها تبعث ثانيةً اشعة سينية تنتشركلياً في المستوى xz ، ولا تنتشر ابداً بالاتجاه y . ان الاثبات العملي لعدم وجود اشعة سينية خارج المستوى xz يحقق الصفة الكهرومغناطيسية للاشعة السينية .



الشكل (٢-٥) : تجربة باركلا لاثبات استقطاب الاشعة السينية .

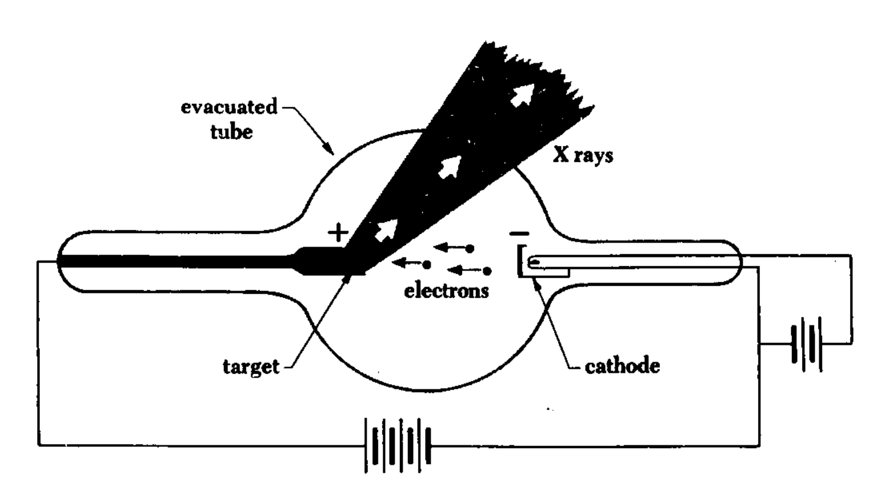
في عام 1912 اكتشفت طريقة لقياس الاطوال الموجية للاشعة السينية . اعتيادياً ، ان طريقة الحيود هي وسيلة مناسبة لقياس الاطوال الموجية . لكننا نعرف من فيزياء البصريات ان البعد بين الخطوط المتجاورة في محزز الحيود يجب ان يساوي تقريباً طول موجة الضوء المستخدم ، على حين لا يمكن صنع محزز حيود بفواصل صغيرة جداً مناسبة للاشعة السينية . مع هذا في عام 1912 لاحظ ماكس فون لاوا Max von Laue أن الاطوال الموجية المفترضة للاشعة السينية هي بحدود المسافات الفاصلة بين الذرات المتجاورة في البلورات

(حوالي $1\,Å$) . عليه فقد اقترح استخدام البلورات لحيود الاشعة السينية ، حيث النسق البلوري crystals lattices يعمل كمحزز حيود ذات ثلاثة ابعاد . في السنة التالية أجريت تجربة ناجحة لتوضيح الصفة الموجية للاشعة السينية . في هذه التجارب قيست اطوال موجية للاشعة بين 1.3×10^{-11} m و 4.8×10^{-11} m (بين $0.13\,Å$ و $0.48\,Å$ أي أنها أقصر بحوالي 10^{-4} من طول موجة الضوءالمرئي . طاقة كمات الاشعة السينية حوالي 10^4 أكبر من طاقة كمات الضوء المرئي . وسوف ندرس حيود الاشعة السينية في البند (٢-٤) .

لهدف تصنيف الموجات الكهرومغناطيسية ، فان الاشعة ذات اطوال موجية محصورة بين 10^{-11}m و 10^{-8} m (0.1 to 100 Å) تدعى حالياً بالاشعة السينية .

الشكل (٢-٦) هو رسم تخطيطي لانبوبة الاشعة السينية . يسخن القطب السالب بواسطة فتيلة مجاورة ، يمر خلالها تيار كهربائي ، فيعطي سيلا وافراً من الالكترونات عن طريق الانبعاث الحراري . هناك فرق جهد عال V مسلط بين القطب السالب والهدف المعدني metallic target يعمل على تعجيل الالكترونات نحو الأخير . سطح الهدف المعدني يشكل زاوية مع حزمة الالكترونات ، وعليه فان الاشعة السينية المنبعثة من الهدف تخرج من الجهاز عن طريق الجدران الجانبية للانبوب . ان الجهـاز مفرغ من الهواء لكي يسمح للالكترونات أن تصل الى الهدف من دون عرقلة .

بينا سابقا ، أن النظرية الكهرومغناطيسية تبين انبعاث اشعة كهرومغناطيسية عند تعجيل الالكترونات ، وعليه يمكنها تفسير انبعاث الاشعة السينية الناتجة عن التوقف المفاجيء



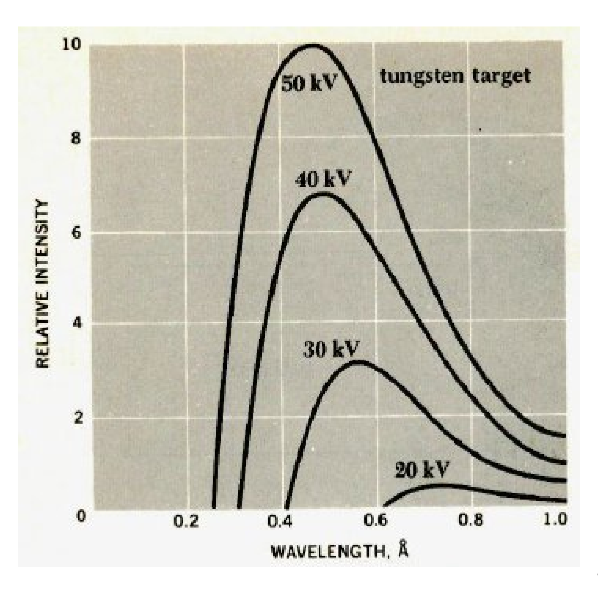
الشكل (٢-٦) : انبوبة الاشعة السينية .

للالكترونات السريعة عند الاصطدام . ومع هذا فليس هناك توافق تام بين استنتاجات النظرية الكهرومغناطيسية الكلاسيكية والنتائج العملية ، في نواحي متعددة . الشكلان (٢–٧) و (٢–٨) يوضحان أطياف الاشعة السينية الناتجة عن تصادم الالكترونات مع هدفي التنكستن tungsten والموليبيديوم molybdenum ، على التوالي ، لفروق جهد مختلفة . ان المنحنيات تظهر سمتان متميزتان لايمكن أن تفسيرهما على اساس النظرية الكهرومغناطيسية :

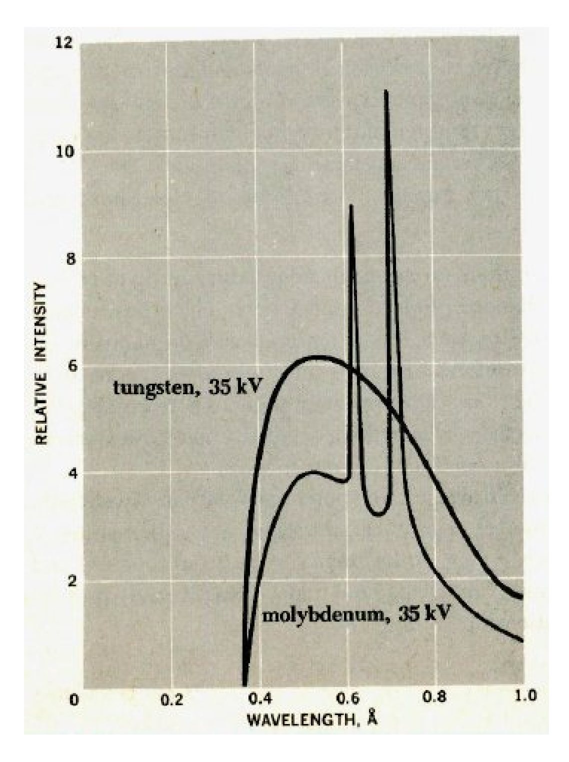
١ . في حالة الموليبيديوم هناك ذرا peaks متميزة لشدة الاشعة عند اطوال موجية معينة ، التي تشير الى إزدياد الاشعة السينية ، هذه ذرا تحدث عند اطوال موجية تميز مادة الهدف وهي تنشأ نتيجة رجوع الكترونات ذرات الهدف المتهيجة بواسطة الالكترونات الساقطة ، الى حالتها الارضية . والشيء المهم هنا هو تكوين اشعة سينية بأطوال موجية معينة لايمكن تفسيرها كلاسيكيا ، بالاضافة الى تكوين طيف اشعة سينية مستمر .

٢ . الاشعة السينية المتولدة عند فرق جهد معين V لها أطوال موجية مختلفة ، لكن ليس هناك طول موجة اقصر من طول موجي معين λ_{min} . بزيادة V تقل قيمة λ_{min} . وعند نفس فرق الجهد V ، تأخذ λ_{min} نفس القيمة لكل من الهدفين : التنكستين والموليبيديوم. لقد وجد دونا Duane وهونت Hunt بأن λ_{min} تتناسب عكسيا مع V ، حيث

$$\lambda_{min} = \frac{1.24 \times 10^{-6}\ \text{V-m}}{V} \qquad (٢-٤)$$



الشكل (٢–٧) : أطياف الاشعة السينية الناتجة عن تصادم الالكترونات بالتنكستين عند فروق جهد مختلفة .



الشكل (٢-٨) : أطياف الاشعة السينية الناتجة عن تصادم الالكترونات بالتنكستين والموليبديوم عند درق جهد 35 kV

ان الصفة الاخيرة يمكن فهمها على اساس النظرية الكمية للاشعاعات ، فمعظم الالكترونات الساقطة على الهدف تفقد طاقتها الحركية تدريجيا بواسطة اصطدامات متعددة تتحول الى حرارة . (هذا هوسبب استخدام معدن ذي درجة انصهارعالية في صنع الهدف في جهاز الاشعة السينية ، وان كان في كثير من الاحيان يستوجب تبريدا مناسبا للهدف) ونسبية قليلة من الالكترونات تفقد كل أومعظم طاقتها في عملية اصطدام واحدة مع ذرات الهدف ، وهذه الطاقة تتحرر على شكل أشعة سينية . بدلاً من تحويل الفوتونات الى طاقة حركية للالكترونات في ظاهرة الكهروضوئية ، نجد هنا ان الطاقة الحركية للكترونات تتحول الى فوتونات . فطول موجي قصير للفوتون يعني ترددا عاليا ، وبالتالي طاقة عالية $h\nu$: للفوتون . وعلى ذلك فان الغاية الدنيا لطول الموجة في المعادلة [٢-٤) تمثل الطاقة العظمى $h\nu_{max}$ لفوتون الاشعة السينية ؛ وذلك أنه

$$h\nu_{max} = \frac{hc}{\lambda_{min}} \qquad (٢-٥)$$

ولما كانت دالة الشغل لهدف جهاز الاشعة السينية هي فقط بضعة الكترون-فولت ، وان فرق الجهد المسلط في الجهاز يقدر بعشرات اومئات الكيلوفولت ، صار في الامكان اعتبار الطاقة الحركية للالكترونات الساقطة هي

$$T = eV \qquad (٢-٦)$$

وبتحويل جميع الطاقة الحركية للالكترون الساقط الى فوتون واحد ، نجد

$$h\nu_{max} = T \qquad (٢-٧)$$

وبتعويض المعادلتين (٢-٥) و (٢-٦) في المعادلة (٢-٧) نحصل عل

$$h\nu_{max} = T$$

$$\frac{hc}{\lambda_{min}} = eV$$

$$\lambda_{min} = \frac{hc}{eV}$$

$$= \frac{6.63 \times 10^{-34}\text{ J-s} \times 3 \times 10^{8}\text{ m/s}}{1.6 \times 10^{-19}\text{ C} \times V}$$

$$= \frac{1.24 \times 10^{-6}}{V}\text{ V-m}$$

التي تتفق تماما مع العلاقة التجريبية (٢-٤) . عليه يصح القول أن تكون الاشعة السينية هي معكوس ظاهرة الكهروضوئية .

ان فرق الجهد المسلط في أجهزة الاشعة السينية الاعتياديه يقدر بحوالي 50,000 V . نستخدم المعادلة (٢-٤) لايجاد اقصر طول موجي للاشعة المتولدة في هذه الأجهزة . اذ نجد

$$\lambda_{min} = \frac{1.24 \times 10^{-6}\text{ V-m}}{5 \times 10^{4}\text{ V}}$$

$$= 2.5 \times 10^{-11}\text{ m}$$

$$= 0.25\text{ Å}$$

هذا الطول الموجي يقابل

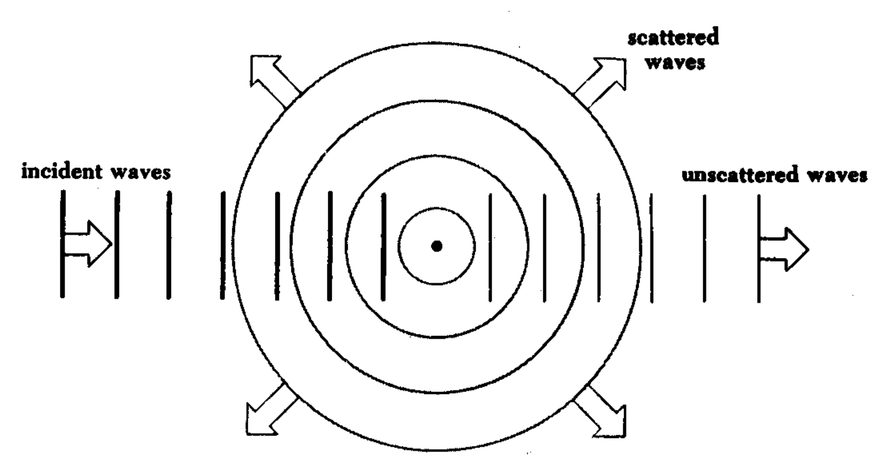
$$\nu_{max} = \frac{c}{\lambda_{min}}$$

$$= \frac{3 \times 10^{8}\text{ m/s}}{2.5 \times 10^{-11}\text{ m}}$$

$$= 1.2 \times 10^{19}\text{ Hz}$$

٢-٤ حيود الأشعة السينية X-RAY DIFFRACTION

نود ان نبرهن في هذا البند أن الاشعة السينية هي موجات كهرومغناطيسية . لهذا الغرض نستعمل بلورة متكونة من صف منتظم من الذرات ، تستطيع تشتيت الموجات الكهرومغناطيسية الساقطة عليها . ان عملية التشتت هذه يمكن فهمها بسهولة كالآتي . ذرة في مجال كهربائي ثابت تعاني استقطابا كهربائيا ، ذلك لأن الالكترونات السالبة والنواة الموجبة تتأثر بقوى صغيرة نسبيا لكن باتجاهين متعاكسين . ونتيجة لهذا ، تتحور الذرة مكونة بذلك ثنائي قطب كهربائي electric dipole وفي حالة وجود مجال كهربائي متناوب تابع لموجة كهرومغناطيسية ذات تردد ν ، نجد أن الاستقطاب الكهربائي للذرة يتذبذب بنفس التردد ν للمجال . وبهذه الطريقة، فان جزء من طاقة الموجة الكهرومغناطيسية الساقطة، تتحول الى طاقة اهتزازية لثنائي القطب الكهربائي المتولد ، وبذلك تنقص سعة الموجة الساقطة . ان ثنائي القطب المهتز يبعث بدوره أشعة كهرومغناطيسية بنفس التردد ν في جميع الاتجاهات ، عدا اتجاه محور الاستقطاب . عندما تتعرض مجموعة ذرات لموجة كهرومغناطيسية مستوية لكن غير مستقطبة ، نجد أن الاشعة الثانوية تنبعث بصورة متناظرة في جميع الاتجاهات isotropic . ذلك لان تأثير الذرات المختلفة هوعشوائي



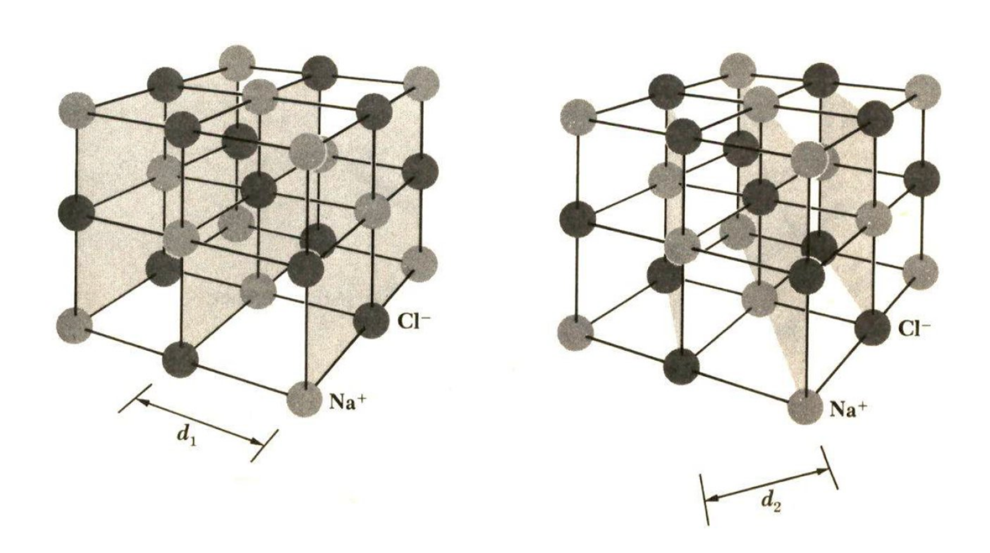
الشكل (٢ - ٩): تشتت موجات كهرومغناطيسية بواسطة مجموعة من الذرات . موجات مستوية ساقطة تتشتت على شكل موجات كروية .

random . ووفق اصطلاحات علم البصريات ، تكون الموجات الثانوية ذات جبهات كروية spherical wavefronts ، بدلاً من جبهات مستوية plane wavefronts للموجات الساقطة (الشكل ٢ – ٩) . ولذلك فان عملية التشتت هذه تتضمن امتصاص موجات مستوية ساقطة ثم اعادة اشعاعها على شكل موجات كروية بنفس التردد .

وعند سقوط حزمة اشعة سينية احادية الطول الموجي monochromatic على بلورة ، تتشتت في جميع الاتجاهات داخل البلورة . لكن نتيجة الترتيب المنتظم للذرات داخل البلورة ، تعاني الموجات المتشتتة تداخلاً بناءاً constructively interfere باتجاهات معينة وتداخلاً هداماً destructively interfere **بالاتجاهات الاخرى**

يمكن تصور الذرات في داخل البلورة بأنها تصطف في مجاميع متميزة من المستويات المتوازية (الشكل ٢–١٠) . المستويات تكون على أبعاد معينة فيمابينها . وهذا الوصف قد أقترح من قبل العالم براكَ W. L. Bragg في عام 1913 ، الذي نسبت اليه ، لابتكاره لها ، فسميت بمستويات براكَ *Bragg planes.* . بالاستعانة بالشكل يمكننا ايجاد الشروط اللازم تحقيقها للتداخل البناء .

في هذا الشكل حزمة اشعة سينية ذات طول موجي λ تسقط على بلورة بزاوية θ بالنسبة



PARTICLE PROPERTIES OF WAVES

الشكل (٢–١٠) : مجموعتان من مستويات براك في بلورة NaCl

لاحد مجاميع مستويات براك ذات المسافة d بين مستوياتها المتجاورة . الحزمة تصادف الذرة A في المستوى الاول والذرة B في المستوى التالي ، وبذلك فأن كلا من الذرتين تشتت جزء من الحزمة في جميع الاتجاهات . التداخل البناء يحدث فقط بين الاشعة المتشتتة المتوازية التي تختلف فيما بينها بفرق مسار paths differ $\lambda, 2\lambda, 3\lambda, \ldots$ ، أي ان فرق المسار يجب ان يساوي $n\lambda$ ، حيث n هو عدد صحيح . ان الاشعة المتشتتة من قبل الذرتين A و B التي تحقق هذه الشروط ، مؤشرة بـ I و II (الشكل ٢-١١) . والشرط الاول على الاشعة I و II هو ان زاوية تشتتها تساوي زاوية سقوط θ للحزمة الاولية ، والشرط الثاني هو ان

$$2d \sin \theta = n\lambda \qquad n = 1, 2, 3, \ldots \qquad (٨-٢)$$

حيث نجد ان الشعاع II يسير مسافة $2d \sin \theta$ اطول من مسار الشعاع I . العدد n يمثل رتبة التشتت scattering *order*

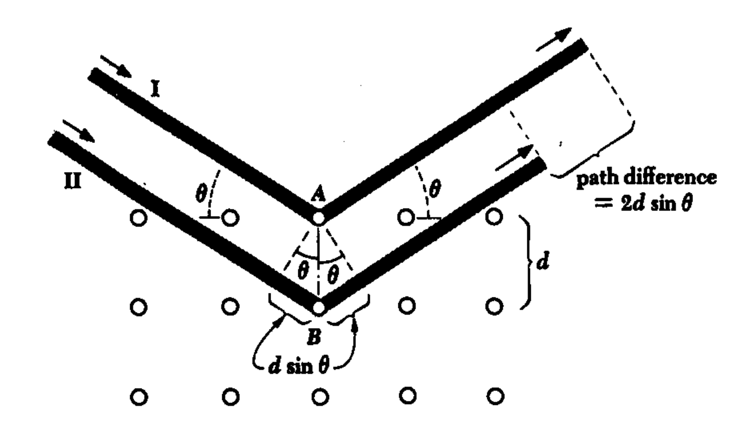
في الشكل (٢-١٢) مخططا لمقياس طيف spectrometer الاشعة السينية ، على اساس تحليلات براك . حزمة سينية مسددة collimated تسقط على بلورة بزاوية θ ، وهناك كاشف detector يسجل الاشعة المتشتتة عند زاوية التشتت θ . عليه فان جميع الاشعة التي تصل الـكاشف تحقق شرط براك الاول . بتغير الزاوية θ ، يتحسس الـكاشف بذرا الاشعة التابعة للرتب المختلفة في المعادلة (٢-٨) . في هذه التجربة ، لوعرفنا المسافة d بين مستويات براك المتجاورة في البلورة ، لامكننا حساب طول موجة الاشعة السينية الساقطة λ

كيف يمكننا تعيين المسافة d؟ هذا سؤال بسيط لحالة البلورات التي ترتيب ذراتها ياخذ نسق مكعب cubic lattices ، كبلورات ملح الطعام المبينة في الشكل (٢-١٠) . كمثال ، نحسب المسافة الفاصلة بين الذرات المتجاورة في بلورة NaCl . ان الوزن الجزيئي لملح الطعام هو 58.5 ، وهذا يعني انوزن كيلوجزيء غرامي kilomole للمركب يساوي 58.5 kg . ولما كان هناك $N_0 = 6.02 \times 10^{26}$ جزيئة في كل كيلوجزيء غرامي، N_0 هو عدد افوكادرو Avogadro's number ، لذا فان كتلة الجزيئة NaCl — اي كل زوج Na + Cl من الذرات — تكون :

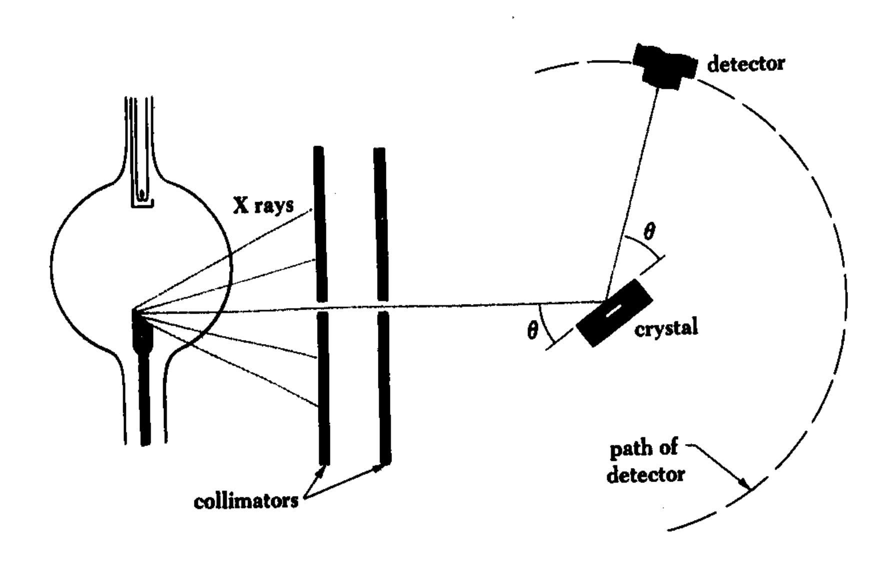
$$m_{\mathrm{NaCl}} = 58.5 \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{kmol}} \times \frac{1}{6.02 \times 10^{26}\ \mathrm{molecules/kmol}}$$
$$= 9.72 \times 10^{-26}\ \mathrm{kg/molecule}$$

ان كثافة بلورة NaCl تساوي $2.16 \times 10^3\ \mathrm{kg/m^3}$. ويؤخذ بنظر الاعتبار ان هناك ذرتين في كل جزيئة NaCl ، لذلك نجد ان عدد الذرات في المتر المكعب الواحد من NaCl هو

$$n = 2 \frac{\mathrm{atoms}}{\mathrm{molecule}} \times 2.16 \times 10^3 \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m^3}} \times \frac{1}{9.72 \times 10^{-26}\ \mathrm{kg/molecule}}$$
$$= 4.45 \times 10^{28}\ \mathrm{atoms/m^3}$$



الشكل (٢-١١) : تشتت الاشعة السينية من بلورة مكعبة .



الشكل (٢-١٢) : مقياس طيف الاشعة السينية .

اذا كانت d هي المسافة بين الذرات المتجاورة في البلورة ، نجد ان هناك d^{-1} ذرة لكل متر على طول خط البلورة ، وان هناك d^{-3} ذرة لكل متر مكعب في البلورة . لذلك

$$d^{-3} = n$$

$$\begin{aligned} d &= n^{-3} = (4.45 \times 10^{28})^{-3}\ \text{m} \\ &= 2.82 \times 10^{-10}\ \text{m} \\ &= 2.82\ \text{Å} \end{aligned}$$

٢–٥ ظاهرة كومبتن THE COMPTON EFFECT

النظرية الـكمية للضوء تفترض ان الفوتونات تسلك سلوك الجسيمات،لكن ليس لها كتلة سكونية rest mass . على هذا الاساس يمكننا معالجة تصادم الفوتونات مع الالكترونات بنفس الطريقة التي نعالج بها تصادم كرات البليارد في الميكانيك الـكلاسيكي .

الشكل (٢–١٣) يوضّح تصادم فوتون أشعة سينية مع الكترون ساكن . نتيجة للتصادم ، يتشتت الفوتون من اتجاهه الاصلي في حين يستلم الالكترون دفعة تجعله يتحرك بالاتجاه المبين. ويمكننا ان نتصور في هذه العملية ان الفوتون يفقد طاقة تساوي الطاقة الحركية T المكتسبة من قبل الالكترون، ذلك على الرغم من ان الحالة الابتدائية والحالة النهائيـة تـتضمنان فوتونات مختلفة . اذا كان التردد الابتدائي للفوتون هو ν وتردد الفوتون المتشتت هو ν' ، نجد

طاقة الفوتون المفقودة = طاقة الالكترون المكتسبة .

$$h\nu - h\nu' = T \qquad (٢–٩)$$

من الفصل السابق لدينا

$$E = \sqrt{m_0{}^2c^4 + p^2c^2}$$

لما كانت كتلة الفوتون السكونية تساوي صفراً . نجد أن طاقة الفوتون الكلية

$$E = pc$$

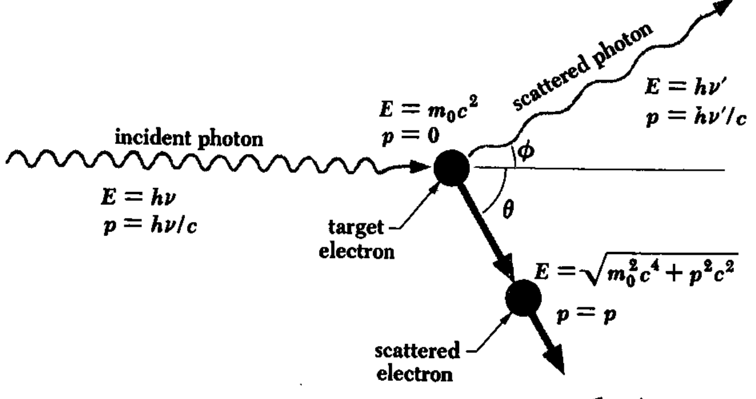
كذلك

$$E = h\nu$$

وعليه فان الزخم الخطي للفوتون يكون

$$p = \frac{E}{c}$$

$$= \frac{h\nu}{c} \qquad (٢–١٠)$$



الشكل (٢–١٣) : ظاهرة كومبتن .

الزخم هو كمية متجهة تتضمن اتجاها ومقداراً . وقانون حفظ الزخم conservation of momentum, ينطبق على المركبات الثلاثة لهذه الكمية وبصورة منفصلة. نطبق هنا قانون حفظ الزخم في المستوي الذي يضم تجاه الفوتون الاصلي، والفوتون المتشتت والالكترون المندفع(الشكل ٢–١٣).زخم الفوتون الابتدائي هو $h\nu/c$،وزخم الفوتون المتشتت هو $h\nu'/c$ ، على حين يكون الزخم الابتدائي والنهائي للالكترون 0 و p ، على التوالي . من قانون حفظ مركبة الزخم بأتجاه الفوتون اصلي ، نجد

الزخم النهائي = الزخم الابتدائي

$$\frac{h\nu}{c} + 0 = \frac{h\nu'}{c}\cos\phi + p\cos\theta \qquad (٢–١١)$$

في حين لدينا ، ايضا من قانون حفظ مركبة الزخم بالاتجاه العمودي في المستوى ، أن :

الزخم النهائي = الزخم الابتدائي :

$$0 = \frac{h\nu'}{c}\sin\phi - p\sin\theta \qquad (٢–١٢)$$

هنا ϕ تمثل الزاوية بين اتجاه الفوتون الساقط والفوتون المتشتت في حين θ تمثل الزاوية بين اتجاه الفوتون الساقط واتجاه اندفاع الالكترون . نجد الان من المعادلات (٢–٩) ، (٢–١١) و(٢–١٢) ، العلاقة بين تغير طول موجة الفوتون وزاوية التشتت ϕ . هاتين الكميتن يمكن قياسها تجريبيا .

لحل المعادلات التي في اعلاه نضرب المعادلتين (٢–١١) و(٢–١٢) بـ c ، ثم نعيد كتابتهما بالصيغة

$$pc\cos\theta = h\nu - h\nu'\cos\phi$$
$$pc\sin\theta = h\nu'\sin\phi$$

بتربيع كل من هاتين المعادلتين ثم جمعهما ، نجد :

$$p^2c^2 = (h\nu)^2 - 2(h\nu)(h\nu')\cos\phi + (h\nu')^2 \quad (٢-١٣)$$

لكن من العلاقتين لطاقة الجسيم الـكلية :

$$E = T + m_0c^2$$
$$E = \sqrt{m_0^2c^4 + p^2c^2}$$

نحصل على

$$(T + m_0c^2)^2 = m_0^2c^4 + p^2c^2$$
$$p^2c^2 = T^2 + 2m_0c^2T$$

وكذلك

$$T = h\nu - h\nu'$$

فعلى ذلك يكون لدينا من المعادلتين الاخيرتين أن :

$$p^2c^2 = (h\nu)^2 - 2(h\nu)(h\nu') + (h\nu')^2 + 2m_0c^2(h\nu - h\nu') \quad (٢-١٤)$$

وبتعويض المعادلة (٢-١٤) في المعادلة (٢-١٣) ، نجد اخيرا ان

$$2m_0c^2(h\nu - h\nu') = 2(h\nu)(h\nu')(1 - \cos\phi) \quad (٢-١٥)$$

ويمكن تبسيط هذه العلاقة باستخدام طول الموجة بدلا من التردد . بتقسيم المعادلة (٢-١٥) على $2h^2c^2$ ، نحصل على

$$\frac{m_0c}{h}\left(\frac{\nu}{c} - \frac{\nu'}{c}\right) = \frac{\nu}{c}\frac{\nu'}{c}(1 - \cos\phi)$$

ولما كان $\nu/c = 1/\lambda$ و $\nu'/c = 1/\lambda'$، يكون لدينا

$$\frac{m_0c}{h}\left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda'}\right) = \frac{(1 - \cos\phi)}{\lambda\lambda'}$$

ظاهرة كومبتن

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_0c}(1 - \cos\phi) \quad (٢-١٦)$$

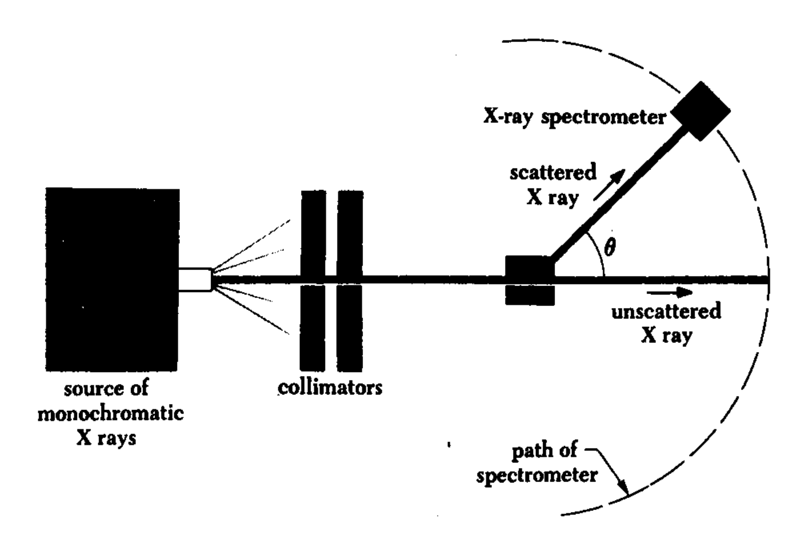
ان آرثركومبتن Arthur H. Compton اشتق هذه المعادلة عام 1920 ، وهو ايضا اول من حققها عمليا . لذا تدعى هذه الظاهرة بظاهره كومبتن *Compton effect.* نسبة اليه . وظاهرة كومبتن هي احدى الادلة الساطعة لصحة النظرية الـكمية للاشعاعات .

المعادلة (٢-١٦) تعطينا التغير في الطول الموجي لفوتون متشتت بواسطة جسيم كتلته السكونية m_0، كدالة لزاوية التشتت ϕ. ان هذا التغير لايعتمد على طول موجة الفوتون الساقط . والـكمية h/m_0c تدعى بطول موجة كومبتن *Compton wavelength* للجسيم المشتت، ولذلك فان طول موجة كومبتن للالكترون تساوي 024 Å. $(2.4 \times 10^{-12}$ m) .

نلاحظ من المعادلة (٢-١٦) ان اكبر تغيير في الطول الموجي يحدث عند زاوية التشتت $\phi =$ 180° . عند هذه الزاوية التغير في الطول الموجي ضعف طول موجة كومبتن h/m_0c . ولما

كان طول موجة كومبتن للالكترون هي 0.024 Å ، على حين للجسيمات الاخرى يكون طول موجة كومبتن اصغر من هذه القيمة بكثير ؛ لكبر كتلتها السكونية نسبيا ، نجد ان اكبر تغيـر في الطول الموجي في ظاهرة كومبتن يساوي 0.048 Å . مثل هذا التغير يمكن فقط ملاحظته باستخدام اشعة سينية . حيث ان هذا التغير يشكل فقط 0.01X% في حالة الضوء المرئي ، في حين يمثل لاشعة سينية طولها الموجي $\lambda = 1$ Å نسبـة مئـوية كبيـرة .

يمكننا تحقيق ظاهرة كومبتن عمليا بسهولة . في الشكل (٢-١٤) حزمة اشعة سينية بطول موجي معلوم ، تسقط على هدف . الاطوال الموجية للاشعة المتشتتة تقاس عند زوايا θ مختلفة .



الشكل (٢-١٤) : التحقيق العملي لظاهرة كومبتن .

ان النتائج التجريبية ، كالموضحة في الشكل (٢-١٥) ، تبين تغيراً في الطول الموجي يتفق مع المعادلة (٢-١٦) . لكن عند كلّ زاوية نسبة كبيرة من الاشعة السينية المتشتتة ، يكون لها طول موجي يساوي طول موجة الاشعة الساقطة .ويمكننا فهم هذه النتيجة بسهولة : في اشتقاقنا للمعادلة (٢-١٦) ، كناقد فرضنا ان الجسيمات المشتتة هي طليقة الحركة . وهذا الفرض في الحقيقة معقول ؛ اذ أن نسبة كبيرة من الالكترونات في المادة تكون مشدودة بقوة ضعيفة فقط مع ذرات الأم . لكن هناك الكترونات اخرى مشدودة بقوة كبيرة بالذرات ، ذلك أنها عندما يصطدم بها فوتون ، ترتد recoils كل الذرة بدلاً من أن يرتد الالكترون لوحدة . في هذه الحالة ، فان قيمة m_0 في المعادلة (٢-١٦) تساوي كتلة

كل الذرة التي هي عشرات الالوف من المرات أكبر من كتلة الالكترون . ونتيجة لذلك يكون تأثير كومبتن غير محسوس .

٢-٦ تكون زوج الكترون – بوزترون PAIR PRODUCTION

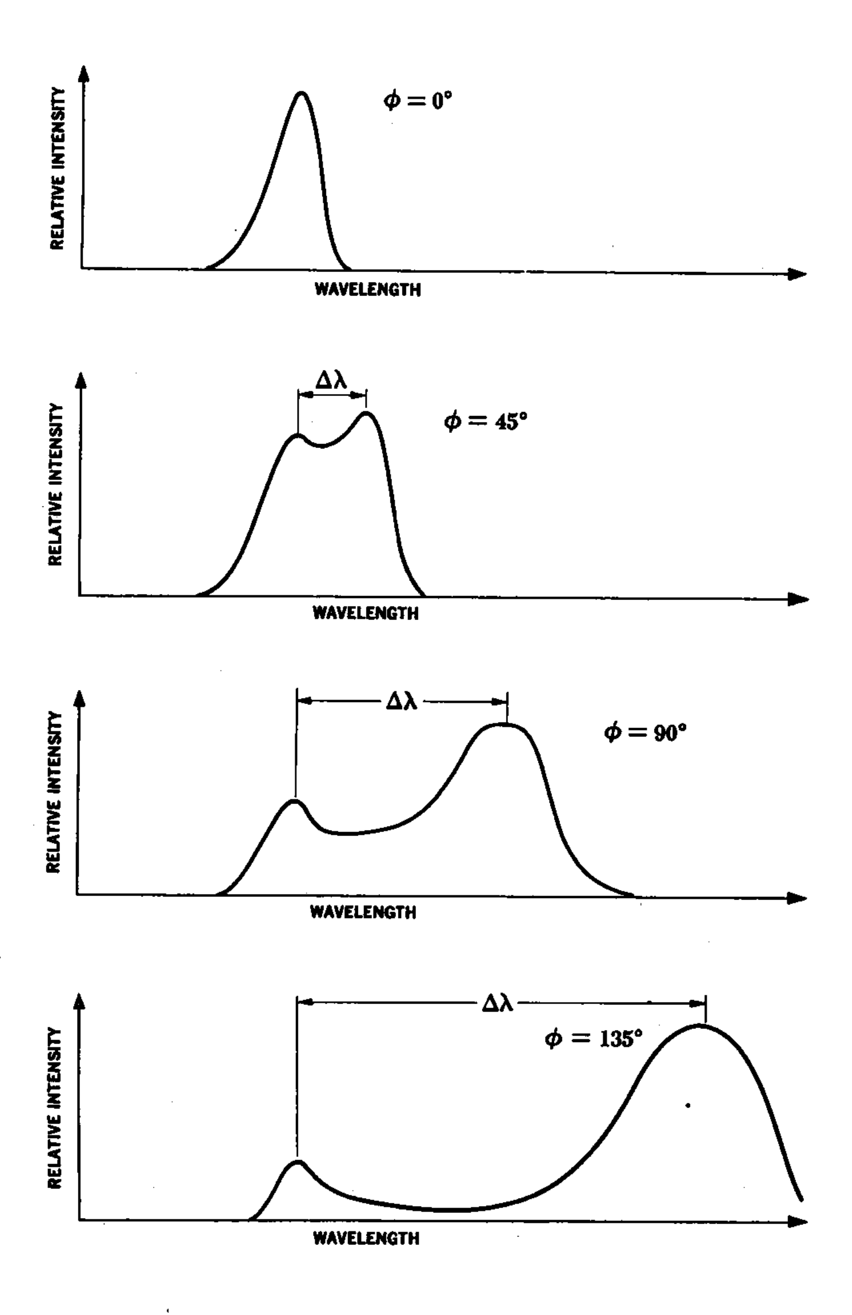
كما لاحظنا سابقاً ، يمكن لفوتون أن يعطي كل أو جزء من طاقته $h\nu$ الى الكترون . في هذا البند نوضح ايضاً انه يمكن لفوتون ان يتحول الى مادة على شكل زوج الكترون – بوزترون positron (ان البوزترون هو الكترون موجب) . في هذه العملية تتحول طاقة كهرومغناطيسية الى طاقة سكونية . انّ خلق زوج الكترون – بوزترون قرب نواة ذرة (الشكل ٢-١٦) ، لا يشكل خرقاً لقواعد الحفظ في الفيزياء . اذ أن مجموع شحنة الالكترون $(q = -e)$ والبوزترون $(q = +e)$ يساوي صفراً ، ويساوي شحنة الفوتون . كذلك الطاقة الكلية ، بضمنها الطاقة السكونية ، للالكترون والبوزترون تساوي طاقة الفوتون . في حين يكون الزخم الخطي محفوظاً بمساعدة نواة الذرة التي تأخذ جزء من زخم الفوتون في عملية التحويل .

في هذه العملية تكتسب النواة نسبة ضئيلة فقط من الطاقة لكبر كتلتها . (لا يمكن للطاقة والزخم الخطي أن يكونا محفوظين في حالة تكوين زوج الكترون – بوزترون في الفراغ . عليه لا يمكن لهذه العملية أن تحدث في الفراغ .)

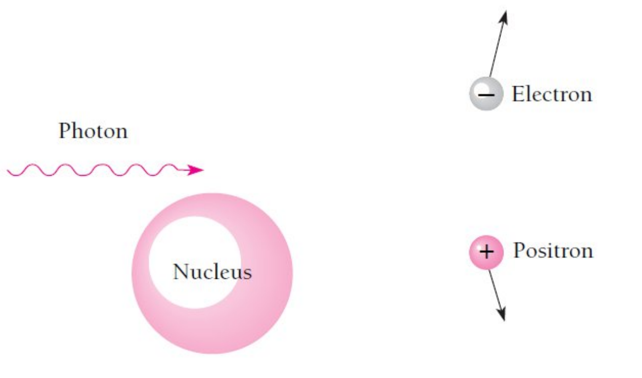
انّ الطاقة السكونية m_0c^2 لكل من الالكترون والبوزترون هي 0.51 MeV . ولذا ، فان انتاج زوج الكترون – بوزترون يتطلب فوتون طاقته في الاقل 1.02 MeV. . أي زيادة في طاقة الفوتون تظهر على شكل طاقة حركية للالكترون والبوزترون . وطول موجة فوتون طاقته 1.02 MeV تساوي 0.012 Å . انَّ موجات كهرومغناطيسية بهذا الطول الموجي تسمى بأشعة كاما *gamma rays*. . هذه الاشعة تنبعث من نوى المواد المشعة ، وتوجد ايضاً في الاشعة الكونية cosmic rays

ومعكوس عملية تكوين زوج الكترون – بوزترون يحصل عند التقاء الكترون وبوزترون حيث يفني annihilated بعضهما الآخر ، مكونين بذلك زوجاً من الفوتونات . الفوتونان المتكونان يتجهان باتجاهين متعاكسين ذلك لكي يتحقق كل من قانوني : حفظ الطاقة والزخم . وليس هناك أية حاجة لنواة أو جسيم آخر في عملية الفناء annihilation .

مما تقدم يتبين أن هناك ثلاث عمليات مسؤولة عن امتصاص الاشعة السينية في المادة . عند طاقات واطئة للفوتونات يكون تشتت كومبتن هو الوسيلة الاساسية للامتصاص ، ذلك لأن كلا من عملية الكهروضوئية وانتاج زوج الكترون – بوزترون تحتاج الى طاقة عتبة



الشكل (٢-١٥) : تشتت كومبتن .



الشكل (٢-١٦) : تحول الفوتون الى الكترون وبوزترون .

threshold energy (عدة الكترون - فولت للعملية الأولى و (1.02 MeV) للعملية الثانية) . انّ تشتت كومبتن وظاهرة الكهروضوئية تنقص أهميتهما بزيادة طاقة الفوتون ، ذلك كما هو موضح في الشكل (٢-١٧) لحالة الرصاص . من ناحية أخرى ، بزيادة الطاقة تزداد أهمية انتاج زوج الكترون - بوزترون في عملية الامتصاص . المنحني الذي يمثل الامتصاص الكلي في الرصاص له قيمة دنيا عند طاقة 2 MeV . الاحداثي الصادي في الشكل يمثل معامل الامتصاص الخطي μ، linear absorption coefficient الذي يساوي نسبة النقصان النسبي لشدة الاشعاع $-dI/I$ ، الى سمك المادة dx . أي

$$\frac{dI}{I} = -\mu\, dx$$

حل هذه المعادلة يكون $I = I_0 e^{-\mu x}$

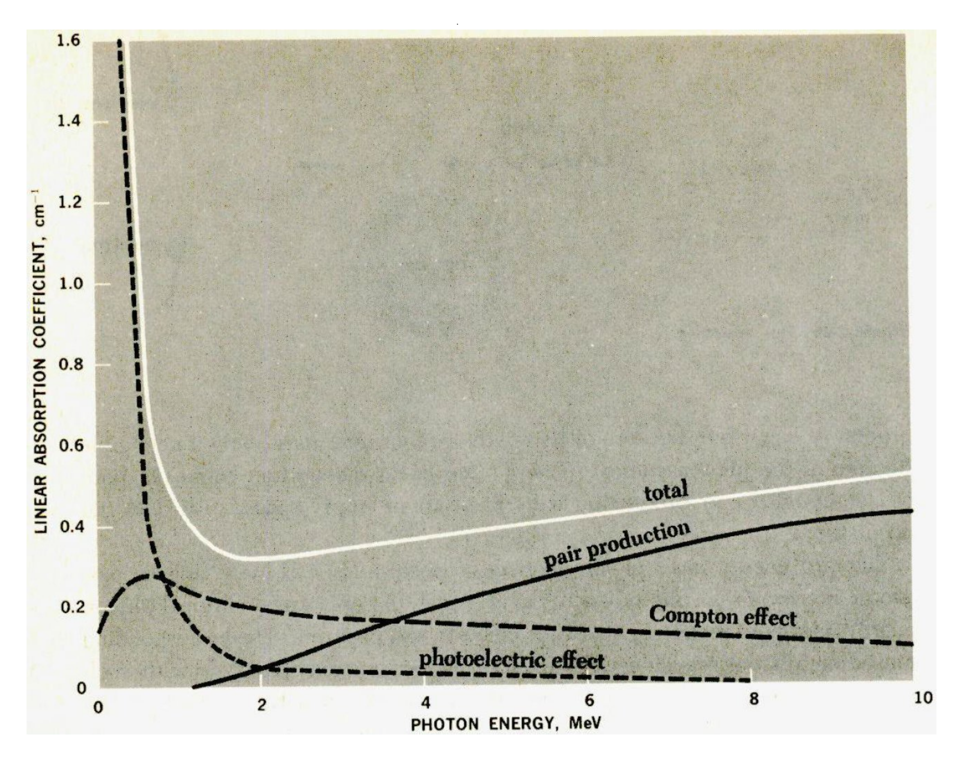
نلاحظ ان شدة الاشعاع تقل اسيا مع سمك المادة .

٢-٧ الازاحة الحمراء بتأثير مجال الجذب الكتلي

GRAVITATIONAL RED SHIFT

على الرغم من ان الفوتون ليس له كتلة سكونية ، فمن الممكن ان نتصور له كتلة قصورية inertial mass .

$$m = \frac{h\nu}{c^2}$$ كتلة الفوتون



الشكل (٢- ١٧) : معامل الامتصاص الخطي للفوتونات في مادة الرصاص . المنحنيات تمثل امتصاص الطاقة ، وليس احتمال التفاعل مع الوسط .

هل الفوتون يمتلك ايضا كتلة تجاذبية ؟ لما كانت الكتل القصورية والتجاذبية للاجسام المادية متساوية عمليا (قاعدة التكافؤ هذه ، في الحقيقة ، هي نقطة البداية للنظرية النسبية العامة لأينشتين) ، فمن المناسب ان ندرس هنا تكافؤ الكتلة القصوية والكتلة التجاذبية للفوتون . لندرس فوتونا ذا تردد ν ينبعث من نجمة كتلتها M ونصف قطرها R (الشكل ٢ - ١٨) .

الطاقة الكامنة لجسيم كتلته m موجود على سطح النجمة تساوي

$$V = -\frac{GMm}{R} \qquad (١٨-٢)$$

وعليه ، فان الطاقة الكامنة للفوتون عند سطح النجمة تكون

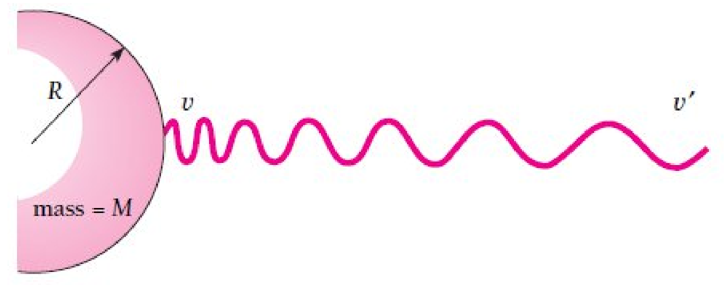
$$V = -\frac{GMh\nu}{c^2R}$$

في حين طاقته الكلية E (مجموع V والطاقة الكمية $h\nu$) تساوي

$$E = h\nu - \frac{GMh\nu}{c^2R}$$
$$= h\nu\left(1 - \frac{GM}{c^2R}\right) \qquad (١٩-٢)$$

وعلى مسافة بعيدة من النجمة (على وجه المثال عند سطح الارض) لايتأثر الفوتون بالمجال التجاذبي للنجمة . لكن طاقة الفوتون تبقى ثابتة ، لذلك تكون طاقة الفوتون على الارض كليا كهرومغناطيسية . من هذا ينتج :

$$E = h\nu' \qquad (٢٠-٢)$$



الشكل (٢-١٨) : تناقص تردد فوتون منبعث من سطح نجمة مع المسافة .

حيث ν' هي تردد الفوتون عند سطح الأرض . (لاحظ ، انه يمكن اهمال طاقة الفوتون الـكامنة على سطح الارض بمقارنتها مع طاقته الـكامنة على سطح النجمة) . وعليه فأن :

$$h\nu' = h\nu\left(1 - \frac{GM}{c^2R}\right)$$
$$\frac{\nu'}{\nu} = 1 - \frac{GM}{c^2R} \qquad (٢١-٢)$$
$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{\nu - \nu'}{\nu} = 1 - \frac{\nu'}{\nu} = \frac{GM}{c^2R}$$

ان تردد الفوتون على سطح الارض هو اقل من تردده على سطح النجمة ، ذلك لانه يصرف طاقة عند تركه مجال جاذبية النجمة . فوتون في منطقة الطيف المرئي يعاني ازاحة نحو الجهة الحمراء من الطيف ، ولذا تدعى هذه الظاهرة بالازاحة الحمراء بتأثير مجال الجذب الـكتلي *gravitational red shift* . هذه الازاحة يجب ان تميز عن ازاحة دوبلر الحمراء doppler red shift الملاحظة في طيف المجرات galaxies البعيدة ، الناتجة من الابتعاد الظاهري للمجرات نتيجة للتوسع الـكون .

كما سنلاحظ في الفصل الرابع ان ذرات المعادن المتهيجة تبعث فوتونات بترددات محددة . عليه يمكن تحقيق المعادلة (٢-٢١) من مقارنة ترددات طيف ذرات على سطح نجمة مع طيف نفس الذرات على سطح الارض . ولما كان :

$$\frac{G}{c^2} = \frac{6.67 \times 10^{-11}\ \text{N-m}^2/\text{kg}^2}{(3 \times 10^8\ \text{m/s})^2} = 7.41 \times 10^{-28}\ \text{m/kg}$$

فان الازاحة الحمراء الناتجة من مجال الجاذبية يمكن ملاحظتها فقط في الاشعاعات المنبعثة من النجوم الكثيفة جدا . وفي حالة الشمس ، التي هي نوعا ما نجمة انموذجية : $R = 6.96 \times 10^8$ m ، $M = 1.99 \times 10^{30}$ kg، نجد ان

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{GM}{c^2R} = 7.41 \times 10^{-28}\ \frac{\text{m}}{\text{kg}} \times \frac{1.99 \times 10^{30}\ \text{kg}}{6.96 \times 10^8\ \text{m}}$$
$$= 2.12 \times 10^{-6}$$

وبما ان $\Delta\lambda/\lambda = \Delta\nu/\nu$ ، نجد ان الازاحة الحمراء بتأثير مجال الجذب الكتلي في حالة الاشعة الشمسية هي فقط 0.01 Å للون الاخضر ذي الطول الموجي 5,000 Å . والحقيقة هي انه لا يمكن التحسس بهذه الازاحة ، لتداخلها مع توسع دوبلر doppler broadening في خطوط الطيف .

هناك مجموعة من النجوم تدعى بالاقزام البيض *white dwarfs* التي هي في المرحلة الاخيرة من حياتها . وتتكون هذه النجوم من ذرات تركيبها الالكتروني منهار ، وبذلك تكون كثافة مادتها عالية جدا — حوالي 5 tons/in.³ . ويمكن ان يكون نصف قطر مثل هذه النجوم 9×10^6 m ، اي حوالي 0.01 من نصف قطر الشمس . في حين تبلغ كتلتها حوالي 1.2×10^{30} kg ، أي حوالي 0.6 من كتلة الشمس . لذا :

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{GM}{c^2R} \approx 7.41 \times 10^{-28}\ \frac{\text{m}}{\text{kg}} \times \frac{1.2 \times 10^{30}\ \text{kg}}{9 \times 10^6\ \text{m}}$$

في هذه الحالة، لضوء طوله الموجي 5,000 Å تكون الازاحة الحمراء نتيجة لمجال الجاذبية تساوي حوالي 0.5 Å . ومن الممكن قياس هذه الازاحة تحت ظروف ملائمة . في حالة القزم الابيض سيريوس ب Sirius B ، تساوي الازاحة الحمراء المتوقعة، $\Delta\nu/\nu$ ، 5.9×10^{-5} تقريبا في حين الازاحة المشاهدة عمليا هي 6.6×10^{-5} . يأخذ بنظر الاعتبار الخطأ في تحديد M/R لسيريوس ب . فان هذه النتائج تبدو محققة لصحة افتراض وجود كتلة تجاذبية للفوتون .

عندما يكون $GM/c^2R \geq 1$ لنجمة فنلاحظ من المعادلة (٢-١٩) انه لايمكن لفوتون ان ينبعث من سطح تلك النجمة ، فمثل هذه النجوم لاتبعث اشعاعات وبذلك تكون غير مرئية ولذلك تدعى بالثقوب السود "black hole". وليس هناك سبب يمنع وجودالثقوب السود في الطبيعة . على حين من الممكن التحسس بهذه النجوم عن طريق امتصاصها للضوء ، وتأثيراتها الجذبية على الاجرام المجاورة . ومما يلفت النظر هو ان الـكون نفسه يمكن ان يعتبر ثقب اسود. اذن أن كتلة ونصف قطر الـكون يقدران بـ 10^{53} kg و 10^{26} m على التوالي . ولذلك لحالة الـكون ككل :

$$(GM/c^2R)_{\text{universe}} \approx 1. \qquad \text{حيث ان} \qquad G/c^2 \approx 10^{-27}\ \text{m/kg}$$

في الوقت الحاضر تم تحقيق ازاحة التردد بمجال الجاذبية مختبريا . وذلك بقياس التغير في تردد اشعة كاما عندهبوطها مسافة h قرب سطح الارض ان جسما كتلته m يكتسب طاقة mgh عند هبوطه مسافة h . في حالة فوتون ساقط تردده ν ، يمكن اعتبار كتلته $h\nu/c^2$ ثابتة : التغير في تردد الفوتون يكون صغير جدا فيمكن اهمال التغير الناتج في كتلته . وبعد سقوط الفوتون مسافة h ، تصبح طاقته :

$$\begin{aligned} h\nu' &= h\nu + mgh = h\nu + \frac{h\nu gh}{c^2} \\ &= h\nu\left(1 + \frac{gh}{c^2}\right) \end{aligned} \tag{٢-٢٢}$$

اذا كانت $h = 20$ m، يكون :

$$\begin{aligned} \frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{gh}{c^2} &= \frac{9.8\ \text{m/s}^2 \times 20\ \text{m}}{(3 \times 10^8\ \text{m/s})^2} \\ &= 2.2 \times 10^{-15} \end{aligned}$$

ان تغيراً بهذا المقدار يمكن التحسس به ، والنتائج العملية تحقق المعـادلـة (٢-٢٢) .

تمرينات

١ – طول موجة العتبة لظاهرة الكهروضوئية للتنكستن تساوي 2,300 Å. ما طول موجة الضوء اللازمة لانبعاث الكترونات ضوئية طاقتها العظمى 1.5 eV ؟

٢ – تردد العتبة لظاهرة الكهروضوئية للنحاس تساوي 1.1×10^{15} Hz. جد الطاقة العظمى للالكترونات الضوئية المنبعثة (بالجول والالكترون – فولت) عندما يسقط ضوء . تردده 2.3 eV على سطح النحاس .

٣ – دالة الشغل للصوديوم تساوي 2.3 eV. ما أقصى طول موجي لضوء يسبب انبعاث الكترونات ضوئية من الصوديوم ؟ وما الطاقة العظمى للالكترونات الضوئية اذا سقط ضوء طول موجته 2,000 Å على سطح الصوديوم ؟

٤ – جد طول موجة وتردد فوتون طاقته 100-MeV .

٥ – جد طاقة فوتون طول موجته 7,000-Å .

٦ – تستطيع عين انسان بأحسن الاحوال أن تتحسس طاقة كهرومغناطيسية قدرها 10^{-18} J. ما عدد الفوتونات ذات الطول الموجي 6,000-Å المتضمنة في هذه الطاقة ؟

٧ – هوائي جهاز ارسال يعمل بقدرة 1,000-W ، يبعث موجات كهرومغناطيسية بتردد 880 kHz . ما عدد الفوتونات المنبعثة بالثانية الواحدة من الهوائي ؟

٨ – ما عدد الفوتونات المنبعثة بالثانية الواحدة من مصباح أصفر قدرته 10-W ؟ (أفرض أن الضوء المنبعث أحادي الموجة طوله الموجي 6,000 Å) .

٩ – أشعة الشمس تصل الى الارض بمعدل $1,400 \text{ W/m}^2$ ، على سطح عمودي على اتجاه الضوء الساقط . (أ) جد أقصى ضغط (بـ lb/in.^2) يسلطه هذا الضوء على سطح الارض . (ب) أفرض أن ضوء الشمس يتكون كليًا من فوتونات طولها الموجي 6,000-Å . ما عدد الفوتونات التي تصل الى سطح الارض المواجه للشمس في الثانية لكل مترمربع ؟ (ج) اذا علم أن معدل نصف قطرفلك الارض حول الشمس 1.5×10^{11} m. ما قدرة الشمس الاشعاعية بالواط ؟ وما عدد الفوتونات المنبعثة بالثانية الواحدة من الشمس ؟ (د) ما عدد الفوتونات في المتر المكعب من الفضاء قرب سطح الارض ؟

١٠ – ما طول موجة الاشعة السينية المنبعثة من هدف عندما تسقط عليه الكترونات طاقتها 100-keV ؟ ما هو تردد الفوتونات المنبعثة ؟

١١ – جهاز أشعة سينية يولّد اشعة سينية طولها الموجي 0.1-Å . ما الجهد المعجّل المستخدم في الجهاز ؟

١٢ – المسافة بين مستويات براك المتجاورة في بلورة الكالسيوم تساوي 3×10^{-8} cm . ما أصغر زاوية بين هذه المستويات وحزمة أشعة سينية ساقطة طولها الموجي 0.3-Å ، التي يمكن التحسس عندها بالاشعة السينية المتشتتة ؟

١٣ – كثافة بلورة كلوريد البوتاسيوم تساوي 1.98×10^3 kg/m^3 . الوزن الجزيئي لـ KCl هو 74.55 . جد المسافة بين الذرات المتجاورة .

١٤ – ما طاقة فوتون اذا كان زخمة يساوي زخم بروتون طاقته 10-MeV ؟

١٥ – ما تردد فوتون أشعة سينية زخمة 1.1×10^{-23} kg-m/s ؟

١٦ – برهن على أنه ليس من الممكن لفوتون أن يعطي كل طاقته وزخمة الى الكترون طليق (وعليه فان ظاهرة الكهروضوئية تحدث فقط عندما يصطدم فوتون بالكترون مرتبط بذرة) .

١٧ – حزمة اشعة سينية تتشتت بواسطة الكترونات طليقة . عند زاوية 45° من الاتجاه الاصلي الاشعة السينية المتشتتة لها طول موجي 0.022 Å . ما طول موجة الاشعة السينية الساقطة ؟

١٨ – فوتون أشعة سينية ترددها الابتدائي 1.5×10^{19} Hz ، يصطدم مع الكترون ويندفع بتردد 1.2×10^{19} Hz . ما مقدار الطاقة الحركية المكتسبة من قبل الالكترون ؟

١٩ – فوتون أشعة سينية تردده الابتدائي 3×10^{19} Hz يصطدم مع الكترون ويتشتت بزاوية 90° . جد تردد الفوتون الجديد .

٢٠ – جد طاقة فوتون الاشعة السينية الذي يعطي طاقة عظمى قدرها 50 keV عند تصادمه مع الكترون .

٢١ – حزمة أشعة سينية آحادية الطول الموجي طول موجتها 0.558 Å ، تتشتت بزاوية 46° ، جد الطول الموجي للحزمة المتشتتة .

٢٢ – كنا قد افترضنا في البند (٢–٤) أن الاشعة السينية المتشتتة بواسطة بلورة لايتغير طولها الموجي . اثبت ان هذا الافتراض مقبول وذلك بحساب طول موجة كومبتن لذرة Na ومقارنتها مع الطول الموجي الاعتيادي 1 Å للاشعة السينية .

٢٣ – في الفصل الثاني عشر سوف نجد أن نوى ذرات معينة تبعث فوتونات بانتقالها من حالة متهيجة الى الحالة الارضية . هذه الفوتونات تكوّن أشعة كاما . وعندما تبعث نواة فوتونا فانها ترتد بالاتجاه المعاكس . (أ) نواة $^{57}_{27}$Co تتحول الى $^{57}_{26}$Fe باقتناصها الكتروناً من المدار الذري K ‏K capture . بعد ذلك تبعث فوتوناً فاقدة طاقة 14.4 keV ، لتنتقل الى الحالة الارضية . اذا علمت أن كتلة ذرة $^{57}_{26}$Fe تساوي 9.5×10^{-26} kg ما الفرق بين طاقة الفوتون المنبعث والطاقة الكلية 14.4 keV ؟

(ب) في بعض البلورات تكون الذرات مرتبطة بقوّة كبيرة حيث ترتدّ البلورة ككل بدلاً من الذرة بمفردها ، عندما ينبعث منها فوتون أشعة كاما . وتدعى هذه الظاهرة بظاهرة موسباور *Mössbauer effect* . ما مقدار الفرق بين طاقة الفوتون المنبعث من نواة $^{57}_{26}Fe$ والطاقة 14.4-keV ، عندما تكون الذرة جزء من بلورة كتلتها غرام واحد ؟ (ج) وجود مثل هذا الانبعاث غير الارتدادي recoil-free emission لأشعة كاما في الفرع (ب) ، يعني انه من الممكن صنع مصدر فوتونات احادية الطول الموجي . هذا المصدر قد استخدم في التجربة الموضحة في الفقرة الاخيرة من البند (٢-٧) . ما تردد فوتون طاقته 14.4 keV ؟ وما التغيير في تردده عندما يسقط من على مسافة 20 m قرب سطح الارض ؟

٢٤ - يصطدم بوزترون بالكترون ويفني بعضها الآخر ، اذا كانت الطاقة الحركية لكل من الجسيمين المصطدمين تساوي 1 MeV . جد طول موجة كل من الفوتونين المتولدين .

الفصل الثالث

الصفات الموجية للجسيمات

من الغريب ان يكون هناك حوالي عقدين من الزمن بين الاكتشاف في عام 1905 للصفة الجسيمية للموجات ، والافتراض في عام 1924 بأن الجسيمات لها صفات موجية . وعادة يتم اقتراح الفرضيات الجذرية لتفسير النتائج التجريبية المبهمة ، وقلما تقترح هذه الفرضيات بمحضى تصور ذهني غير نابع عن صفة تجريبية . ومما يجلب الانتباه هنا ان لويس ديبرولي Louis de Broglie قد افترض الصفة الموجيّة للجسيمات عام 1924 ،من دون اساس تجريبي واضح . كانت الحالة الفكرية التي عاصرت افتراح ديبرولي للصفة الموجية للجسيمات تختلف تماماً عما كانت عليها عند تقديم الصفة الكمية للضوء من قبل بلانك وأينشتين . انّ فكرة ديبرولي لاقت اقبالاً واحتراماً شديدين ، في حين لم تلاق فكرة بلانك وآينشتين ذلك الاقبال على الرغم من تحقيقها للنتائج العلمية . انّ الصفة الموجية للجسيمات برهنت عملياً عام 1927 ،وقبل عام من ذلك الوقت كوّن شرودينكر Schrödinger's النظرية الكمية للجسيمات مستنداً على الازدواجية – الموجية الجسيمية wave particle duality

٣–١ موجات ديبرولي DE BROGLIE WAVES

فوتون ضوئي تردده ν يمتلك زخماً مقداره :

$$p = \frac{h\nu}{c}$$

أي :

$$p = \frac{h}{\lambda}$$

حيث انّ $c = \lambda\nu$ ، λ الطول الموجي للضوء . وعليه فانّ طول موجة الفوتون تتحدد بزخم الفوتون تبعاً للعلاقة .

$$\lambda = \frac{h}{p} \quad (\text{٣–١})$$

لقد افترض ديبرولي بأن المعادلة (٣–١) هي قانون عام يشمل الفوتونات والجسيمات المادية ، على اساس القول ان الطبيعة تتصرّف بصورة متجانسة في الحالات المترادفة . انّ زخم جسيم كتلته m وسرعته v هو : $p = mv$.

وعليه فانّ طول موجة ديبرولي de Broglie wavelength تكون :

$$\lambda = \frac{h}{mv} \quad \text{طول موجة ديبرولي} \quad (\text{٣–٢})$$

من هذه العلاقة يتبين لنا أنه كلما زاد زخم الجسيم قصر طول موجته . في المعادلة (٣–٢) m تمثل الكتلة النسبية /

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

المعادلة (٣–٢) برهنت عملياً بواسطة تجارب تتضمن حيود الكترونات سريعة بواسطة بلورات ، كحيود الاشعة السينية . وقبل أن ندرس هذه التجارب ، من الملائم أن نتفحص طبيعة الظاهرة الموجية للجسيمات . في حالة الضوء ، تتكون الموجات من تذبذب المجال الكهرومغناطيسي ، في حين في حالة الصوت تمثل الموجات تخلخل وتضاغط الوسط . اذن ما الشيء المتذبذب ليكوّن موجات ديبرولي ؟

٣–٢ دالــة الموجــة WAVE FUNCTION

الكميّة المتغيّرة التي تعبّر عن موجات ديبرولي تدعى بدالة الموجة ، ويعبر عنها بالحرف الاغريقي Ψ (يلفظ بساى) . انّ قيمة دالّة الموجة التابعة لجسيم متحرك ، عند الموقع x, y, z وفي اللحظة t تتعلق باحتمال وجود الجسيم في ذلك المكان والزمان . ومع هذا فان Ψ نفسها ليس لها معنى فيزياوي مباشر . هناك سبب بسيط يعلّل لماذا لا يمكن قياس Ψ تجريبيا ؛ فالاحتمالية P بأن شيئاً في موقع معين عند لحظة معيّنة يمكن أن يأخذ القيمة بين 0 ، الذي يمثل عدم وجود الجسيم قطعياً ، و 1 ، الذي يكون عنده وجود الجسيم حتمياً . (احتمالية 0.2 مثلاً تعني هناك احتمال 20% لايجاد الجسيم) . لكن ازاحة موجة يمكن ان تكون موجبة اوسالبة ، في حين أنّ احتمالية سالبة ليس لها معنى . وعليه لا يمكن قياس Ψ تجريبياً .ولا ينطبق الاعتراض الوارد في اعلاه على مربع القيمة المطلقة لدالّة الموجة $|\Psi|^2$. ولهذا السبب ولاسباب اخرى ، تسمى $|\Psi|^2$ بكثافة الاحتمالية

probability density . انّ احتمالية وجود جسيم دالته الموجيّة Ψ ، عند الموقع x, y, z واللحظة t تتناسب مع $|\Psi|^2$ في ذلك المكان والزمان . قيمة كبيرة لـ $|\Psi|^2$ تعني احتمالية كبيرة لوجود الجسيم ، في حين تعني قيمة صغيرة لـ $|\Psi|^2$ احتمالية وجود الجسيم قليله . وطالما $|\Psi|^2$ لا تساوي صفراً في مكان ما ، فان هناك احتمال معين لوجود الجسيم في ذلك الموقع . وقد أدخل ماكس بورن Max Born هذا التفسير لـ $|\Psi|^2$ عام 1926 .

هناك فارق كبير بين احتمالية حدوث حدث ، والحدث نفسه . فعلى الرغم من اننا سوف نتكلم عن دالة الموجة Ψ لتصف توزيع احتمالية وجود الجسيم في الفضاء ، فان هذا لا يعني ان الجسيم نفسه منتشر في حيز واسع . عندما نجرى تجربة لايجاد الكترون فاننا اما ان نجد الكتروناً كاملاً في موقع ولحظة معينين ، اولا نجد الكترونا . ليس هناك معنى لايجاد 20 % من الالكترون ومع هذا فمن الممكن أن يكون هناك احتمال 20 % لايجاد الالكترون في ذلك المكان والزمان . هذه الاحتمالية تتحدد بـ $|\Psi|^2$.

ويمكننا تفسير $|\Psi|^2$ بطريقة أخرى . اذا كان هناك عدد كبير جداً من الجسيمات المتماثلة ، ذات نفس الدالة الموجيّة Ψ ، فان كثافة الجسيمات عند الموقع x, y, z واللحظة t تتناسب مع القيمة $|\Psi|^2$.

انّ طول موجة ديبرولي التابعة لجسيم متحرك تأخذ الصيغة البسيطة :

$$\lambda = \frac{h}{mv}$$

في حين يشكلّ ايجاد الازاحة Ψ كدالة للموقع والزمان مسألة معقدة . سوف ندرس الدالّة Ψ في الفصل الخامس ، وفي الفصل السادس نطبّق تلك النتائج لدراسة التركيب الالكتروني للذرات . وحتى ذلك الحين ، نفترض صحة جميع المعلومات المطلوبة في هذا الفصل لـ Ψ .

وعندما تكون دالة الموجة Ψ كميّة معقدة complex (ذات جزء حقيقي وجزء خيالي) فان كثافة الاحتمالية تاخذ حاصل الضرب $\Psi^* \Psi$ بين Ψ ومرافقه Ψ^* . ونحصل على المرافق لكميّة معقدة بتعويض كل $i (= \sqrt{-1})$ بـ $-i$ أينما وجدت في الدالة . ويمكن كتابة كل دالة معقدة Ψ بالصيغة :

$$\Psi = A + iB$$

حيث A و B دالتان حقيقيتان . المرافق المعقد Ψ^* لـ Ψ يكون :

$$\Psi^* = A - iB$$

وعليه فان :

$$\Psi^* \Psi = A^2 - i^2B^2 = A^2 + B^2$$

حيث $i^2 = -1$. من هذا نجد أن $\Psi^* \Psi$ هي دائماً كميّة حقيقية موجبة .

٣–٣ سرعة موجة ديبرولي DE BROGLIE WAVE VELOCITY

ما سرعة انتشار موجة ديبرولي ؟ لما كان جسم متحرك ترافقه موجة ، فمن المعقول ان نتوقع أن سرعة الموجة هذه تتحدد بسرعة الجسم . لوكانت سرعة موجة ديبرولي w ، فان

$$w = \nu\lambda$$

حيث λ هي طول موجة ديبرولي

$$\lambda = \frac{h}{mv}$$

في حين ان التردد ν يتحدد بالمعادلة الكمية

$$E = h\nu$$

أو

$$\nu = \frac{E}{h}$$

ولما كان

$$E = mc^2$$

نجد

$$\nu = \frac{mc^2}{h}$$

وعليه تكون سرعة موجة ديبرولي :

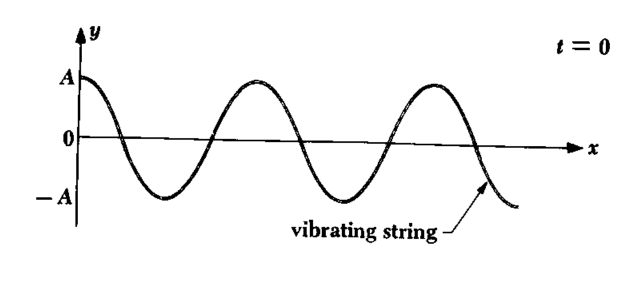
$$w = \nu\lambda = \frac{mc^2}{h}\frac{h}{mv} = \frac{c^2}{v} \qquad (٣–٣)$$

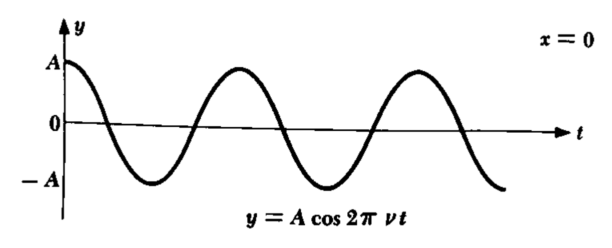
وبما أن سرعة الجسيم v هي دائماً أقل من سرعة الضوء c ، لذا نلاحظ ان سرعة انتشار موجة ديبرولي w هي دائماً أكبر من c! كذلك نلاحظ من المعادلة الاخيرة أن v و w لاتتساويان اطلاقاً . ولكي نفهم هذه النتيجة ، لابد ان ندرس مفهوم سرعة الموجة *phase velocity* وسرعة مجموعة الامواج *group velocity*

لنبدأ أولاً بوضع الصيغة الرياضيّة للحركة الموجيّة ، ولنتصور حبلاً مشدوداً على طول محور x ، أجزاؤه تتذبذب بحركة توافقية بسيطة simple harmonic motions باتجاه محور y . نأخذ زمن البداية $t = 0$ عند اللحظة التي فيها الازاحة y عند النقطة $x = 0$

ذات قيمة عظمى . عليه تكون الازاحة عند نفس النقطة $x = 0$ في أي زمن t ، هي

$$y = A \cos 2\pi\nu t \qquad (٣-٤)$$





الشكل (٣-١) الحركة الموجية

حيث انّ A هي سعة الذبذبة ، أي الازاحة العظمى على جهتي المحور x ، على حين تمثل ν تردد الموجة .

من المعادلة (٣-٤) يمكننا أن نجد ازاحة نقطة على الحبل عند النقطة $x = 0$ في أي لحظة t .والوصف الكامل لحركة موجة الحبل يجب أن يتضمن أيضاً علاقة تغير الازاحة y مع الموقع x عند كل لحظة t . او بعبارة أخرى ، علينا أن نجد تغير y مع الموقع x والزمن t لايجاد هذه العلاقة ، نتصور أننا نبدأ عند اللحظة $t = 0$ بهزّ طرف الحبل عند النقطة $x = 0$ ، بحركة توافقيّة بسيطة . لذلك تتولّد موجة تتحرك باتجاه $+x$ (الشكل ٣-٢) . سرعة انتشار هذه الموجة w تعتمد على حالة الحبل . الموجة تتحرّك مسافة $x = wt$ في الزمن t . وعلى هذا تكون الفترة الزمنية الفاصلةبين تكوين الموجة عند $x = 0$ ووصولها النقطة x تساوي x/w . ومن هنا نجد أن الازاحة y عند النقطة x واللحظة t هي تماماً تساوي الازاحة y عند النقطة $x = 0$ واللحظة $t - x/w$. وبتعويض $t - x/w$ عن t في المعادلة (٣-٤) ، نحصل على المعادلة المطلوبة للازاحة y كدالّة لـ x و t :

$$y = A \cos 2\pi\nu\left(t - \frac{x}{w}\right) \qquad (٣-٥)$$

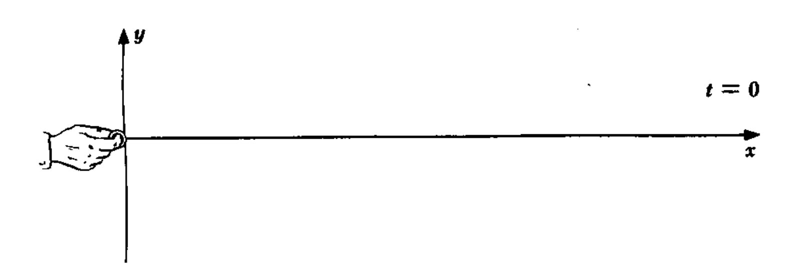
لتحقيق هذه المعادلة ، نلاحظ أن المعادلة (٣-٥) تأخذ صيغة المعادلة (٣-٤) عندما $x = 0$.

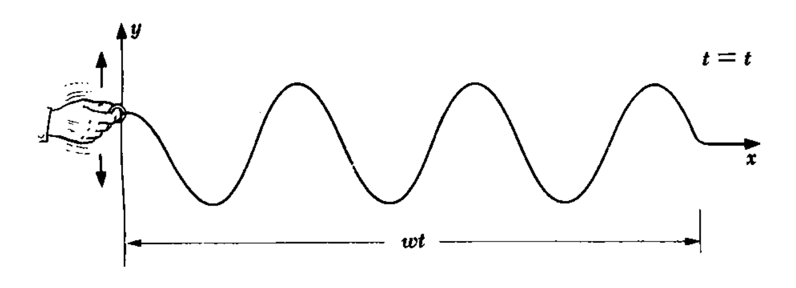
يمكن اعادة كتابة المعادلة (٣-٥) بالصيغة

$$y = A \cos 2\pi\left(\nu t - \frac{\nu x}{w}\right)$$

ولما كان

$$w = \nu\lambda$$





الشكل (٣-٢) : انتشار الموجة

نجد

$$y = A \cos 2\pi\left(\nu t - \frac{x}{\lambda}\right) \qquad (٣-٦)$$

انّ هذه الصيغة تكون غالباً أكثر ملاءمة من المعادلة (٣-٥) .

وهناك صيغة أخرى للمعادلة (٣-٥) التي كثيراً ما تستخدم في وصف الحركة الموجيّة . في هذه الصيغة نعرف التردد الزاوي *angular frequency* ω والعدد الموجي *wave number* k بالمعادلات

(٣–٧) التردد الزاوي $\omega = 2\pi\nu$

(٣–٨) العدد الموجي $k = \frac{2\pi}{\lambda}$

(٣–٩) $= \frac{\omega}{w}$

وحدة ω هي زاوية نصف قطريه في الثانية rad/s ، في حين وحدة k هي زاوية نصف قطريه لكل متر rad/m. واصطلاح التردد الزاوي ناتج من المقارنة مع الحركة الدورانية المنتظمة . ان جسماً متحركاً حول دائرة يعمل ν من الدورات في الثانية ، يقطع زاوية نصف قطريه : $2\pi\nu$ في كل ثانية . والعدد الموجي يساوي مقدار الزاوية نصف قطريه المكافئة لرتل موجة wave train طوله متواحد ؛ ذلك لأن كل موجة كاملة تقابل زاوية مقدارها 2π rad . ويمكننا اعادة كتابة المعادلة (٣–٥) بدلالة ω و k بالصيغة :

(٣–١٠) $y = A\cos(\omega t - kx)$

في فضاء ذي ثلاثة ابعاد نعوض عن k بالمتجه **k** الذي يكون عمودياً على جبهات الموجة wave fronts ، على حين نعوّض عن x بالمتجه نصف القطرى **r** . وكذلك نستخدم المضروب العددي scalar product $\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}$ بدلاً من kx في المعادلة (٣–١٠) .

٣–٤ سرعة الموجة وسرعة مجموعة الامواج

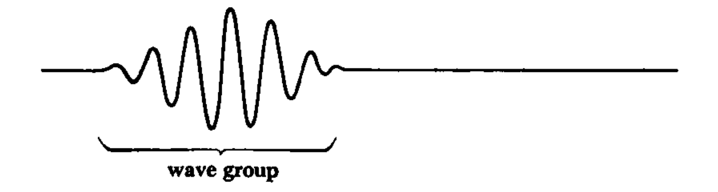
PHASE AND GROUP VELOCITIES

انّ ازاحة موجة ديبرولي التابعة لجسيم متحرك تعطينا احتمالية وجود الجسيم في موقع وزمن معينين . ومن الواضح انه لا يمكن تمثيل موجة ديبرولي بصيغة المعادلة (٣–١٠) ، التي تصف رتلاً غير متناه من الموجات ذات نفس السعة A . وعليه نتوقّع ان موجة جسيم متحرك تكون على شكل رزمة موجية *wave packet* أو مجموعة موجية *wave group* التي تضم عدداً من الموجات مختلفة السعات ، كالمبينة في الشكل (٣–٣) . وبذلك تكون احتمالية وجود الجسيم متمركزة في حيز محدود .

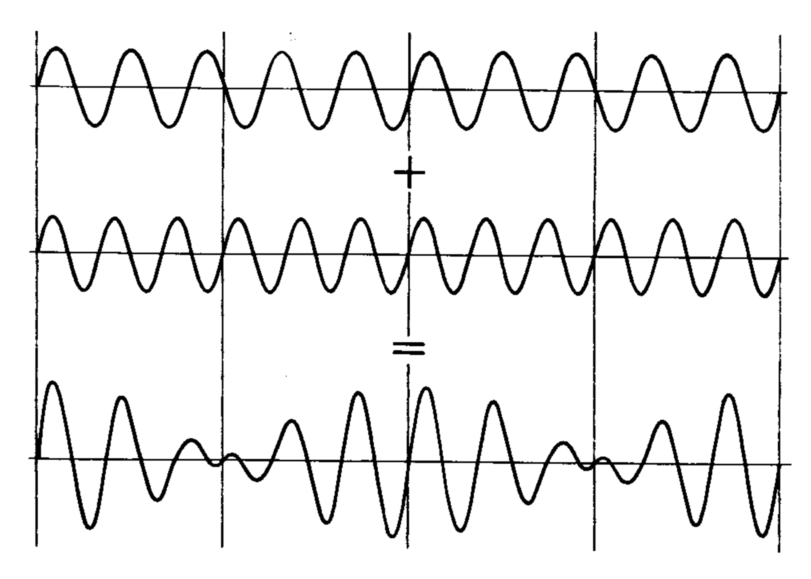
هناك مثال شائع لتوليد رزمة الموجات هو تكوين الضربات الصوتية sound beats . فعند توليد موجتين صوتيتين بنفس السعة لكن بتردد مختلف جزئياً ، نجد أن تردد الصوت المسموع يساوي معدل تردد الموجتين ، على حين تزداد شدة الصوت وتنقص بصورة دورية ، وبيساوي تردده الفرق بين تردد الموجتين الاصليتين . فمثلاً ، لوكان تردد الموجتين الاصليتين هو 440 Hz و 442 Hz ، لسمعنا صوت تردده 441 Hz ، على حين هناك ضربتان حادثتان في كل ثانية . والشكل (٣–٤) يوضح توليد هذه الضربات .

وعليه لكي نحصل على رزمة موجات ، علينا أن نجمع موجات بسيطة بأطوال موجية مختلفة . عندما تتداخل هذه الموجات بعضها مع بعض ، تتكوّن رزمة الموجة المطلوبة . أما اذا كانت سرعة الموجات المختلفة متساوية ، فأن سرعة رزمة الموجة تساوي السرعة المشتركة للموجات . لكن اذا تغيَّرت سرعة الموجة مع الطول الموجي ، فسنجد أن الأمواج المختلفة لا تتحرك معاً ، وبذلك تختلف سرعة رزمة الموجة عن سرعة الموجات المكونّة .

ليس من الصعب علينا حساب سرعة الموجة u ؛ دعنا نفترض أن رزمة موجة تتكوّن من جمع موجتين بسيطتين ذات نفس السعة A ولكن بفرق سرعة زاوية $d\omega$ وفرق عدد موجي dk



الشكل (٣-٣) : رزمة موجية .



الشكل (٣-٤) : توليد الضربات .

ويمكننا كتابة الموجتين الاصليتين بالمعادلتين .

$$y_1 = A\cos(\omega t - kx)$$
$$y_2 = A\cos[(\omega + d\omega)t - (k + dk)x]$$

ان محصلة الازاحة y عند أية لحظة t وموقع x هي حاصل جمع y_1 و y_2 . باستخدام المتطابقة :

$$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos \tfrac{1}{2}(\alpha + \beta)\cos \tfrac{1}{2}(\alpha - \beta)$$

والعلاقة :

$$\cos(-\theta) = \cos\theta$$

نجد أن :

$$y = y_1 + y_2$$
$$= 2A\cos \tfrac{1}{2}[(2\omega + d\omega)t - (2k + dk)x]\cos \tfrac{1}{2}(d\omega\, t - dk\, x)$$

ولما كان $d\omega$ و dk كميتين صغيرتين بالنسبة لـ ω و k على التوالي ، فإن

$$2\omega + d\omega \approx 2\omega$$
$$2k + dk \approx 2k$$

وعليه :

$$y = 2A\cos(\omega t - kx)\cos\left(\frac{d\omega}{2}t - \frac{dk}{2}x\right) \qquad (٣ - ١١)$$

انَّ المعادلة (٣-١١) تمثّل موجة سرعتها الزاوية ω وعددها k ، وسعة هذه الموجة تتغير على شكل موجي بسرعة زاوية $\tfrac{1}{2}d\omega$ وعدد موجي $\tfrac{1}{2}dk$. هذا التغير في سعة الموجة يؤدي الى تكوين المجاميع الموجية كالمبينة في الشكل (٣-٤) وسرعة الموجة w هي :

$$w = \frac{\omega}{k} \qquad \text{سرعة الموجة} \qquad (٣ - ١٢)$$

في حين تكون سرعة كل مجموعة من الأمواج u هي :

$$u = \frac{d\omega}{dk} \qquad \text{سرعة مجموع الأمواج} \qquad (٣ - ١٣)$$

وبصورة عامة تعتمد هذه السرعة على تغير سرعة الموجة مع العدد الموجي في الوسط المعين .

انَّ سرعة مجموعة الأمواج ربما تكون أكبر أو أصغر من سرعة موجة منفردة . وحين تأخذ سرعة الموجة w نفس القيمة لجميع الأطوال الموجية ، فان سرعة مجموعة الأمواج تساوي سرعة الموجة .

ان السرعة الزاوية والعدد الموجي لموجات ديبرولي التابعة لجسم كتلته السكونية m_0 ويتحرك بسرعة v ، هما على التوالي :

$$\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi mc^2}{h} = \frac{2\pi m_0c^2}{h\sqrt{1 - v^2/c^2}} \qquad (14-3)$$

و

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi mv}{h} = \frac{2\pi m_0v}{h\sqrt{1 - v^2/c^2}} \qquad (15-3)$$

ان كلا من ω و k هي دالة للسرعة v، ولذلك فان سرعة الموجة w تكون :

$$w = \frac{\omega}{k} = \frac{c^2}{v}$$

اذ انها أكبر من سرعة الجسم v وسرعة الضوء c، ذلك لأن $v < c$. ان سرعة مجموعة امواج ديبرولي التابعة لجسم متحرك هي

$$u = \frac{d\omega}{dk} = \frac{d\omega/dv}{dk/dv}$$

$$\frac{d\omega}{dv} = \frac{2\pi m_0v}{h(1 - v^2/c^2)^{3/2}}$$

على حين

$$\frac{dk}{dv} = \frac{2\pi m_0}{h(1 - v^2/c^2)^{3/2}}$$

لذلك فإن سرعة مجموعة الأمواج تساوي

$$u = v \qquad (16-3)$$

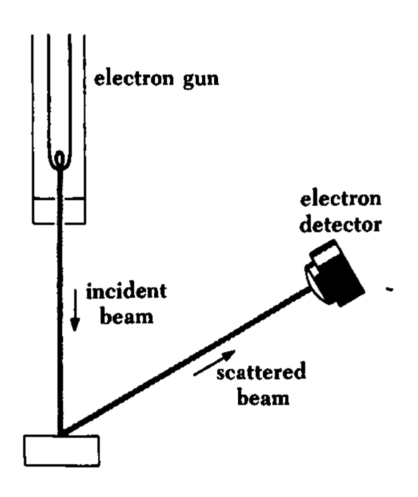
أي أن سرعة مجموعة أمواج ديبرولي u لجسم متحرك تساوي نفس سرعة الجسم . في حين ليس هناك معنى فيزياوي بسيط لسرعة موجة ديبرولي w .

٣ – ٥ حيود الجسيمات DIFFRACTION OF PARTICLES

حيود الجسيمات هو تأثيرات موجية ليس لها مرادف كلاسيكي . في عام ١٩٢٧ أثبت معاً العالمان دافسون وجيرمر(Davisson and Germer) من الولايات المتحدة ، وبصورة مستقلة العالم البريطاني ثومسون Thomson صحة فرضية ديبرولي ذلك بمشاهدة حيود الالكترونات بوساطة البلورات . وسندرس هنا تجربة دافسون وجيرمر لسهولة تحليلها .

كان دافسون وجيرمريدرسان تشتت الالكترونات من سطوح الأجسام الصلبة باستخدام جهاز كالمبين في الشكل (٣-٥) . ان كلاً من طاقة الالكترونات في الحزمة الابتدائية ، وزاوية السقوط ، وموقع الكاشف قابل للتغير . وبناء على الفيزياء الكلاسيكية تنبعث الالكترونات المتشتتة في جميع الاتجاهات وأن كثافة الالكترونات المتشتتة تعتمد بصورة طفيفة على شدة الحزمة الساقطة وزاوية التشتت ، في حين تكاد تكون معتمدة كليا على طاقة الالكترونات الساقطة . وقد استطاع العالمان دافسون وجيرمر في بادىء الأمر تحقيق هذه التوقعات باستخدامهما معدن النيكل كهدف للالكترونات الساقطة .

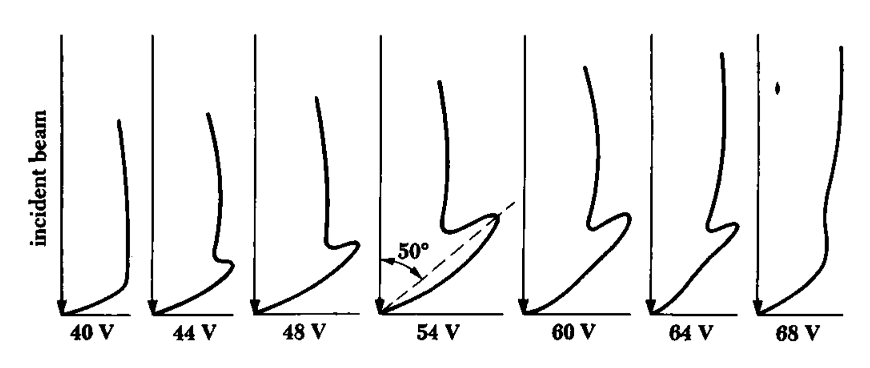
وخلال تجربة دافسون وجيرمر . حدث تسرب هواء داخل الجهاز أدي الى تأكسد سطح معدن الهدف . وللتخلص من التأكسد ، وضع الهدف في فرن ذي درجة حرارة عالية . وبعد الانتهاء من هذه العملية اعيد الهدف الى الجهاز ، ثم استمرت التجربة .



الشكل (٣-٥) : تجربة دافسون وجيرمر

كانت النتائج الجديدة تختلف تماماً عن النتائج قبل تسرب الهواء ؛ فبدلاً من مشاهدة تغير مستمر لشدة الالكترونات المتشتتة مع زاوية التشتت ، لوحظ ان شدة هذه الالكترونات تظهر قيماً عظمى وصغرى متميزة ، عند مواقع تعتمد على طاقة الالكترونات الساقطة . ففي الشكل (٣-٦) تظهر منحنيات نموذجية لتغير شدة الالكترونات المتشتتة مع زاوية التشتت . وفي هذه الاشكال ، تتناسب شدة الالكترونات عند زاوية معينة مع بعد النقطة على المنحني ، عند تلك الزاوية ، من نقطة التشتت .

وهناك سؤالان مهمّان هما : ما سبب هذه الظاهرة ، ولماذا لم تحدث قبل تسخين المعدن؟ يمكن تفسير هذه الظاهرة على أساس فرضية ديبرولي ، وهي ان موجات الالكترونات تعاني حيوداً بواسطة الهدف كحيود الاشعة السينية بواسطة المستويات الذرية في البلورات . على حين أدى تسخين معدن النيكل لدرجة حرارية عالية الى تكوين بلورة نيكل كبيرة من البلورات الصغيرة في المعدن الاعتيادي .



الشكل (٣-٦) : نتائج دافسون وجيرمر .

دعنا نثبت التفسير الذي في أعلاه لنتائج تجربة دافسون وجيرمر . في احدى الحالات أسقطت حزمة الكترونات طاقتها 54-eV ، بصورة عمودية على سطح الهدف . فأظهرت الالكترونات المتشتتة شدة متميزة عند زاوية 50° بالنسبة لاتجاه الحزمة الاصلية. وكل من زاوية السقوط وزاوية التشتت ، بالنسبة لمستويات براك المبينة في الشكل (٣-٧) ، تساوي 65° . والمسافة بين هذه المستويات ، كما هي مقاسة عن طريق حيود الاشعة السينية ، تساوي 0.91 Å . ان معادلة براك التي تحدد مواقع الشدة العظمى للالكترونات المتشتتة هي

$$n\lambda = 2d \sin\theta$$

في المسألة الحالية $d = 0.91$ Å و $\theta = 65°$ ، ولو فرضنا ان $n = 1$ ، لوجدنا ان طول موجة ديبرولي λ للالكترونات المتشتتة تساوي

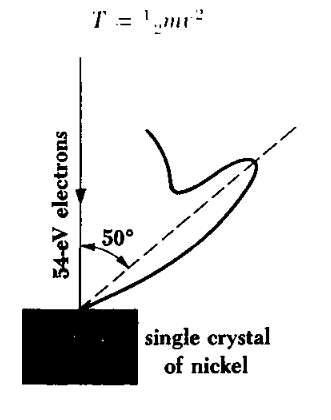
$$
\begin{aligned}
n\lambda &= 2d \sin\theta \\
&= 2 \times 0.91 \text{ Å} \times 65° \\
&= 1.65 \text{ Å}
\end{aligned}
$$

والآن نستخدم معادلة ديبرولي :

$$\lambda = \frac{h}{mv}$$

لحساب الطول الموجي المتوقع للالكترونات . لما كانت الطاقة الحركية للالكترون 54 eV هي صغيرة بالنسبة لطاقته السكونية m_0c^2 of 5.1×10^5 eV ، لذا يمكن اهمال التأثيرات النسبية في المسألة . وعليه

$$T = \tfrac{1}{2}mv^2$$



الشكل (٣-٧) : سبب نتائج دافسون وجيرمر هو حيود موجات ديبرولي بواسطة الهدف .

ان الزخم الخطي للالكترون هو

$$
\begin{aligned}
mv &= \sqrt{2mT} \\
&= \sqrt{2 \times 9.1 \times 10^{-31} \text{ kg} \times 54 \text{ eV} \times 1.6 \times 10^{-19} \text{ J/eV}} \\
&= 40 \times 10^{-24} \text{ kg-m/s}
\end{aligned}
$$

لذا يكون طول موجة الالكترون .

$$
\begin{aligned}
\lambda &= \frac{h}{mv} \\
&= \frac{6.63 \times 10^{-34} \text{ J-s}}{4.0 \times 10^{-24} \text{ kg-m/s}} \\
&= 1.66 \times 10^{-10} \text{ m} \\
&= 1.66 \text{ Å}
\end{aligned}
$$

هذه النتيجة تتفق بصورة جيدة مع طول موجة الالكترون الملاحظة عمليا . ولذا فان نتائج تجربة دافسون وجيرمر هي اثبات مباشر لفرضية ديبرولي حول الصفة الموجيّة للأجسام المتحركة .

انّ تحليلات تجربة دافسون وجيرمر هي في الحقيقة أكثر تعقيدا من الملاحظات التي اسلفناها أعلاه . عندما يدخل الالكترون في البلورة فان طاقته تزداد بمقدار طاقة دالة الشغل للسطح . ولذا تكون سرعة الالكترون داخل البلورة أكبر من سرعته في الخارج ، وبالتالي يكون طول موجته في الداخل أقصر مما هو عليه في الخارج . وهناك تعقيد آخر للمسألة ينشأ من تداخل الموجات المتشتتة من مجاميع مختلفة لمستويات براك.وهذه الصفة تحدّد تكوين ذُرا متميّزة عند إتلاف مناسب بين طاقة الالكترون وزاوية السقوط ، اضافة الى تحقيق قانون براك .

ان الالكترونات ليست هي الأجسام الوحيدة التي يمكن تحقيق صفاتها الموجية . حيث قد تم أيضاً مشاهدة حيود النيوترونات neutrons والذرات بواسطة البلورات . وفي الحقيقة أن حيود النيوترونات ، مثل حيود الأشعة السينية والالكترونات ، يستعمل الآن بشكل واسع لدراسة التركيب البلوري للمواد .

وكما هي الحال للموجات الكهرومغناطيسية ، لا يمكن مشاهدة الصفة الموجية والصفة الجسيمية للأجسام بصورة آنية . ولذا فليس هناك معنى للسؤال : أي من الصفتين هي الصحيحة؟ وكل مانستطيع قوله هو ان الجسم يظهر صفات موجية في ظروف معينة وصفات جسيمية في ظروف أخرى . ان الصفة الغالبة للجسم تتحدد بنسبة طول موجة ديبرولي للجسيم الى أبعاد الأجسام المعنيّة في التجربة :
الطول الموجي 1.66 Å لالكترون طاقته 54-eV هو بحدود المسافات الفاصلة بين مستويات براك المتجاورة في بلورة النيكل . على حين يبلغ طول موجة سيارة متحركة بسرعة 90 Km/hr , حوالي 1.5×10^{-37}m هذا الطول الموجي صغير جداً بالنسبة لأبعاد السيارة ، وبذلك لايمكن ملاحظته .

٣ — ٦ مبدأ عدم التحديد THE UNCERTAINTY PRINCIPLE

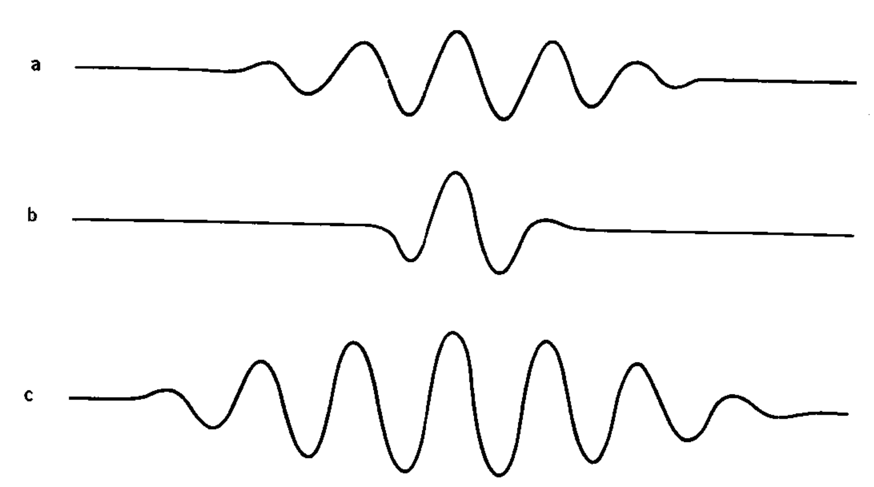
الحقيقة هي كون الجسم المتحرك مجموعة موجات ديبرولي بدلا من وحدة نقطية متمركزة ، تشير الى وجود أخطاء لايمكن السيطرة عليها في تحديد الصفات الجسيمية . الشكل (٣-٨أ) يوضّح مجموعة موجات ديبرولي . في هذا الشكل يمكن أن يكون الجسيم في أي مكان في حدود حيز مجموعة الموجات . فاذا كانت المجموعة ضيقة جدا ، كما في الشكل (٨-٣ب) ، فان موقع الجسيم يمكن تحديده بسهولة ، في حين لايمكن هنا

تحديد طوله الموجي . كحالة قصوى هي مجموعة موجات واسعة كالمبينة في الشكل (٣-٨جـ). في هذه الحالة يمكن تحديد الطول الموجي بسهولة . الا أنّ موقعه يكون غير محدد

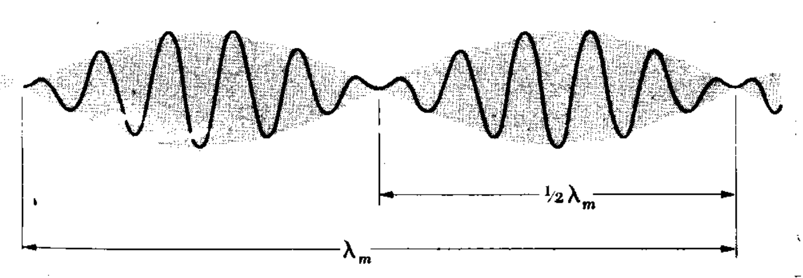
نستطيع بسهولة . من دراسة طبيعة مجموعة الامواج ، ايجاد العلاقة بين الخطأ المصاحب في قياس موقع الجسم Δx ، والخطأ المصاحب في قياس زخمة Δp في تجربة لقياس الموقع والزخم آنياً .

والمثال المبين في البند (٣ - ٤) هوأبسط حالة لتكوين مجموعة موجات ، ففي هذا المثال تتداخل موجتان سرعتهما الزاوية وعددهما الموجي يختلفان قليلاً . وسندرس هنا تكون مجموعة الأمواج الناشئة من تداخل موجات ديبرولي

$$\Psi_1 = A \cos (\omega t - kx)$$
$$\Psi_2 = A[\cos (\omega + \Delta\omega)t - (k + \Delta k)x]$$



الشكل (٣-٨) : عرض مجموعة الامواج يحد الخطاء في تعيين موقع الجسيم . كلما قصر طول المجموعة زاد الخطأ في تحديد الطول الموجي .



الشكل (٣-٩) : مجاميع موجات ناتجة من تداخل موجتين ذات نفس السعة ولكن ذات تردد مختلف .

وباستخدام نفس التحليلات في اشتقاق المعادلة (٣ – ١١) نجد أن

$$\Psi = \Psi_1 + \Psi_2$$
$$\approx 2A \cos(\omega t - kx) \cos(\tfrac{1}{2}\Delta\omega\, t - \tfrac{1}{2}\Delta k\, x) \qquad (٣ - ١٧)$$

هذه الدالة موضحة في الشكل (٣ – ٩) . نلاحظ من الشكل أن عرض مجموعة أمواج يساوي نصف طول موجة التنغيم (modulation) λ_m . من المعقول أن نعتبر أن عرض مجموعة الأمواج يساوي تقريباً الخطأ Δx في موقع الجسيم . أي

$$\Delta x \approx \tfrac{1}{2}\lambda_m \qquad (٣ - ١٨)$$

لكن طول موجة التنغيم تحدد بعددها الموجي k_m وفق العلاقة :

$$\lambda_m = \frac{2\pi}{k_m}$$

ومن المعادلة (٣ – ١٧) نلاحظ أن :

$$k_m = \tfrac{1}{2}\Delta k$$

وعليه فإن :

$$\lambda_m = \frac{2\pi}{\tfrac{1}{2}\Delta k}$$

ومنها

$$\Delta x \approx \frac{2\pi}{\Delta k}$$

اي أن

$$\Delta x\, \Delta k \approx 2\pi \qquad (٣ - ١٩)$$

وطبيعي ، أن جسيماً متحركا يجب أن يتمثل بمجموعة واحدة من الموجات ، وليس برتل من هذه المجاميع . ان مجموعة أمواج واحدة يمكن أن تتكّون من تداخل موجات كثيرة ذات ترددات وسعات مختلفة .

في لحظة معينة t ، يمكن كتابة دالة مجموعة الامواج $\Psi(x)$ على شكل تكامل فورير *Fourier integral*

$$\Psi(x) = \int_0^\infty g(k) \cos kx\, dk \qquad (٣ - ٢٠)$$

وحيث أنّ $g(k)$ هي سعة الموجة ذات العدد الموجي k ، المساهمة في تكوين مجموعة الأمواج Ψ . $g(k)$ تدعى بتحويل فورير Fourier transform للدالة $\Psi(x)$. ان الدالتين $g(k)$ و $\Psi(x)$ تتضمنان نفس المعلومات حول مجموعة الأمواج . اذ معرفتنا بواحدة منهما نستطيع أن نجد الأخرى . الشكل (٣–١٠) يبين تحويلات فورير لمجاميع موجية مختلفة . في هذا الشكل نلاحظ أيضاً تحويل فورير لموجة منفردة ، تتحدد بعدد موجي واحد .

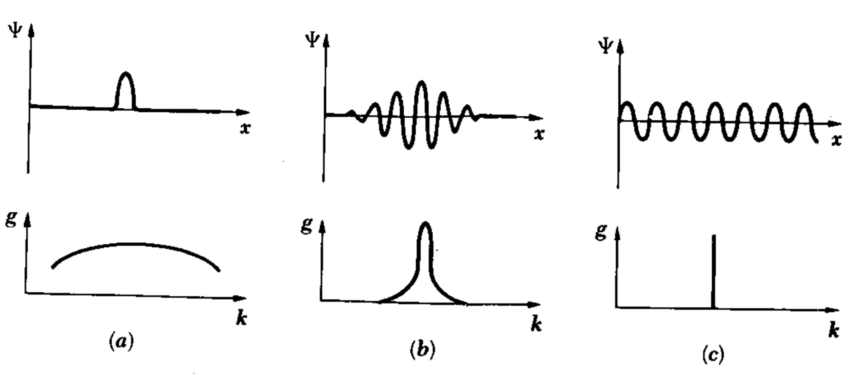
وبصورة عامة ، تنتشر الأعداد الموجية اللازمة لتكوين مجموعة أمواج بين $k = 0$ و $k = \infty$. لكن لمجموعة أمواج ذات عرض Δx محدود ، تقع الأعداد الموجية الاكثر أهمية – أي التي عندها $g(k)$ كبيرة نسبياً – ضمن فترة Δk محدودة . كما هو موضح في الشكل (٣–١٠) ، وكلما ضاق عرض مجموعة الأمواج ، زادت سعة الفترة Δk اللازمة لتكوين المجموعة ، والعكس صحيح . ان العلاقة بين العرض Δx وسعة الفترة Δk ، تعتمد على شكل مجموعة الأمواج وعلى كيفية تحديد Δx و Δk . ونحصل على أدنى قيمة لحاصل الضرب $\Delta x \Delta k$ عندما تأخذ مجموعة الامواج شكل دالة كاوس gaussian function . وتحويل فورير لهذه الدالة يأخذ صيغة دالة كاوس أيضاً .

لو أعتبرنا Δx و Δk يمثلان الانحراف المعياري standard deviations للدالة $\Psi(x)$ و $g(k)$ ، على التوالي ، لوجدنا $\Delta x \Delta k = 1/2$. وبصورة عامة $\Delta x \Delta k$ يساوي تقريباً واحداً .

$$\Delta x \Delta k \approx 1 \qquad (٣ - ٢١)$$

انّ طول موجة ديبوولي لجسيم زخمة p هي

$$\lambda = \frac{h}{p}$$



الشكل (٣–١٠) دالة الموجة وتحويل فورير لـ (أ) نبضة موجية ، (ب) مجموعة أمواج ، (ج) موجة منفردة . إنّ اضطراباً قصيراً يتطلب مجموعة أوسع من الترددات مما يتطلبه اضطراب طويل .

والعدد الموجي التابع لهذا الطول الموجي هو

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$= \frac{2\pi p}{h}$$

ولذا فإنّ الخطأ Δk في تحديد العدد الموجي لموجات ديبرولي يولد خطأ Δp في زخم الجسيم تبعاً للمعادلة .

$$\Delta p = \frac{h\,\Delta k}{2\pi}$$

ولما كان $\Delta x\,\Delta k \approx 1,\ \Delta k \approx 1/\Delta x$ فعليه يكون

(٣ – ٢٢) $\Delta x\,\Delta p \geqslant \frac{h}{2\pi}$ مبدأ عدم التحديد

واشارة المساواة تعبّر عن الخطأ الطبيعي الأدنى في قياس x و p آنياً ، وفق النظرية الموجية . بينما أي خطأ ناتج من أجهزة القياس سوف يزيد الخطأ الكلّي .

والمعادلة (٣ – ٢٢) هي أحدى صيغ مبدأ عدم التحديد الذي حصل عليه العالم ونير هايزنبرك Werner Heisenberg عام 1927 .

وتنص هذه المعادلة على أن حاصل ضرب الخطأ Δx في موقع جسيم والخطأ Δp في زخمة في تجربة لقياس x و p آنياً ، هو أكبر أو يساوي $h/2\pi$. ولا نستطيع أن نقيس آنياً كلاً من موقع وزخم الجسيم بدرجة غير متناهية في الدقة . اذا كانت Δx صغيرة جداً ، كما هي متمثلة بمجموعة الأمواج الضيقة في الشكل (٣ – ٨ ب) ، فإن Δp ستكون كبيرة . ولو صغرنا Δp بطريقة ما ، كما في حالة الموجة الواسعة في الشكل (٣–٨ ج) ، فإن Δx سوف تكون كبيرة . انّ هذه الأخطاء ليست نتيجة عدم كفاءة الاجهزة المستخدمة ، بل إنها ناتجة من عدم دقة وصفنا للكميات المتضمنة . والكمية $h/2\pi$ تظهر باستمرار في قوانين الفيزياء الحديثة بالاضافة الى أنها ترتبط بمبدأ عدم التحديد . ان هذه الكميّة تمثل الوحدة الأساس للزخم الزاوي angular momentum لذلك فمن المتعارف أن يستخدم الرمز $\hbar$ بدلاً من $h/2\pi$:

$$\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1.054 \times 10^{-34}\ \text{J-s}$$

يمكن الحصول على مبدأ عدم التحديد بطرق متعددة . دعنا نستنتج هذا المبدأ على أساس الصفة الجسيمية للموجات ، بدلا من الصفة الموجية للجسيميات كما في التحليل السابق .

أفترض أننا نريد أن نقيس موقع وزخم شيء مافي لحظة معينة . لكي نحصل على هذه القياسات ، علينا أن نستخدم شيئاً آخراً لنقل المعلومات المطلوبة عن الشيء الأول

الينا . باستخدام اللمس مثلاً ، أو باستخدام ضوء أو بأية طريقة أخرى . ولكي ندرس حالة الكترون، ربما نحتاج الى ضوء طوله الموجي λ ذلك كما في الشكل (٣-١١). في هذه العملية. تسقط فوتونات ضوئية على الالكترونات ثم ترتد منه . وكل فوتـون يحمل زخماً مقداره h/λ ، وعند تصادمه مع الالكترون يتغير هذا الزخم. ولا يمكن قياس هذا التغّير في الزخم بصورة دقيقة ، لكن الاحتمال الاكبر أن هذا التغير يساوي تقريباً زخم الفوتون نفسه h/λ . ولذلك فإن عملية القياس تسبّب خطأً مقداره

$$\Delta p \approx \frac{h}{\lambda} \qquad (٣ - ٢٣)$$

في تحديد زخم الالكترون . يلاحظ أنه كلما زاد طول موجة الضوء المستخدم « لمشاهدة» الالكترون ، قلّ الخطأ المتأتي عنه في تحديد الزخم .

ومن ناحية أخرى ، بسبب الصفة الموجيّة للضوء ، لانتوقّع أن نقيس موقع الالكترون بدقّة متناهية واكثرما نأمله هوأن نقيس الموقع بخطأ مقداره Δx يساوي تقريباً طول موجة الضوء المستخدم . أي

$$\Delta x \approx \lambda \qquad (٣ - ٢٤)$$

الشكل (٣-١١) : لانستطيع مشاهدة الكترون من دون تغيّر زخمه .

وكلما قل طول الموجي للضوء ، قلّ الخطأ في تحديد موقع الالكترون . ونلاحظ من المعادلتين (٣-٢٣)و(٣-٢٤) ، بأننا لو استخدمنا ضوء طوله الموجي قصير لزيادة الدقّة في تحديد الموقع ، فسينتج نقصان في دقة تحديد الزخم . في حين بأستخدام ضوء ذي طول موجي أطول ، نحصل على قياس أدق للزخم لكن على حساب زيادة

الخطأ في الموقع . وبتعويض $\lambda = \Delta x$ في المعادلة (٣ – ٢٣) نجد :

$$\Delta x \, \Delta p \geqslant h \qquad (٣ - ٢٥)$$

هذه النتيجة تتفق مع المعادلة (٣ – ٢٢) ، ذلك لأن تقدير كل من Δx و Δp في التحليلات الأخيرة يمثل أسوأ الاحتمالات في تحديد خطأ الموقع والزخم .

على الرغم من أن التحليل السابق يبدو جذاباً ، فإن مثل هذه التحليلات بصورة عامة يجب أن تعتمد ببعض الحذر . ففي التحليل السابق كنا قد افترضنا أن الالكترون له موقع وزخم محددين عند كل لحظة ؛ على حين كانت عملية القياس بالذات هي التي أدت الى الخطأ $\Delta x \, \Delta p$. وفي الحقيقة ان هذه الأخطاء ذاتية في طبيعة الأجسام المتحركة . وتكمن أهمية هذه الاشتقاقات في أنها : اولاً ، تبين أنه لايمكن تصوّر أية طريقة لنقض مبدأ عدم التحديد ، وثانياً ، أنها تشكل وجهة نظر ثانية تجعلنا نقبل مبدأ عدم التحديد على أساس تجريبي بسيط ، بدلاً من أستخدام مجاميع الامواج في وصف حركة الجسيمات .

٣ – ٧ تطبيقات على مبدأ عدم التحديد

APPLICATIONS OF THE UNCERTAINTY PRINCIPLE

ان ثابت بلانك صغير جداً (6.63×10^{-34} J-s فقط) حيث إن تأثير مبدأ عدم التحديد يكون مهمّا فقط في عالم الذرات والجسيمات الأولية . وفي هذا العالم الدقيق هناك عدة ظواهر يمكن تفسيرها على أساس هذا المبدأ ، سندرس هنا عدداً من هذه الأمثلة .

أحد الاسئلة المهمة هو معرفة فيما اذا يمكن للالكترون أن يوجد داخل النواة . كما سنلاحظ في فصل لاحق ، أن نصف قطر نواة ذرة هو حوالي 10^{-14} m . ولكي يكون الالكترون موجوداً داخل النواة ، فان الخطأ في موقعه يجب أن لايزيد عن 10^{-14} m . عليه يكون الخطأ في زخم الالكترون هو :

$$\Delta p \geqslant \frac{\hbar}{\Delta x}$$

$$\geqslant \frac{1.054 \times 10^{-34} \text{ J-s}}{10^{-14} \text{ m}}$$

$$\geqslant 1.1 \times 10^{-20} \text{ kg-m/s}$$

ان زخم الالكترون p يجب أن يساوي في الأقل هذا المقدار . عندما يكون زخم الالكترون 1.1×10^{-20} kg-m/s ، فإن طاقته الحركية T تكون أكبر بعدة مرات من طاقة الالكترون

السكونية m_0c^2 . ولذا يمكننا استخدام الصيغة القصوى للعلاقة النسبية :

$$T = pc$$

لايجاد T. بالتعويض عن p و c ، نحصل على :

$$T = 1.1 \times 10^{-20}\ \text{kg-m/s} \times 3 \times 10^{8}\ \text{m/s}$$
$$= 3.3 \times 10^{-12}\ \text{J}$$

ولما كان $1\ \text{eV} = 1.6 \times 10^{-19}\ \text{J}$ ، فيجب أن تكون الطاقة الحركية لالكترون داخل النواة أكبر بكثير من $20\ \text{MeV}$. مع أن القياسات التجريبية تظهر أن الالكترونات المنبعثة من نوى غير مستقرة تحمل طاقة أقل بكثير من هذه القيمة . من هذا نستنتج أن الالكترون لايمكن أن يوجد داخل النواة .

دعنا الآن نبحث عن الطاقة اللازمة للالكترون لكي يتحدد في الذرة ، انّ نصف قطر ذرة الهيدروجين حوالي $5 \times 10^{-11}\ \text{m}$ ، ولذلك فإن الخطأ في تحديد موقع الالكترون بحدود هذا المقدار . فيكون الخطأ في تحديد زخم الالكترون هو :

$$\Delta p = 2.1 \times 10^{-24}\ \text{kg-m/s}$$

انَّ الكتروناً زخمه هذا المقدار يكون في حالة غير نسبية ولذا فإن طاقة الالكترون الحركية تساوي

$$T = \frac{p^2}{2m}$$
$$= \frac{(2.1 \times 10^{-24}\ \text{kg-m/s})^2}{2 \times 9.1 \times 10^{-31}\ \text{kg}}$$
$$= 2.4 \times 10^{-18}\ \text{J}$$

أي حوالي $15\ \text{eV}$. وهذه الطاقة معقولة تماماً .

هناك علاقة لمبدأ عدم التحديد تكون مفيدة أيضاً في بعض الأحيان . ربما نرغب في قياس الطاقة E المنبعثة خلال الفترة الزمنية Δt نتيجة لعملية ذرية معينة لوكانت هذه الطاقة تنبعث على شكل موجات كهرومغناطيسية . فأن تحديد الفترة الزمنية سيؤثر على دقة قياس تردد الموجة ν . لنفترض أن الخطأ في تحديد العدد الموجي لمجموعة الموجات هو 1 . ولما كان تردد الموجات يساوي عدد الموجات التي نحسبها مقسومة على طول الفترة الزمنية ، فإن الخطأ $\Delta\nu$ في قياس التردد يكون

$$\Delta\nu = \frac{1}{\Delta t}$$

وقيمة الخطأ في الطاقة التابعة للخطأ $\Delta\nu$ هي :

$$\Delta E = h\,\Delta\nu$$

لذا :

$$\Delta E = \frac{h}{\Delta t}$$

أو :

$$\Delta E\,\Delta t \geqslant h$$

الحقيقة أننا باستخدام تحليلات أكثر دقة نحصل على :

$$\Delta E\, \Delta t \geqslant \hbar \qquad (٣ - ٢٦)$$

وتنص المعادلة (٣ - ٢٦) على أن حاصل ضرب الخطأ في قياس الطاقة ΔE والخطأ في تحديد الزمن Δt للعملية الذرية ، أكبر من $\hbar$ أو يساويه .

وكمثال على أهمية المعادلة (٣ - ٢٦) ، دعنا ندرس الاشعاعات الضوئية المنبعثة من ذرة متهيجة . هذه الذرة تتخلص من طاقتها الاضافية بإشعاع فوتون واحد أو أكثر ذي تردد متميّز . انّ معدل الفترة الزمنية بين تهيج الذرة وأشعاعها للفوتونات يساوي 10^{-8} s .
وعليه فإن قيمة الخطأ في الطاقة الفوتون تكون :

$$\begin{aligned}\Delta E &= \frac{\hbar}{\Delta t}\\ &= \frac{1.054 \times 10^{-34}\ \text{J-s}}{10^{-8}\ \text{s}}\\ &= 1.1 \times 10^{-26}\ \text{J}\end{aligned}$$

في حين تكون قيمة الخطأ في تردد الضوء :

$$\begin{aligned}\Delta\nu &= \frac{\Delta E}{h}\\ &= 1.6 \times 10^{7}\ \text{Hz}\end{aligned}$$

هذا الخطأ يمثل الحد الأدنى للخطأ في قياس تردد الفوتون المنبعث من الذرة .

٣ - ٨ الازدواجية الموجية - الجسيمية

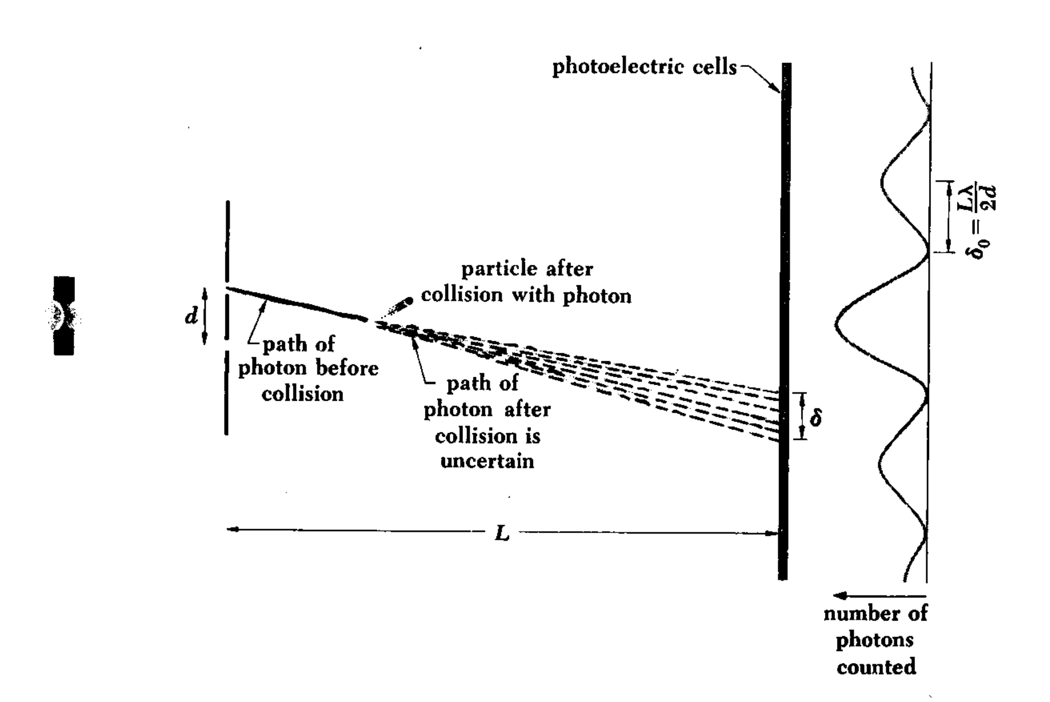
THE WAVE-PARTICLE DUALITY

على الرغم من وفرة التحقيقات العملية لازدواجية الموجات والجسيمات ، فما زال من الصعب علينا أن نفهم كيف ان موجة تتصرف كجسيم وكيف أن جسيماً يتصّرف كموجة . انّ مبدأ عدم التحديد يعطينا وجهة نظرمهمة لهذه المسألة تساعدنا على وضع النص في نهاية البند (٢ - ٢) بصورة ملموسة أكثر .

في الشكل (٣ - ١٢) ، ضوء محاد بواسطة فتحتين يسقط على شاشة فيها عدد كبير من خلايا ضوئية متجاورة . الخلايا الضوئية تتحسن بالفوتونات عن طريق ظاهرة الكهروضوئية كما لوكانت جسيمّات . ومع هذا ، فعندما نرسم عدد الفوتونات الساقطة على كلّ خلية مع موقع الخلية ، نجد أن توزيع الفوتونات يتصف بتداخل موجتين متوافقتين coherent . هذا الشكل ينتج حتى وان كانت شدة الضوء ضعيفة جداً ، اذ يكون سقوط الفوتونات

بمعدل فوتون واحد على الشاشة عند كل لحظة . والمشكلة هي : كيف يمكن لفوتون أن يمر خلال أحدى الفتحتين بينما يتأثر بوجود الفتحة الأخرى ؟ أو بعبارة أخرى : كيف يمكن ان يتداخل الفوتون مع نفسه ؟

ان هذه المشكلة لاتظهر في حالة الموجات المنتشرة في الفضاء ، لكنّها تبدو مهمة لحالة الفوتونات التي تتصرف كما لوكانت جسيمات متمركزة في مناطق صغيرة جداً من الفضاء . ان كل سؤال أو نص علمي يجب أن يصاغ في النهاية بدلالة متغيرات تجريبية . والسؤال الذي في أعلاه يتطلب تحديد أيّ من الفتحتين مرّ خلالها الفوتون في طريقه الى الشاشة . دعنا نتصورّ أننا أدخلنا سحابة من جسيمات صغيرة بين الشاشة والفتحتين ، فوتون يخترق أحدى الفتحتين يصطدم بجسيم مجاور للفتحة حيث يعطيه دفعة نستطيع التحسس بها (الشكل ٣ - ١٢) .



الشكل(٣-١٢) : تجربة خيالية لتحديد أي من الفتحتين قد مرّ خلالها الفوتون في تجربة تداخل الضوء من الفتحتين .

نستطيع معرفة الفتحة التي مرّ بها الفوتون على شرط اننا نستطيع أن نحدد موقع الجسيم المندفع بخطأ Δy لايزيد عن نصف البعد بين الفتحتين $\frac{d}{2}$ أي :

$$\Delta y < \frac{d}{2}$$

لكن وفق مبدأ عدم التحديد ، الخطأ Δp_y في المركبة y لزخم الجسيم :

$$\Delta p_y \geqslant \frac{\hbar}{\Delta y} > \frac{2\hbar}{d} \qquad (٣-٢٧)$$

ويؤدي قانون حفظ الزخم الى نفس هذه القيمة لعدم التحديد في زخم الفوتون.لكن خطأ Δp_y في زخم الفوتون يؤدي الى خطأ :

$$\delta = \frac{\Delta p_y}{p_x} L$$

في موقع سقوطه على الشاشة . ولماكان $p_y \ll p$ (حيث عرض توزيع شدة الاشعة على الشاشة أصغر بكثير من المسافة L) ، لذا فان $p_x \approx p$ ، وعليه يكون :

$$\delta = \frac{\Delta p_y}{p} L$$

ويتحدد زخم الفوتون بطوله الموجي λ وفق المعادلة (٣-١) ،

$$p = \frac{h}{\lambda}$$

وبذلك فإن : $\delta = \frac{\Delta p_y \lambda L}{h}$

لكن من المعادلة (٣-٢٧) $\Delta p_y > 2\hbar/d$ ، ولذا فان انحراف موقع الفوتون على الشاشة يكون :

$$\delta = \frac{\lambda L}{\pi d} \qquad (٣-٢٨)$$

ومن المعروف في علم البصريات ان المسافة δ_0 بين موقع الشدة العظمى (الخط المضيء) ، وموقع الشدة الدنيا (الخط المعتم) في توزيع التداخل هي :

$$\delta_0 = \frac{\lambda L}{2d} \qquad (٣-٢٩)$$

هذه المسافة تساوي تقريبا الانحراف الادنى في موقع الفوتون (المعادلة ٣-٢٨) في عملية تحديد أي الفتحتين قد مرّ خلالها الفوتون . ونتيجة التصادمات بين الفوتـونات والجسيمات ، نجد الآن أن شكل توزيع الفوتونات على الشاشة مشوشّ بدلاً من أن يكون سلسلة من خطوط مضيئة ومعتمة وعليه لايمكن مشاهدة التداخل ، والثمن الذي ندفعه لتحديد الفتحة التي مرّ خلالها الفوتون هو تحطيم شكل توزيع التداخل . نستطيع أن نشاهد الصفة الجسيمية والصفة الموجية كلاً على حدة ، لكننا لانستطيع أن نشاهد كليهما آنيا . (أن استعمال خلية ضوئية لتحديد شكل توزيع التداخل لايناقض هذا الاستنتاج ؛ ذلك لأنه لايمكن للخلية الضوئية أن تحدد من أي الفتحتين قد أتى الفوتون) .

ولذلك فان السؤال الذي أثرناه : كيف يمكن للفوتون أن يتداخل مع نفسه ؟ « لايكون ذا معنى تجريبي». انَّ من المهم ان نميّز مابين سؤالاً مشروعاً ولكن لانستطيع اجابته لقلة معلوماتنا ، من سؤال صيغته اساسا تناقض التجربـة . والسؤال الذي ينقّب عن فصل الأزدواجية الموجية-الجسيمية يقع ضمن الاسئلة غير المشروعة ؛ ذلك لتناقضه مع مبدأ عدم التحديد المثبت بصورة نهائية عن طريق تجارب متعددة .

تمرينات

١ - جد طول موجة ديبرولي لالكترون سرعته 10^8 m/s

٢ - جد طول موجة ديبرولي لبروتون طاقته 1-MeV

٣ - اذا علمت أن انصاف أقطار نوى الذرات هي بحدود 10^{-14} m . (أ) جد طاقة الكترون ، مقدرة بالالكترون-فولت ، الذي طوله الموجي 10^{-15} m والذي يمكن بواسطته دراسة تركيب النوى . (ب) أجر نفس الحسابات لحالة النيوترون .

٤ - نيوترونات في حالة توازن حراري مع مادة عند درجة حرارة الغرفة (300 K) ، لها معدل طاقة حوالي $1/25$ eV . (هذه النيوترونات تدعى أحيانا بنيوترونات حرارية). جد طول موجة ديبرولي لهذه النيوترنات .

٥ - اشتق معادلة توضح العلاقة بين طول موجة ديبرولي (بوحدة الانكستروم Å) للالكترون وفرق الجهد المعجل V (بوحدة الفولت) .

٦ – اشتق معادلة توضح علاقة طول موجة ديبرولي لجسيم بدلالة طاقته الحركية T وطاقته السكونية m_0c^2 . واذا كانت $T \gg m_0c^2$ ، قارن بين طول موجة ديبرولي للجسيم وطول موجة فوتون بنفس الطاقة .

٧ – أفترض أن الموجات الكهرومغناطيسية هي حالة خاصة لموجات ديبرولي . اثبت أن الفوتونات يجب أن تسير بسرعة c وان كتلتها السكونية يجب أن تساوى صفرا .

٨ – جد طول موجة ديبرولي لجسيم متحرك وفقا للخطوات التالية المكافئة لطريقة ديبرولي الاصلية : تصور جسيما كتلته السكونية m_0 له تردد خاص ν_0 يتحدد بالمعادلة $h\nu_0 = m_0c^2$. يتحرك هذا الجسيم بسرعة v بالنسبة لمشاهد . اثبت باستخدامك النظرية النسبية الخاصة ، ان المشاهد يرى موجة تنتشر بسرعة $w = c^2/v$ وبطول موجي h/mv ، حيث $m = m_0/\sqrt{1 - v^2/c^2}.$

٩ – اذا علمت أن سرعة موجات ماء المحيط هي $\sqrt{g\lambda/2\pi}$ ، حيث g هو التعجيل الارضي . جد سرعة **مجموعة** الامواج .

١٠– اذا كانت سرعة الموجات السطحية لسائل تساوي $\sqrt{2\pi/\lambda\rho}$ ، حيث S هو الشد السطحي للسائل و ρ كثافة السائل . جد سرعة مجموعة الامواج لهذه الموجات .

١١– الكترون طاقته تساوي 1-keV . أجريت تجربة لتحديد موقع وزخم الالكترون بصورة آنية،اذا كان الخطأ في تحديد موقع الالكترون هوحوالي 1 Å ، جد الخطأ النسبي في قياس زخم الالكترون .

١٢– مجهر الكتروني يستخدم الكترونات طاقتها 40-keV . جد قوة تحليل المجهر على افتراض أنها تساوي طول موجة ديبرولي للالكترونات .

١٣– قارن بين الخطأ في سرعة إلكترون والخطأ في سرعة بروتون ، محصورين داخل صندوق طول ضلعه 10-Å .

١٤– اذا علمت ان دقة قياس الطول الموجي هي بحدود $1/10^6$. جد الخطأ في تحديد موقع فوتون اشعة سينية طوله الموجي 1-Å ، في تجربة لقياس موقع وطول موجة الفوتون آنيا .

١٥– في لحظة معينة t يتم تحديد موقع الكترون بدقة $\pm 10^{-11}$ m. جد الخطأ في تحديد زخم الالكترون عند نفس اللحظة t ، وجد الخطأ في تحديد زخم الالكترون بعد ثانية واحدة . واذا كان الخطأ الاخير لايساوي $\pm 10^{-11}$ m ، ناقش هذا الاختلاف على أساس وصف الجسيم المتحرك كمجموعة موجات .

١٦- (أ) ما الوقت اللازم لقياس الطاقة الحركية لالكترون سرعته $10\ m/s$ ، اذا كان الخطأ المسموح في قياس هذه الطاقة أقل من 0.1% ؟ ما المسافة التي يقطعها الالكترون خلال هذه الفترة ؟ (ب) أجر نفس الحسابات لحالة حشرة كتلتها غرام واحد ولها نفس سرعة الالكترون . ماذا تعني لك هذه النتائج ؟

١٧- ذرات المواد الصلبة تمتلك طاقة دنيا *zero-point energy* معينة حتى عند درجة حرارة الصفر المطلق ، في حين ليس هناك مثل هذه الطاقة لحالة الجزيئات في غاز مثالي . استخدم مبدأ عدم التحديد لبرهنة هذه الظاهرة .

١٨- اثبت أن مبدأ عدم التحديد يمكن وضعه بالصيغة $\Delta L\,\Delta\theta \geqslant \hbar$ ، حيث ΔL يمثل الخطأ في تحديد الزخم الزاوي للجسم و $\Delta\theta$ تمثل الخطأ في موقعه الزاوي . (ملاحظة : لحل هذه المسألة تصور أن الجسم يتحرك بحركة دائرية) .

الفصل الرابع

التركيب الذري

اعتقد منذ قديم الزمان بان المادة على الرغم من كونها تبدو ظاهريا متجانسة ، تتألف من تراكيب دقيقة لا يمكن مشاهدتها بصورة مباشرة . ولم ياخذ هذا الاعتقاد شكله العملي الا قبل قرن ونصف . فمنذ ذلك الوقت تم اثبات وجود ودراسة مكونات المادة من الذرات والجزيئات ، وتراكيب هذه الجسيمات من الالكترونات والبروتونات والنيوترونات. ينصب اهتمامنا في هذا الفصل وفي فصول لاحقة على دراسة الذرات التي صفاتها تكاد تجسد بصورة كلية العالم المحيط بنا .

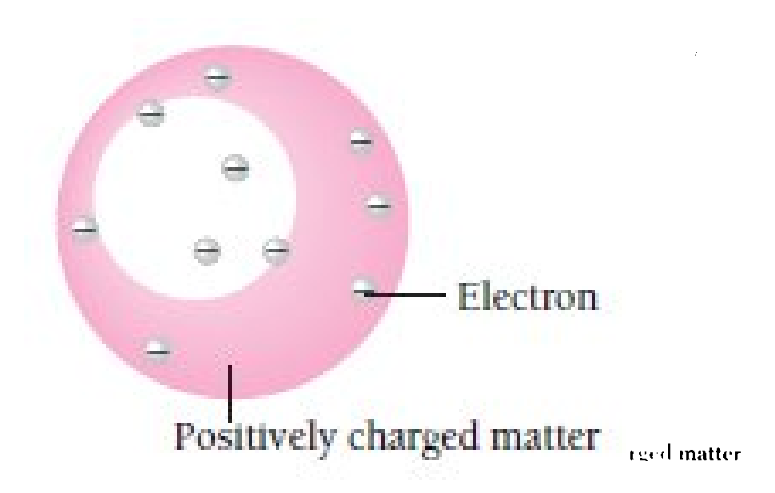
ان كل ذرة تتكون من نواة صغيرة تتألف من بروتونات ونيوترونات وعلى مسافة منها هناك عدد من الالكترونات . وربما يتصور احد ان الالكترونات تدور حول النواة كدوران الكواكب حول الشمس . لكن هذه النظرة في الحقيقة تتعارض مع النظرية الكهرومغناطيسية الكلاسيكية . اذ حسب هذه النظرية ، ان الكترونا يسير بحركة دائرية يبث باستمرار طاقة كهرومغناطيسية ، وبذلك يكون المدار غير مستقر . ولحل لغز الذرة اقترح نايل بور Bohr عام 1913 ، فكرة كمية لدراسة التركيب الذري . وحصل بور على صورة للذرة التي هي ، مع عدم كمالها وابدالها بنظرية كمية أكثر دقة وفائدة ، تشكل لحد الآن صورة جيدة تساعدنا على فهم بعض صفات الذرات . ومع اننا بصورة عامة لا نميل في هذا الكتاب الى دراسة موسعة للفرضيات المهملة ، فسوف ندرس نظرية بور لذرة الهيدروجين ببعض التفصيل لانها تمثل حلقة الوصل بين النظرية الكلاسيكية والنظرية الكمية الدقيقة للذرات . ان دراستنا لنظرية بور سوف تختلف نوعا ما عن صيغتها الاصلية ، لكن من دون تغير في نتائجها.

٤ – ١ النظريات الذريـة : ATOMIC MODELS

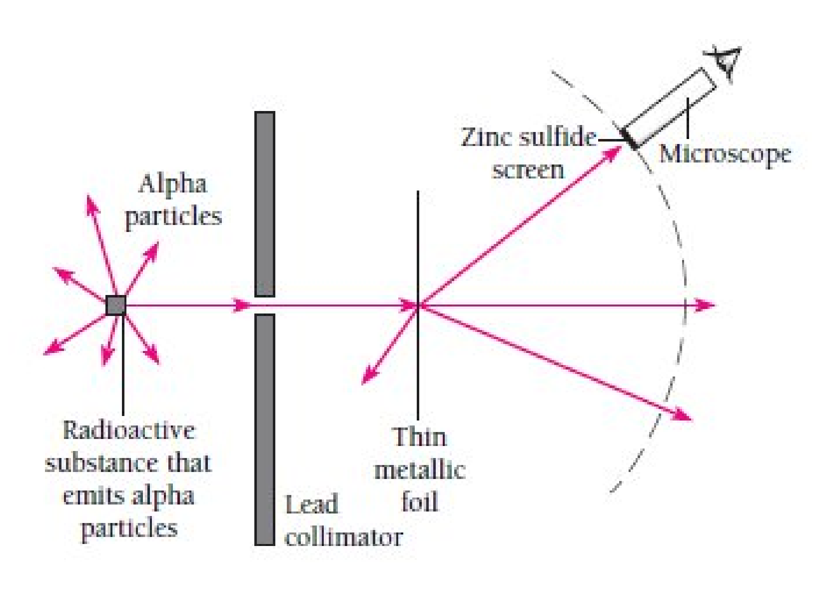
اعتمد العلماء في القرن التاسع عشر النظرية الذرية للمواد ، في الوقت الذي لم يكن تركيب الذرات نفسها معروفا . ان اكتشاف الالكترون وثم الاستنتاج بان جميع الذرات تحوي الكترونات ، قد ساعد على فهم التركيب الذري . تمتلك الالكترونات شحنات سالبة ، ولكن الذرات ككل متعادلة كهربائيا . ولذا يجب ان تحوي كل ذرة كمية كافية من الشحنات الموجبة لتعادل الشحنات السالبة للالكترونات . ومن ناحية أخرى ، ان الالكترونات أخف آلاف المرات من الذرة ككل ، وهذا يعني ان المكونات الموجبة للذرات تكون تقريبا مسؤولة كليا عن كتلة الذرات . وكان يبدو لأول وهلة أن اقتراح ثومسن J. J. Thomson عام 1898 ، الذي ينص على ان الذرات هي أجسام كروية منتظمة تحمل شحنات موجبة مرصعة بالالكترونات السالبة ، معقولاً . (لاحظ الشكل ٤ – ١) وعلى الرغم من أهمية مسألة الذرة فلم تتم دراسة تجريبية لأنموذج ثومسن الا بعد مرور ثلاثة عشر عاما من تقديمها . وكما سنرى قريبا ، فان التجارب قد اوضحت خطأ هذا الانموذج ، وعليه فان التركيب الذري لا ينسجم مع توقعات الفيزياء الكلاسيكية .

ان طريقة مباشرة لدراسة التركيب الداخلي لانموذج ثومسن هي دراسة تفاعل هذه الذرات مع جسيمات أخرى دقيقة مشحونة . وبناء على توجيه من العالم أرنيست راذرفورد Ernest Rutherford قام كل من كايكر ومارسدين Geiger and Marsden عام 1911 بتجربة تستخدم بها جسيمات ألفا *alpha particles* المنبعثة من العناصر المشعة ، كأداة فاحصة لتركيب الذرة . جسيمات ألفا هي ذرات الهليوم التي فقدت الكترونين وبالتالي غدت مشحونة بشحنة $+2e$ ، وسندرس منشأ وصفات هذه الجسيمات بالتفصيل في فصول لاحقة . لقد وضع كايكرومارسدين مصدرا لجسيمات ألفا خلف حاجز من الرصاص فيه فتحة صغيرة ، وبذلك حصلا على حزمة ضيقة من هذه الجسيمات (لاحظ الشكل (٤ – ٢)) . سلطت هذه الحزمة على طبقة رقيقة من الذهب ، وكانت هناك شاشة مطلية بمادة كبريتات الزنك في الجهة الثانية من الهدف تبعث ومضة ضوئية كلما سقطت عليها جسيمة ألفا .

كان من المتوقع حسب أنموذج ثومسون ، بان معظم جسيمات الفا تخترق الصفيحة الذهبية بدون انحراف ، في حين جزءا قليلا منها يعاني بعض الانحراف . هذه الصفة تنتج من كون ان الشحنات الموجبة والسالبة في ذرة ثومسون منتشرة بصورة متجانسة تقريبا في جميع حيز الذرة ، ولذلك ينتج مجال كهربائي ضعيفا جدا ، الذي لا يستطيع ان



الشكل (٤-١) : أنموذج ثومسن للذرة .

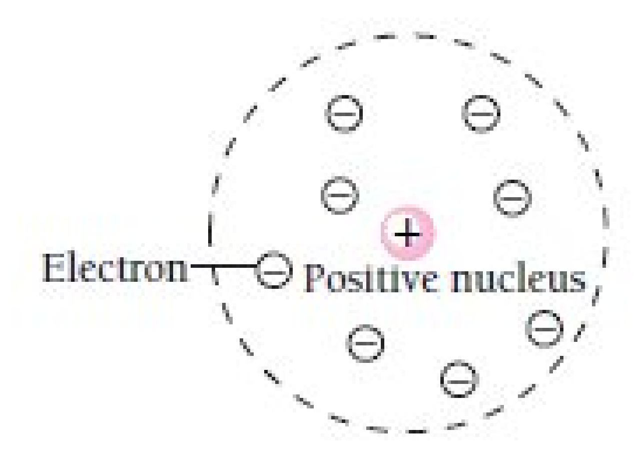


الشكل (٤-٢) : تجربة راذرفورد

يحدث تغيرا كبيرا في زخم جسيمات ألفا . وعليه فان جسيمات الفا لا تنحرف كثيرا عن مسلكها الاصلي .

ان النتيجة التي حصل عليها كايكرومارسدين هي ان معظم جسيمات الفا قد استمرت بدون انحراف .ولكن هناك عدداً من الجسيمات عانت انحرافات كبيرة جدا بصورة غير متوقعة . والحقيقة هي انه قد لوحظ ان بعض الجسيمات قد ارتدت بالاتجاه المعاكس بالنسبة للاتجاه الاصلي . ولما كانت جسيمات الفا ثقيلة نسبيا (أثقل بحوالي 7,000 مرة من كتلة الالكترون) وان الجسيمات المستخدمة في التجربة سريعة جدا . فنستنتج أنه يجب ان تكون هناك قوة كبيرة جدا تؤثر على قسم من جسيمات الفا لتسبب الانحرافات الكبيرة . ولتفسير هذه النتائج . تصور راذرفورد بان الذرة متكونة من نواة صغيرة جدا موجبة الشحنة كتلتها تساوي تقريبا كتلة الذرة الكلية . في حين تكون الالكترونات على مسافات بعيدة عنها (لاحظ الشكل ٤ــ٣) . وبتصوره ان الذرة هيكلا فارغا تقريبا . نستطيع ان نفهم لماذا لا تعاني معظم جسيمات الفا انحرافا عند اختراقها صفيحة الذهب. ومع هذا . فعندما تقترب جسيمة الفا من نواة الذرة .تعاني مجالا كهربائيا شديدا جدا يسبب انحرافا كبيرا للجسيمة عن مسلكها الاصلي . نلاحظ انه لكون الكترونات الذرة خفيفة جدا . فانها لا تؤثر تقريبا على مسار جسيمات الفا الساقطة .

الشكل (٤ ــ٣) : أنموذج راذرفورد



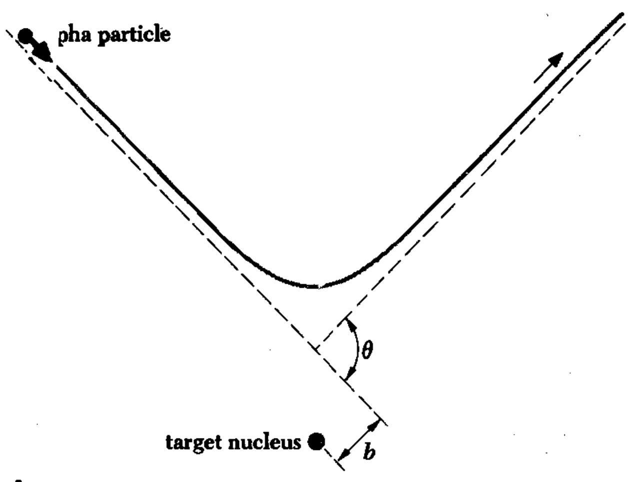
ان تقديرات عددية بسيطة لشدة المجال الكهربائي توضح لنا الفارق الكبير بين أنموذج ثومسن وانموذج راذرفورد للذرة .ولو افترضنا ان الشحنة الموجبة في ذرة الذهب في انموذج ثومسن منتشرة بصورة متجانسة في جميع حيز الذرة، واهملنا تاثير الالكترونات السالبة ، لوجدنا ان اقصى قيمة لشدة المجال الكهربائي في هذه الذرة حوالي 10^{13} V/m . ومن ناحية اخرى ، لو درسنا شدة المجال الكهربائي على سطح نواة ذرة الذهب لراذرفورد، لوجدناه يزيد على 10^{21} V/m ، اي هو أكبر بحوالي 10^{8} مرة من شدة المجال الكهربائي في أنموذج ثومسن . ان هذا المجال الكهربائي الشديد يستطيع ان يولد انحرافا كبيرا في مسار جسيمات الفا السريعة التي تقترب من نواة الذرة ، على حين لا يستطيع المجال الكهربائي الضعيف في ذرة ثومسن ان يولد مثل هذه الانحرافات .

ان تجربة كايكرومارسدين وتجارب اخرى من نفس النوع ، ادت الى معلومات كثيرة عن نوى الذرات . فلما كان مقدار تشتت جسيمات الفا يعتمد على قيمة شحنة النواة، فان مقارنة تشتت هذه الجسيمات بواسطة صفائح مختلفة يعطينا تقديرا لشحن نوى الذرات المكونة لتلك الصفائح . وقد وجد من خلال هذه الدراسة ان نوى ذرات جميع النظائر لعنصر element لها نفس الشحنة ، وان هذه الشحنة تزداد بصورة منتظمة من عنصر الى آخر في الجدول الذري الدوري . والشحنة النووية تظهر دائما بصورة مضاعفات $+e$. ان عدد وحدات الشحنات الموجبة في نواة عنصر يدعى اليوم بالعدد الذري للعنصر *atomic number* . ونعرف الآن ان البروتونات التي شحنة كل منها $+e$ ، هي المسؤولة عن الشحنة الموجبة للنواة . ولذلك فالعدد الذري للعنصر يساوي عدد البروتونات في نوى ذرات العنصر .

* تشتت جسيم ألفا ALPHA-PARTICLE SCATTERING

استنتج راذرفورد معادلة لحساب تشتت جسيمات ألفا بواسطة صفيحة رقيقة ، على أساس الأنموذج الذري الذي اقترحه . هذه المعادلة أظهرت تطابقاً جيّداً مع النتائج العملية . ان اشتقاق هذه المعادلة يتضمن تطبيقاً لقوانين الفيزياء الاساسية بالاضافة الى ادخال فكر جديدة لمساحة مقطع التفاعل interaction *cross section* التي هي ذات فائدة مهمة في الفيزياء الحديثة . لقد افترض راذرفورد بأن كلاً من جسيمة ألفا ونواة الذهب صَغيرة جداً ، بحيث يمكن اعتبارها جسيمات ذات كتل وشحنات نقطية ، وأن قوة التنافر الالكتروستاتيكية بين النواة وجسيمة الفا كلتاهما ذات شحنة موجبة)

هي القوة الوحيدة المؤثرة بين الجسيمين . بالاضافة الى ذلك أعتبر راذرفورد ان كتلة النواة أكبر بكثير من كتلة جسيمة ألفا ، بحيث أن النواة تبقى ساكنة خلال عملية التفاعل (التصادم) . وبما أن القوة الالكتروستاتيكية تتغير على شكل $1/r^2$ ، حيث r المسافة الآنية بين جسيمة الفا والنواة ، لذا فإن مسار جسيمة ألفا يكون على شكل قطع زائد hyperbola بؤرته الخارجية تكون عند النواة (الشكل ٤ – ٤) . نعرف بعد التصادم *impact parameter* أصغر مسافة تصلها جسيمة ألفا من النواة لو أستمرت بأتجاهها الأصلي من دون انحراف ، ونعرف زاوية التشتت *scattering angle* ، بأنها الزاوية بين محاذي مسار جسيمة ألفا الاصلي ومحاذى لمسارها بعد الانحراف. وعلينا اولاً أن نلاحظ العلاقة بين b ، θ



الشكل (٤–٤) : تشتت راذرفورد .

انه بفعل الدفعة $\int \mathbf{F}\,dt$ المسلطة من قبل النواة على جسيمة ألفا ، يتغير زخم الجسيمة بمقدار $\Delta\mathbf{p}$ من الزخم الابتدائي $\mathbf{p}_1$ الى الزخم النهائي $\mathbf{p}_2$ ، حيث

$$\Delta\mathbf{p} = \mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_1$$
$$= \int \mathbf{F}\,dt$$

على حين حسب الفرضية السابقة ، تبقى النواة ساكنة خلال تشتت جسيمة ألفا . وعليه تبقى الطاقة الحركية لجسيمة ألفا نفسها قبل وبعد التشتت ، ونتيجة لذلك فإن

القيمة المطلقة للزخم تبقى ثابتة أيضاً . أي أن $p_1 = p_2 = mv$ وحيث v هي السرعة الابتدائية لجسيمة ألفا باستخدام قانون الجيب . نلاحظ من الشكل (٤ — ٥) أن :

$$\frac{\Delta p}{\sin\theta} = \frac{mv}{\sin\dfrac{(\pi-\theta)}{2}}$$

لكن

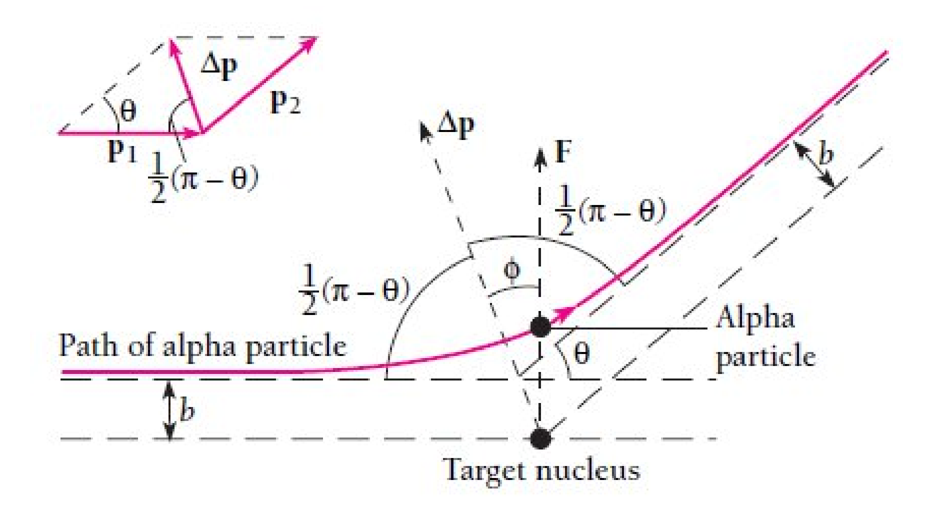
$$\sin\frac{1}{2}(\pi-\theta) = \cos\frac{\theta}{2}$$

و

$$\sin\theta = 2\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}$$

لذا يكون تغيّر الزخم :

$$\Delta p = 2mv\sin\frac{\theta}{2} \qquad (٤-٢)$$



الشكل (٤ — ٥): العلاقات الهندسية في تشتت راذرفورد .

وبما أن اتجاه الدفعة $\int F\,dt$ هو باتجاه تغير الزخم Δp . نجد أن القيمة المطلقة للدفعة هي

$$\int F\,dt = \int F\cos\phi\,dt \qquad (٤-٣)$$

وحيث أن ϕ هي الزاوية بين القوة الآنية F والتغيّر الكلي في الزخم Δp . فسنجد بتعويض المعادلتين (٤ - ٢ و (٤ - ٣) في المعادلة (٤ - ١) أن :

$$2mv \sin\frac{\theta}{2} = \int_0^\infty F\cos\phi\, dt$$

وعند تحويل متغير التكامل t الى المتغير ϕ . تتغير حدود التكامل (من 0 الى ∞) الى (من $-\frac{1}{2}(\pi-\theta)$ الى $+\frac{1}{2}(\pi-\theta)$) . اللذين يمثلان قيمة ϕ عند $t=0$ و $t=\infty$. على التوالي أن :

$$2mv \sin\frac{\theta}{2} = \int_{-(\pi-\theta)/2}^{+(\pi-\theta)/2} F\cos\phi\, \frac{dt}{d\phi}\, d\phi \qquad (٤ - ٤)$$

ان الكمية $d\phi/dt$ هي السرعة الزاوية الآنية ω لجسيمة الفا حول النواة (لاحظ الشكل ٤-٥) . ولكن القوة الالكتروستاتيكية المسلطة من قبل النواة على جسيمة الفا تكون بالاتجاه الشعاعي radial direction . ولذا فان جسيمة الفا لاتعاني من عزم يغيّر زخمها الزاوي $m\omega r^2$ هذا يعني أن

$$\begin{aligned} m\omega r^2 &= \text{constant} \\ &= mr^2\frac{d\phi}{dt} \\ &= mvb \end{aligned}$$

من هذه نجد

$$\frac{dt}{d\phi} = \frac{r^2}{vb}$$

بالتعويض عن $dt/d\phi$ في المعادلة (٤ - ٤) نحصل

$$2mv^2 b \sin\frac{\theta}{2} = \int_{-(\pi-\theta)/2}^{+(\pi-\theta)/2} Fr^2\cos\phi\, d\phi \qquad (٤ - ٥)$$

ان F في هذه المعادلة هي القوة الالكتروستاتيكية الآنية المسلطة من قبل النواة على الجسيمة الفا . ان شحنة النواة هي Ze . في حين ان شحنة جسيمة الفا هي $2e$ ولذلك

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2Ze^2}{r^2}$$

وبالتعويض في المعادلة الأخيرة نجد

$$\frac{4\pi\varepsilon_0 m v^2 b}{Ze^2}\sin\frac{\theta}{2} = \int_{-(\pi-\theta)/2}^{+(\pi-\theta)/2}\cos\phi\, d\phi$$

$$= 2\cos\frac{\theta}{2}$$

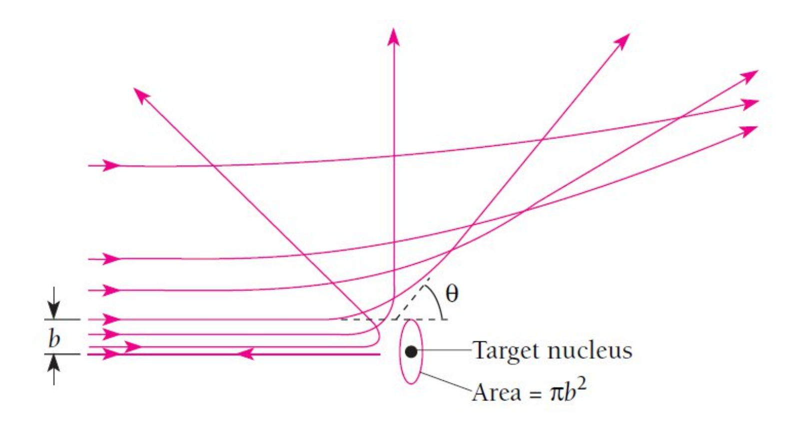
ومن هذه المعادلة نجد علاقة تغيّر زاوية التشتت θ مع بعد التصادم b

$$\cot\frac{\theta}{2} = \frac{2\pi\varepsilon_0 m v^2}{Ze^2} b$$

ومن الملائم ان نكتب هذه العلاقة بدلالة الطاقة الحركية T لجسيمة الفا . حيث نحصل

$$\cot\frac{\theta}{2} = \frac{4\pi\varepsilon_0 T}{Ze^2}\ b \qquad (٤ - ٦)$$

الشكل (٤ - ٦) يوضح المعادلة (٤ - ٦) بصورة بيانية . نلاحظ أن θ تنقص بسرعة بزيادة b . ولكي نحصل على انحراف كبير ، يجب أن تكون b صغيرة جداً .



الشكل (٤-٦) : زاوية التشتت تقل كلما زاد بعد التصادم .

لايمكننا ان نستخدم المعادلة (٤ – ٦) تجريبيا بصورة مباشرة ، لأنه ليس هناك وسيلة للتحكم ببعد التصادم b . علينا ان نستخدم طريقة غير مباشرة لدراسة التشتت . نلاحظ أولاً انه لو اقتربت جسيمة الفا من نواة الهدف ببعد تصادم محصور بين 0 و b فانها ستتشتت بزاوية θ أو أكبر. حيث θ تعتمد على b تبعاللمعادلة (٤–٦) . وهذا يعني ان جسيمة الفا المتوجهة في البداية نحومساحة πb^2 حول النواة ، ستتشتت بزاوية θ اواكبر (الشكل٤–٦). ولذلك فان المساحة πb^2 تدعى بمساحة مقطع التفاعل الذي يؤدي الى انحراف اكبر أو يساوي θ .ان الرمز الشائع لمساحة مقطع التفاعل هو ، أي :

$$\sigma = \pi b^2 \qquad (٤ - ٧)$$

لكن علينا ان نتذكر ان جسيمة الفا تتشتت قبل ان تكون بجوار النواة، وعليه فان جسيمة الفا ذات بعد تصادم b لاتخترق المساحة πb^2 حول النواة نفسها .

لندرس صفيحة سمكها t تحوي على n ذرة لوحدة الحجم ، وبذلك فان عدد النوى لوحدة المساحة من الصفيحة يساوي nt . ولذا فان حزمة جسيمات الفا تسقط على مساحة A من الصفيحة ستلاقي ntA نواة . ان المقطع الكلي المؤثر للتشتت بزاوية θ أو اكبر يساوي حاصل ضرب ntA في مقطع التفاعل لكل نواة، أي $ntA\sigma$. وعليه فالنسبة f لعدد جسيمات الفا المتشتتة بزاوية θ أو اكبر الى العدد الكلي لجسيمات الفا الساقطةهي $ntA\sigma$ A

أي

$$f = \frac{\text{عدد جسيمات الفا المشتتة بزاوية } \theta \text{ أو اكبر}}{\text{العدد الكلي لجسيمات الفا الساقطة}}$$

$$= \frac{\text{المساحة الكلية المؤثرة للتشتت}}{\text{مساحة الهدف}}$$

$$= \frac{ntA\sigma}{A}$$

$$= nt\pi b^2$$

وبالتعويض عن b من المعادلة (٤ – ٦) ، نحصل

$$f = \pi nt\left(\frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 T}\right)^2 \cot^2\frac{\theta}{2} \qquad (٤ - ٨)$$

لاحظ في حساباتنا السابقة كنا قد افترضنا أن صفيحة الهدف هي رقيقة جداً . حيث مقاطع التفاعل للنوى المتجاورة لاتتداخل فيما بينها . وعليه فان جسيمة الفا تكتسب الانحراف من تفاعلها مع نواة واحدة .

دعنا نستخدم المعادلة (٤– ٨) لايجاد نسبة جسيمات الفا التي طاقتها 7.7-MeV والتي تتشتت بزاوية 45° أو اكبر . عندما تسقط على صفيحة ذهبية سمكها 3×10^{-7} m . (ان هذه القيم تمثل قيما أنموذجية لطاقة جسيمات الفا وسمك الصفيحة المستخدمة من قبل كايكروماسدين . (على سبيل التوضيح ان قطرشعرة في رأس انسان هي 10^{-4} m) . نحسب اولا عدد الذرات لوحدة الحجم في الصفيحة الذهبية من العلاقة .

$$\frac{\text{عدد الذرات}}{\text{الحجم}} = \frac{\left(\frac{\text{الكتلة}}{\text{الحجم}} \times \frac{\text{عدد الذرات}}{\text{كيلو مول}}\right)}{\left(\frac{\text{الكتلة}}{\text{كيلو مول}}\right)}$$

$$n = \frac{N_0 \rho}{w}$$

حيث N_0 عدد افكادرو ، ρ كثافة الذهب و w الوزن الجزيئي . ولما كان $N_0 = 6.03 \times 10^{26}$ atoms/kmol $\quad \rho = 1.93 \times 10^4$ kg/m^3 $\quad$ w = 197 kg/kmol

فاننا نجد :

$$n = \frac{6.03 \times 10^{26} \text{ atoms/kmol} \times 1.93 \times 10^4 \text{ kg/m}^3}{197 \text{ kg/kmol}}$$
$$= 5.91 \times 10^{28} \text{ atoms/m}^3$$

ان العدد الذري Z للذهب هو 79 . والطاقة الحركية 7.7 MeV تساوي 1.23×10^{-12} J على حين في المثال الحالي $\theta = 45°$. وبالتعويض في المعادلة (٤ – ٨) نجد :

$$f = 7 \times 10^{-5}$$

وهذه الكمية تمثل نسبة عدد جسيمات الفا المتشتتة بزاوية 45° أو اكثر . الى العدد الكلي لجسيمات الفا.ان هذه النسبة تشكل أقل من 0.007 % وعليه فان الصفيحة المستخدمة تكاد ان تكون شفافة لجسيمات الفا الساقطة .

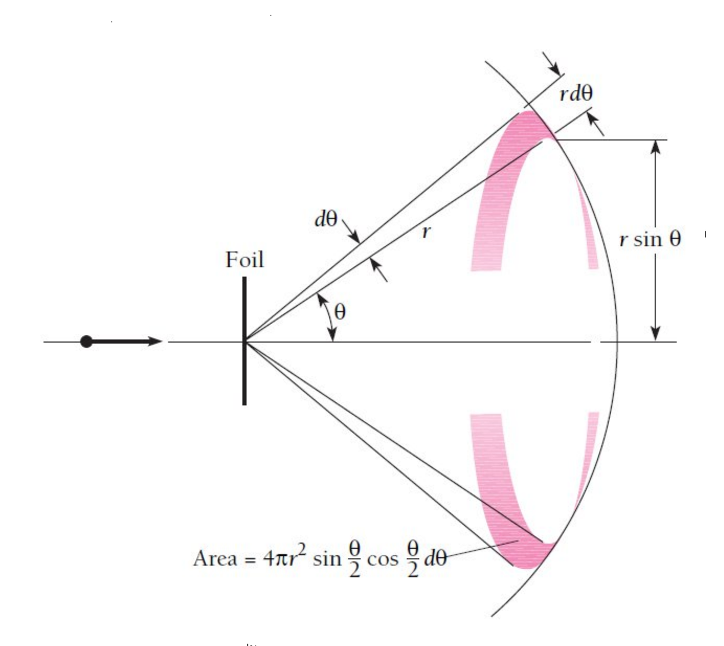
عملياً . يوضع كاشف لجسيمات الفا يتحسس بالجسيمات المتشتتة بزوايا محصورة بين θ و $\theta + d\theta$. كما في الشكل (٤ – ٧) . يمكننا الحصول على نسبة جسيمات الفا

المتشتتة عند هذه الزوايا ذلك بتفاضل المعادلة (٤–٧) بالنسبة لـ θ . حيث نحصل على :

$$df = -\pi nt\left(\frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 T}\right)^2 \cot\frac{\theta}{2}\csc^2\frac{\theta}{2}\,d\theta \qquad (٤ - ٩)$$

حيث ان الاشارة السالبة تشير الى الحقيقة بان f تتناقص بزيادة θ . في التجربة ، توضع شاشة متفلورة على مسافة r من الصفيحة . حيث يتم التحسس بجسيمات الفا المتشتتة بواسطة الومضات scintillations المتولدة عنها على الشاشة . ان جسيمات الفا المتشتتة بين θ و $\theta + d\theta$ تخترق حلقة عرضها $rd\theta$ على سطح كروي نصف قطره r . ان نصف قطر الحلقة نفسها هو $r\sin\theta$ ، وعليه فان مساحة الشاشة dS التي تستلم تلك الجسيمات هي :

$$\begin{aligned} dS &= (2\pi r\sin\theta)(rd\theta) \\ &= 2\pi r^2\sin\theta\, d\theta \\ &= 4\pi r^2\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}\,d\theta \end{aligned}$$



الشكل (٤–٧) : في تجربة راذرفورد . يتم التحسس بعدد تلك الجسيمات المشتتة بزوايا بين θ و $\theta + d\theta$

ولو كان N_i هو العدد الكلي لجسيمات الفا الساقطة على الصفيحة . لكان عدد الجسيمات المتشتتة خلال الزاوية $d\theta$ عند θ هو $N_i\, df$ العدد $N(\theta)$ الذي يمثل عدد الجسيمات المتشتتة عند زاوية θ لوحدة المساحة من السطح الكروي ، هو :

$$N(\theta) = \frac{N_i\,|df|}{dS}$$

$$= \frac{N_i \pi n t \left(\frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 T}\right)^2 \cot\frac{\theta}{2} \csc^2\frac{\theta}{2}\, d\theta}{4\pi r^2 \sin\frac{\theta}{2} \cos\frac{\theta}{2}\, d\theta}$$

معادلة راذرفورد للتشتت $$N(\theta) = \frac{N_i n t Z^2 e^4}{(8\pi\varepsilon_0)^2 r^2 T^2 \sin^4(\theta/2)} \qquad (٤ - ١٠)$$

ان هذه المعادلة تدعى بمعادلة راذرفود للتشتت .

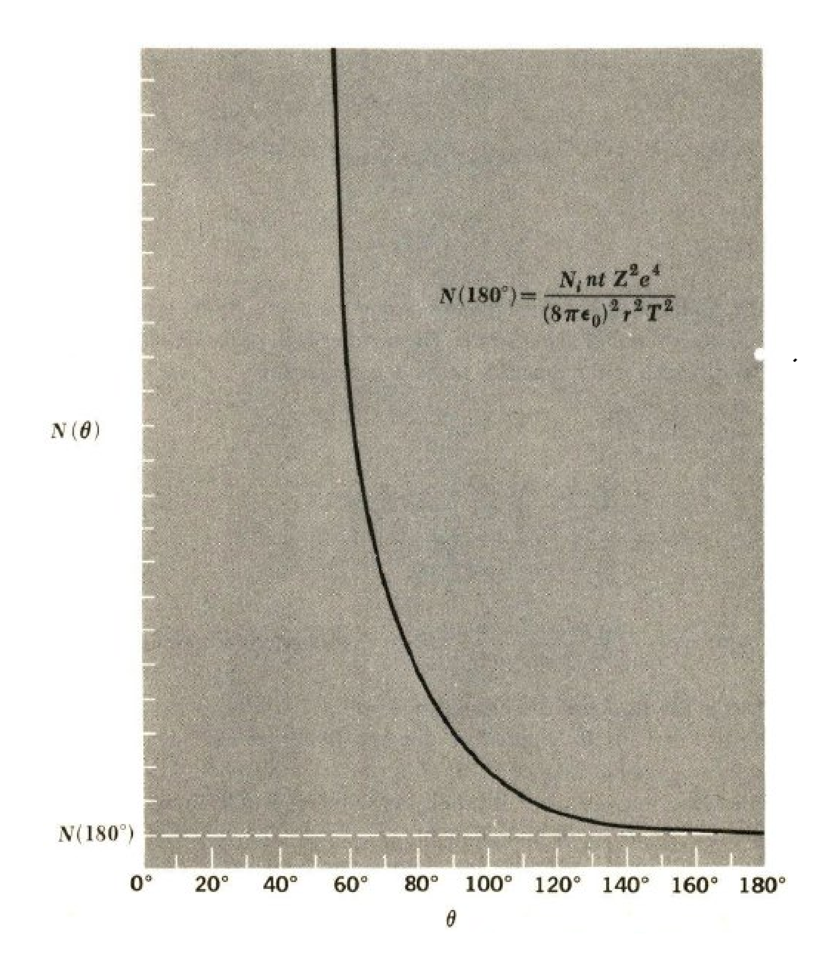
وبناء على المعادلة (٤ — ١٠) ، يتناسب عدد جسيمات الفا المتشتتة لوحدة المساحة من الشاشة المتفلورة عند الزاوية θ : $N(\theta)$ ، طرديا مع كل من سمك الصفيحة t وعدد الذرات لوحدة الحجوم في الصفيحة n ، ومربع العدد الذري Z لذرات الصفيحة . والعدد $N(\theta)$ يتناسب عكسياً مع كل من مربع الطاقة الحركية T لجسيمات الفا و $\sin^4(\theta/2)$. ان هذه الاستنتاجات تتفق مع قياسات كايكرومارسدين . بذلك استنتج راذرفورد صحة فرضيته بان الذرات تتكون من نوى موجبة متمركزة ، تحيط بها سحابة من الشحنات السالبة البعيدة نسبيا . وعليه اعتبرراذرفورد مكتشف نواة الذرة . الشكل (٤—٨) يوضح تغير $N(\theta)$ مع θ .

٤ — ٤ الابعاد النووية : NUCLEAR DIMENSIONS

بقولنا في تحليل راذرفورد : ان نوى الذرات هي اجسام نقطية ، نعني بذلك في الحقيقة أن ابعاد هذه النوى صغيرة جدا بالمقارنة مع اصغر مسافة تصلها جسيمة الفا من النواة . عليه فان تجربة راذرفورد تساعدنا على ايجاد الحد الاعلى upper limit لنصف قطر النواة

دعنا نحسب أقرب مسافة r_0 تصلها جسيمة الفا من النواة . ان هذه المسافة تعود الى الحالة فيها $b = 0$. الذي يمثل تصادماً مباشرا head-on يتبعه تشتت بزاوية $180°$. فعند المسافة r_0 تتحول الطاقة الحركية الابتدائية T كليا الى طاقة الكتروستاتيكية

كامنة ، حيث :



الشكل (٤-٨) : تشتت راذرفورد .

$$T=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2Ze^2}{r_0} \qquad (٤ - ١١)$$

في هذه المعادلة قد عوضنا عن شحنة جسيمة ألفا بـ $2e$ وشحنة النواة بـ Ze عليه

$$r_0=\frac{2Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 T}$$

أعلى طاقة T لجسيمات الفا المنبعثة من نوى مشعة هي 7.7 MeV هذه تعادل

$$7.7 \times 10^{6}\ \mathrm{eV} \times 1.6 \times 10^{-19}\ \mathrm{J/eV} = 1.2 \times 10^{-12}\ \mathrm{J}$$

بما أن $1/4\pi\varepsilon_0 = 9 \times 10^{9}\ \mathrm{N\text{-}m^2/C^2}$ لذلك

$$r_0 = \frac{2 \times 9 \times 10^{9}\ \mathrm{N\text{-}m^2/C^2} \times (1.6 \times 10^{-19}\ \mathrm{C})^2 Z}{1.2 \times 10^{-12}\ \mathrm{J}}$$
$$= 3.8 \times 10^{-16} Z\ \mathrm{m}$$

ان العدد الذري لذرة الذهب هو $Z = 79$ نجد من هذا أن

$$r_0(\mathrm{Au}) = 3.0 \times 10^{-14}\ \mathrm{m}$$

في تجربة تشتت راذرفورد وجد أن تشتت جسيمات الفا ذات طاقة 7.7 MeV بواسطة ذرات الذهب يتفق تماما مع معادلة راذرفورد التي تعتمد على أن شحنة النواة متمركزة في حيز صغير جدا لم تصله جسيمة ألفا . لذلك فان القيمة 3.0×10^{-14} m تمثل الحد الأعلى لنصف قطر نواة الذهب . يتضح بذلك أن نصف قطر نواة الذهب هو أصغر بكثير من 1/10,000 من نصف قطر الذرة ككل .

في السنوات الأخيرة أمكن تعجيل جسيمات الى طاقات أعلى بكثير من 7.7 MeV . حيث وجد أن معادلة راذرفورد تخفق في تفسير تشتت هذه الجسيمات . سوف تناقش هذه التجارب مع المعلومات المستنبطة منها بالتفصيل في الفصل الحادي عشر .

٤ — ٥ المدارات الالكترونية ELECTRON ORBITS

ان انموذج راذرفورد للذرة المثبوت عمليا . يفترض أن الذرة تتكوّن من نواة ثقيلة موجبة متمركزة في حيز صغير جدا في مركز الذرة . تحيط بها الكترونات كافيه على مسافة كبيرة نسبيا ، حيث تظهر الذرة ككل متعادلة ، في حين افترض ثومسن في إنموذجه للذرة ، أن الالكترونات محشوة في الشحنة الموجبة . لذلك فإنها غير قادرة على التحرك . والالكترونات في إنموذج راذرفورد يجب أن تكون متحركة . ذلك لأنها لاتستطيع المحافظة على حالة استقرارها بوجود القوة الكتروستاتيكية تجذبها نحو النواة . ومن ناحية أخرى (عدا وجود التأثيرات الكهرومغناطيسية) . يمكن للالكترونات أن تسير بحركة أهليجية مستقرة حول النواة كحركة الكواكب حول الشمس (الشكل ٤ — ٩) .

دعنا ندرس الحالة الكلاسيكية لذرة الهيدروجين . هذه الذرة هي أبسط الذرات لكونها تحوي على الكترون واحد . وللسهولة نفترض أن مدار الألكترون دائري كحالة خاصة للمدار الأهليجي .

ان القوة المركزية :

$$F_c = \frac{mv^2}{r}$$

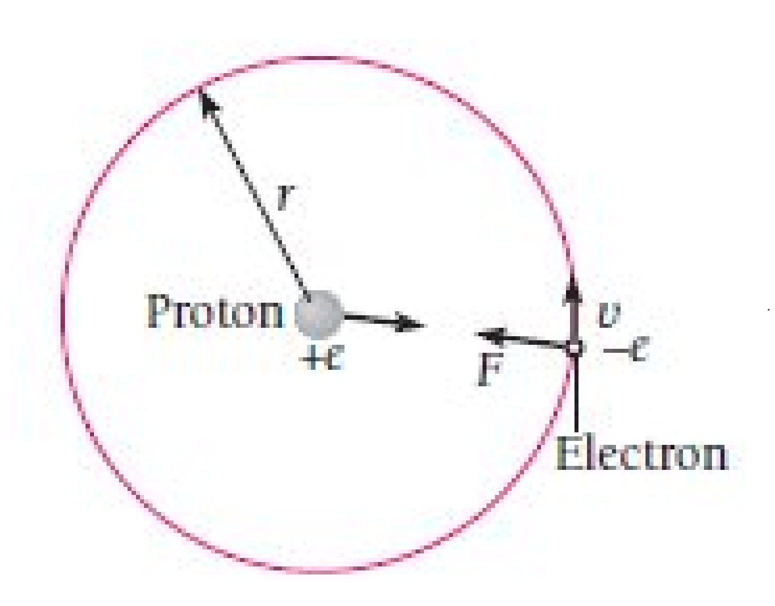
التي تجعل الالكترون يدور بالحركة الدائرية . تتولّد من القوة الالكتروستاتيكية بين النواة والالكترون . والتي تساوي :

$$F_e = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r^2}$$

وللحصول على مدار مستقر . يجب أن تكون

$$F_c = F_e$$

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r^2} \qquad (٤ - ١٢)$$



الشكل (٤–٩) : توازن القوى في ذرة الهيدروجين

ولذلك تعتمد سرعة الالكترون v على نصف قطر المدار r حسب العلاقة

$$v = \frac{e}{\sqrt{4\pi\varepsilon_0 mr}} \qquad (٤ - ١٣)$$

الطاقة الكلية E للالكترون في ذرة الهيدروجين هي مجموع الطاقة الحركية

$$T = \tfrac{1}{2}mv^2$$

والطاقة الكامنة

$$V = -\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

(الاشارة السالبة تعني أن القوة المسلطة على الالكترون هي باتجاه $-r$. ولـذا :

$$E = T + V$$
$$= \frac{mv^2}{2} - \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

وبالتعويض عن v من المعادلة (٤ - ١٢) ، نجد أن

$$E = \frac{e^2}{8\pi\varepsilon_0 r} - \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}$$
$$= -\frac{e^2}{8\pi\varepsilon_0 r} \qquad (٤ - ١٤)$$

وهذه المعادلة توضح أن الطاقة الكليّة للالكترون في الذرة هي سالبة . وهذه النتيجة ضرورية كي يبقى الالكترون مرتبطا بالذرة . ولوكانت E أكبرمن الصفر ، لأمتلك الالكترون طاقة كافية لينفصل كلياً عن مجال تأثير النواة .

تشير التجارب العملية أنه علينا أن نوفر 13.6 eV لفصل الالكترون عن البروتون في ذرة الهيدروجين . أي أن طاقة الترابط binding energy لذرة الهيدروجين هي -13.6 eV ولما كان 13.6 eV = 2.2 × 10⁻¹⁸ J فنجد من المعادلة (٤ - ١٤) أن نصف قطر مدار الالكترون في ذرة الهيدروجين يساوي

$$r = -\frac{e^2}{8\pi\varepsilon_0 E}$$
$$= -\frac{(1.6 \times 10^{-19}\ \mathrm{C})^2}{8\pi \times 8.85 \times 10^{-12}\ \mathrm{F/m} \times (-2.2 \times 10^{-18}\ \mathrm{J})}$$
$$= 5.3 \times 10^{-11}\ \mathrm{m}$$

وهذه القيمة لنصف قطر الذرة تتفق مع القيمة المستنبطة من طرق أخرى .

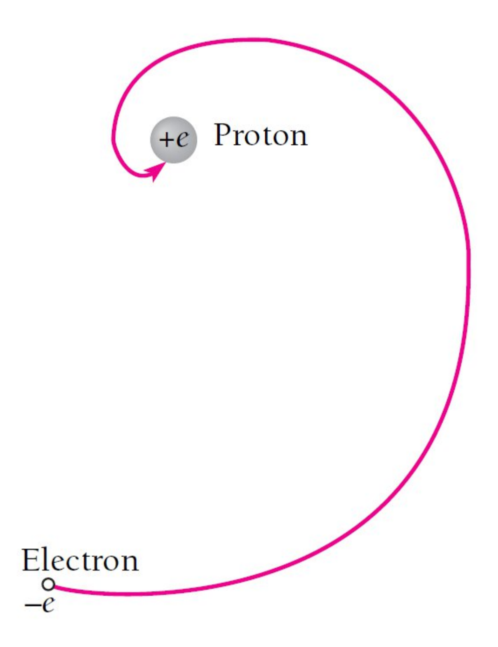
ان التحليلات السابقه هي تطبيقات مباشرة لقوانين نيوتن Newton في الحركة وقانون كولوم Coulomb للقوة الالكتروستاتيكية ، اللذين يشكلاّن دعائم الفيزياء الكلاسيكية . هذه التحليلات تتفق مع الملاحظات العملية بأن الذرة هي هيكل مستقر . ومن ناحية أخرى ، فإن هذه التحليلات لاتأخذ بنظر الأعتبار نتائج النظرية الكهرومغناطيسية . التي تمثل دعامة أخرى للفيزياء الكلاسيكية ، اذ أنه حسب هذه النظرية ، شحنة متعجلة تبعث طاقة على شكل موجات كهرومغناطيسية electromagnetic waves . والكترون متحرك في فلك منحني يكون في حالة تعجيل ، ولذلك يجب أن يفقد بأستمرار طاقة تجعله يسير بمسار حلزوني نحو النواة (الشكل ٤ — ١٠) .

ان توقعات النظرية الكهرومغناطيسية تتفق مع كثير من النتائج العملية الكلاسيكية . ومع هذا ، فانها لا تتفق مع وجود الذرة في حالة مستقرة . هذا التناقض يجب أن يعني شيئاً واحدا : قوانين الفيزياء المثبتة صحتها في العالم الكبير macroscopic world لاتكون صحيحة في العالم الدقيق microscopic للذرات .

أما سبب فشل قوانين الفيزياء الكلاسيكية في تفسير التركيب الذري فهو كون هذه القوانين تعالج الأشياء على أنها أما موجات أو جسيمات من دون أي ازدواجية . وقد بينا في الفصلين السابقين ، ان الجسيمات والموجات لها صفات كثيرة مشتركة . والحقيقة هي أن صغر ثابت بلانك Planck يجعل الازدواجية الجسيمية الموجية غير واضحة في العالم الكبير .

صحة الفيزياء الكلاسيكية تقل كلّما صغرت أبعاد النظام تحت الدرس . ولكي نفهم التركيب الذري علينا أن نأخذ بنظر الأعتبار الازدواجية الجسيمية الموجية . سوف ندرس في بقية هذا الفصل كيف أن انموذج بور للتركيب الذري ، الذي يجمع ما بين الفيزياء الكلاسيكية والفيزياء الحديثة ينجز جزء من هذه المهمّة . وسنحصل على جواب كامل للتركيب الذري بتطبيق الميكانيك الكمّي ، الذي لا يشير الى قوانين الفيزياء الكلاسيكية .

هناك سؤال هام يطرح نفسه . في اشتقاقنا لمعادلة راذرفورد للتشتت كنّا قد استعملنا نفس القوانين الكلاسيكية التي فشلت في تفسير التركيب الذري . وعليه ، فهل من الممكن أن تكون معادلة راذرفورد للتشتت غير صحيحة ، وبالتالي فإن الذرة لا تأخذ الشكل المقترح من قبل راذرفورد بأنها تتكوّن من نواة صغيرة جداً تحيط بها الالكترونات ؟ جواب هذا السؤال ليس سهلاً ، اذ ظهر بطريق الصدفة أن النتائج التي حصلنا عليها باستخدام الفيزياء الكلاسيكية تتفق مع نتائج الفيزياء الكمية . ولأثبات أن التحليلات الكلاسيكية لتشتت جسيمات ألفا في تجربة كايكر ومارسدين هي في الأقل صحيحة جزئيا ، نلاحظ أن طول موجة ديبرولي



شكل (٤-١٠) حسب الفيزياء الكلاسيكية . يجب ان يسير الالكترون في الذرة بحركة حلزونية نحو النواة .

لجسيمات ألفا المستخدمة في التجربة (سرعها حوالي 2×10^7 m/s) هي

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6.63 \times 10^{-34}\ \text{J-s}}{6.6 \times 10^{-27}\ \text{kg} \times 2 \times 10^{7}\ \text{m/s}}$$
$$= 5 \times 10^{-15}\ \text{m}$$

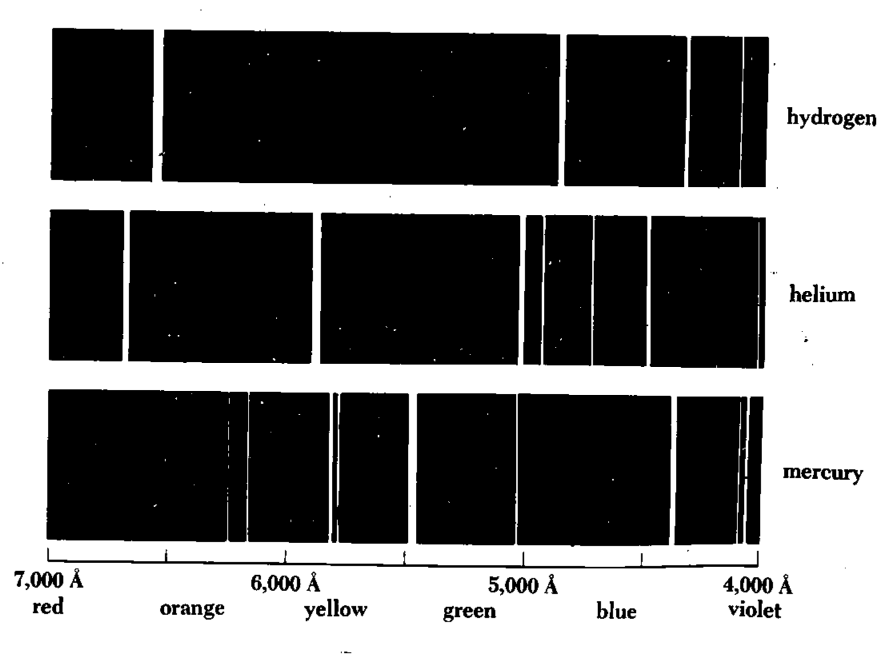
وكما لا حظنا في البند (٤-٤) ، أن أصغر بعد تصله جسيمة الفا من النواة في تلك التجارب هو 3×10^{-14} m. وهذا البعد يعادل ستة أضعاف طول موجة ديبرولي المبينة في أعلاه . ولذلك فمن المعقول اعتبار جسيمات ألفا في مثل هذه التجارب كجسيمات كلاسيكية. وبالتالي ، فان أسس استنتاج راذرفورد للذرات تكون صحيحة على الرغم من أن حركة الالكترونات في تلك الذرات غير كلاسيكية .

٤-٦ الاطياف الذرية ATOMIC SPECTRA

ان أبرز نتائج نظرية بور للذرات هي تفسير منشأ خطوط الاطياف الذرية . من المناسب أن نبدأ بدراسة الأطياف الذرية قبل دراسة نظرية بور .

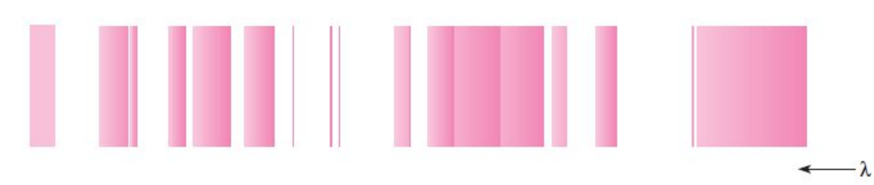
لقد نوهنا سابقا بأن الاجسام الصلبة الساخنة تبعث اشعاعات بطول موجي مستمر.لكن

بشدات intensities متباينة .وسوف نلاحـظ في الفصل التاسع ، انه يمكن تفسير صفات هذه الاشعاعات على أساس النظرية الكمية للفوتونات . ان اشعاع جسم صلب ساخن هو نتيجة تفاعل جميع ذراته بعضها مع بعض ، وليس من الذرات المنفردة .



شكل (٤-١١) جزاء من اطياف اشعاع ذرة الهيدروجين . الهليوم والزئبق

من ناحية أخرى ، تكون الذرات او الجزيئات في غاز مخلخل rarefied متباعدة جداً بعضها عن بعض ، حيث تتصادم بعضها مع بعض بين حين وآخر فقط.تحت هذه الظروف نتوقع الاشعاعات المنبعثة من الذرات او الجزيئات ، هي صفات لتلك الذرات المنفردة . وعند تهييج ذرات غاز أو بخار تحت ضغط مخلخل – بامرار تيار كهربائي خلاله مثلاً– نجد أن طيف الاشعاعات المنبعثة تحوي سلسلة من الخطوط المنفصلة عند أطوال موجية معينة . الشكل (٤-١١) يوضح الاطياف الذرية لعدد من العناصر تدعى بخطوط طيف الانبعاث *emission line spectra*. ان كل عنصر في حالة غازية او بخارية متهيجة يظهر خطـوط طيـف انبعاث متميزة ، ولذلك فان علـم تحليـل الاطيــاف spectroscopy هو وسيلة مهمة في تحديد مكونات المواد .



شكل (٤ - ١٢) جزء من حزم طيف PN



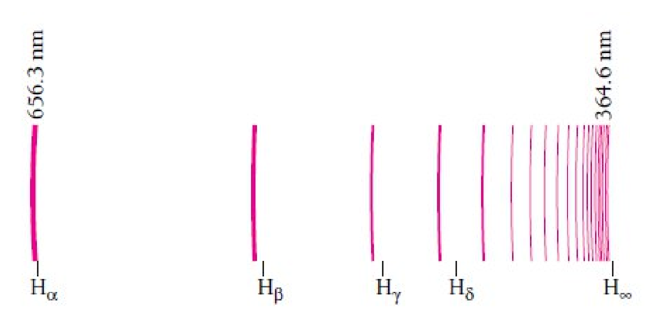
الشكل (٤-١٣) : الخطوط السود في طيف امتصاص عنصر تقابل خطوط الانبعاث لنفس العنصر .

ان الطيف المنبعث من جزيئات غاز أو بخار يظهر على شكل حزم *bands* ، وهذه تتكون من خطوط منفصلة كثيرة متجاورة (الشكل ٤-١٢) . وهذه الحزم تنشأ من الحركة الدورانية rotations والاهتزازية vibrations للذرات المتهيجة داخل الجزيئات. وسندرس الحركة الدورانية والاهتزازية في فصل لاحق .

لقد لوحظ انه عندما يمر ضوء ابيض خلال مادة غازية ، فإن الضوء الخارج يظهر خطوطاً سوداً عند نفس خطوط طيف تلك المادة . طيف خطوط الامتصاص *absorption line spectrum* الناشيء يتكون من خلفية background مضيئة تتخللها خطوط تمثل الموجات المفقودة من الضوء الداخل (الشكل ٤-١٣) . على حين يتألف طيف خطوط الانبعاث من خلفية سوداء تتخللها خطوط مضيئة . وسبب وجود خطوط فرانهوفر Fraunhofer السود في طيف الأشعة الشمسية هو أنها نتيجة امتصاص اطوال موجية معينة، بواسطة الذرات المحيطة بالشمس ، من طيف الأشعة المستمرة المنبعثة من القشرة المضيئة للشمس . والضوء الأصلي المستمر المنبعث من الشمس يكافيء اشعاعات منبعثة من جسم ساخن في درجة 5800 K .

وقد اكتشف في نهاية القرن التاسع عشر ان الاطوال الموجية في أطياف الذرات تنتظم بسلاسل محددة تدعى بسلاسل الأطياف *spectral series* . وتتحدد الاطوال الموجية لكل سلسلة بعلاقة تجريبية empirical formula بسيطة ، في حين أن هناك تشابه يجلب الانتباه مابين السلاسل المختلفة لطيف نفس الذرة.وكانت أول سلسلة طيف قد اكتشفت من قبل العالم بالمر J. J. Balmer وذلك في عام 1885 ، عند دراسته للطيف

المرئي لذرة الهيدروجين . والشكل (٤-١٤) يوضح سلسلة بالمر *Balmer series* ويرمز للخط الاول ذي الطول الموجي (6,563 Å) بـ H_α ، وللخط التالي



الشكل (٤ - ١٤) : سلسلة بالمر لطيف ذرة الهيدروجين .

(4,863 Å) بـ H_β ، .... وكلما قصر الطول الموجي لغاية نهاية السلسلة عند (3,646 Å) ، تقاربت الخطوط فيما بينها وقلت شدتها . وبعد نهاية السلسلة لاتوجد خطوط طيف منفصلة ، بل هناك طيف مستمر ذوشدةواطئة . وقانون بالمر للاطوال الموجية لهذه السلسلة هو :

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2}\right) \qquad n = 3, 4, 5, \ldots$$ سلسلة بالمر (٤-١٥)

حيث R يدعى بثابت ريد بيرك *Rydberg* قيمته

$$R = 1.097 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$$
$$= 1.097 \times 10^{-3} \text{ Å}^{-1}$$

عندما تكون $n = 3$ نحصل على الخط H_α ، على حين نحصل عند $n = 4$ على الخط H_β ، وهكذا ..... ان نهاية السلسلة تتمثل بـ $n = \infty$ ولذلك تقع هذه النهاية عند طول موجي يساوي $4/R$. وهذه القيمة تتفق مع القيمة المشاهدة عمليا .

تتضمن سلسلة بالمر الاطوال الموجية في الجزء المرئي فقط من طيف الهيدروجين . في حين تقع خطوط طيف الهيدروجين في منطقة الاشعة فوق البنفسجية ultraviolet ومنطقة الاشعة تحت الحمراء infrared ضمن سلاسل طيف اخرى . في منطقة الاشعة فوق البنفسجية ، تقع خطوط الطيف ضمن سلسلة لايمان *Lyman series* ، التي تتحدد بالعلاقة :

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2}\right) \qquad n = 2, 3, 4, \ldots$$ سلسلة لايمان (٤-١٦)

وفي منطقة الاشعة تحت الحمراء ، هناك ثلاث سلاسل متميزة تتحدد بالعلاقات :

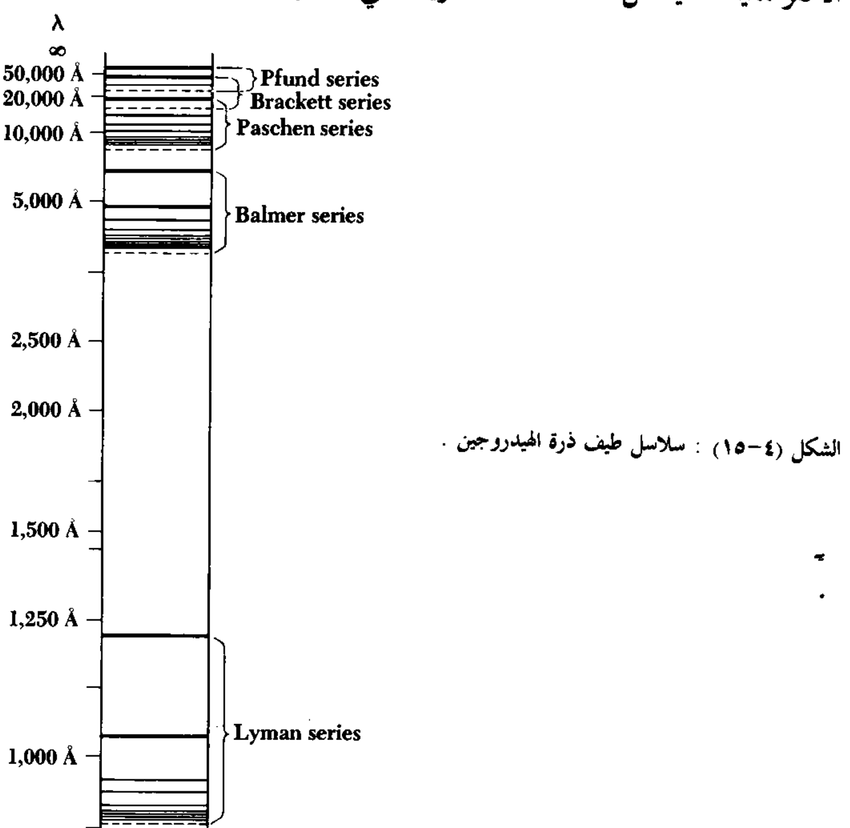
$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2}\right) \qquad n = 4, 5, 6, \ldots \qquad \text{سلسلة باشن} \qquad (١٧-٤)$$

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{n^2}\right) \qquad n = 5, 6, 7, \ldots \qquad \text{سلسلة براكت} \qquad (١٨-٤)$$

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{5^2} - \frac{1}{n^2}\right) \qquad n = 6, 7, 8, \ldots \qquad \text{سلسلة بفوند} \qquad (١٩-٤)$$

والشكل (٤-١٥) يوضح سلاسل طيف الهيدروجين بدلالة الطول الموجي . حيث أن سلسلة براكت Brackett تتداخل مع سلسلتي باشن Paschen وبفوند Pfund .

ان R في كل من المعادلات (٤-١٥) الى (٤-١٩) تأخذ نفس القيمة .
هذا التسلسل للاطوال الموجية لذرة الهيدروجين وكذلك التسلسل المنتظم في طيف الذرات الاكثر تعقيداً ، يشكل محكا لصحة النظريات في تفسير التركيب الذري .



الشكل (٤-١٥) : سلاسل طيف ذرة الهيدروجين .

٤ – ٧ ذرة بور BOHR ATOM

لقد لاحظنا في البند (٤–٥) أن قوانين الفيزياء الكلاسيكية لا تتفق مع وجود ذرة مستقرة ؛ ذلك أن دوران الالكترون حول النواة يؤدي الى اشعاع مستمـــر للطاقـــة الكهرومغناطيسية . وهذا يعني أن الالكترون يهبط تدريجيا الى النواة ويؤدي بالتالي الى عدم استقرار الذرة . وبما أن هناك ظواهر فيزياوية ، كظاهرة الكهروضوئية photoelectric effect ، وحيود الالكترونات electron diffraction ، يمكن تفسيرها على أساس النظرية الكمية، فان من المناسب أن ندرس فيما اذا كانت النظرية الكمية تستطيع أيضا تفسير التركيب الذري للعناصر ؟

دعنا نتفحص أولا الحركة الموجيّة للالكترون في مداره حول نواة الهيدروجين . ان طول موجة ديبرولي لالكترون ذرة الهيدروجين يساوي

$$\lambda = \frac{h}{mv}$$

وحيث أن v تمثل سرعة الالكترون في المعادلة (٤ – ١٣) لذلك :

$$v = \frac{e}{\sqrt{4\pi\varepsilon_0 mr}}$$

$$\lambda = \frac{h}{e}\sqrt{\frac{4\pi\varepsilon_0 r}{m}} \qquad (٤ - ٢٠)$$

وبالتعويض عن نصف قطر مدار الالكترون بالمقدار 5.3×10^{-11} m ، نجد أن طول موجة الالكترون هي

$$\lambda = \frac{6.63 \times 10^{-34}\ \text{J-s}}{1.6 \times 10^{-19}\ \text{C}}\sqrt{\frac{4\pi \times 8.85 \times 10^{-12}\ \text{F/m} \times 5.3 \times 10^{-11}\ \text{m}}{9.1 \times 10^{-31}\ \text{kg}}}$$
$$= 33 \times 10^{-11}\ \text{m}$$

هذا الطول الموجي يساوي تماما محيط مدار الالكترون ،

$$2\pi r = 33 \times 10^{-11}\ \text{m}$$

لذا فمدار الالكترون في ذرة الهيدروجين يمثّل موجة كاملة مغلقة على نفسها (لاحظ الشكل ٤ – ١٦) .

الحقيقة أن محيط مدار الالكترون في ذرة الهيدروجين يساوي طول موجي واحد للالكترون تعطينا فكرة أولية لأيجاد نظرية التركيب الذري . لنتصور موجة في سلك دائري (الشكل ٤–١٧) ، فلكي تتصل الموجة مع نفسها بصورة مستمرة حول الدائرة ، يجب أن

يكون هناك دائماعدد كامل من الأطوال الموجية تقسم محيط الدائرة . ففي هذه الحالة ، واذا لم يكن هناك فقدان في الطاقة ، سوف تستمر الموجة لوقت غير محدود . لماذا تكون هذه الأطوال الموجية فقط ممكنة لأهتزاز السلك الدائري ؟ لوكان هناك عدد غيركامل من الأطوال الموجية حول الدائرة كما في الشكل (٤-١٨) ، فسيحدث تداخل اتلافي للموجة مع نفسها وبالتالي يخفت الأهتزاز بسرعة . ونستطيع تشبيه الحركة الموجية للالكترون في ذرة الهيدروجين بالحركة الموجية في السلك الدائري . لذلك يمكننا أن نفترض postulate بأن الالكترون يدور حول النواة بصورة مستمرة ومن دون أن يشع طاقة ، اذا كان مداره يحوي على عدد كامل من أطوال موجة ديبرولي للالكترون .

هذه الفرضية تمثل فكرة أولية لفهم التركيب الذري ، وهي فرضية تجمع ما بين الصفات الجسيمية والموجية للالكترون ، ذلك لأن الطول الموجي للالكترون يحسب بدلالة السرعة الكلاسيكية للالكترون اللازمة لمعادلة القوة الجاذبة الالكتروستاتيكية نحو النواة . ومع اننا لا نستطيع ان نشاهد هذه الصفات المتناقضة آنياً ، ولكن الحقيقة هي انه لا يمكن فصل هذه الصفات عن بعضها في الطبيعة .

ونستطيع بسهولة أن نصوغ رياضياً القول : ان مدار الالكترون يحوي عدداً كاملاً من أطوال موجة ديبرولي . محيط مدار دائري نصف قطره r يساوي $2\pi r$ ، فشرط الحصول على مدار مستقر هو :

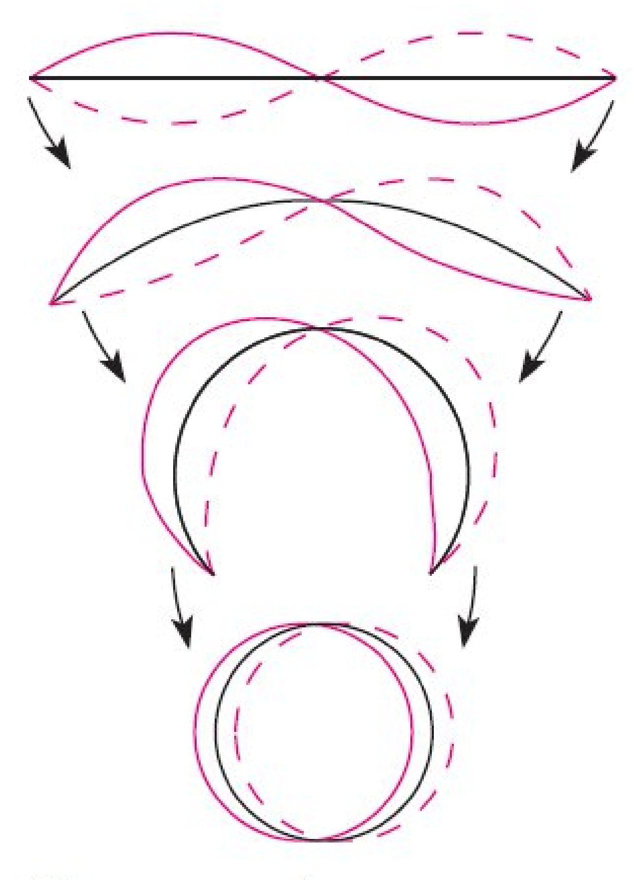
$$n\lambda = 2\pi r_n \qquad n = 1, 2, 3, \ldots \qquad (٤ - ٢١)$$

حيث أن r_n تمثل نصف قطر المدار الذي يحوي على n من الموجات . ويدعى العدد n بالعدد الكمي *quantum number* للمدار . بالتعويض عن λ من المعادلة (٤-٢٠) ، نحصل على :

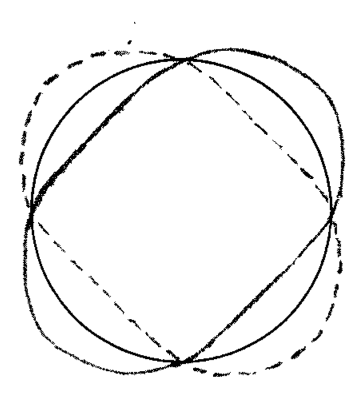
$$\frac{nh}{e}\sqrt{\frac{4\pi\varepsilon_0 r_n}{m}} = 2\pi r_n$$

عليه فأن انصاف أقطار المدارات المستقرة للالكترون تكون

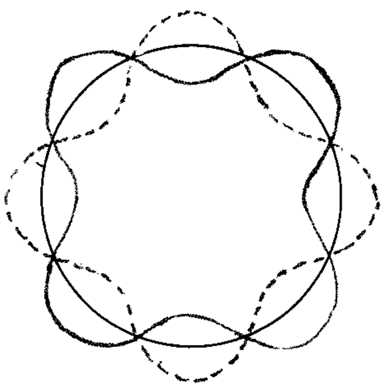
$$r_n = \frac{n^2h^2\varepsilon_0}{\pi m e^2} \qquad n = 1, 2, 3, \ldots \qquad (٤ - ٢٢)$$



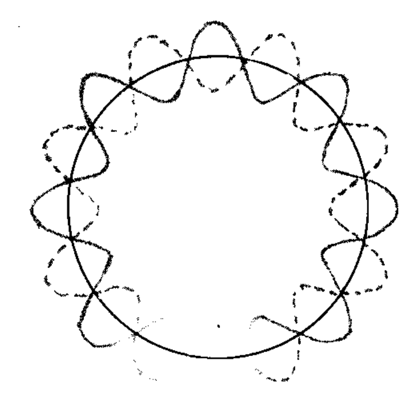
الشكل (٤-١٦) : مدار الكترون في ذرة الهيدروجين يتضمن طول موجي واحد لموجة ديبرولي للالكترون متصلة مع نفسها



circumference = 2 wavelengths

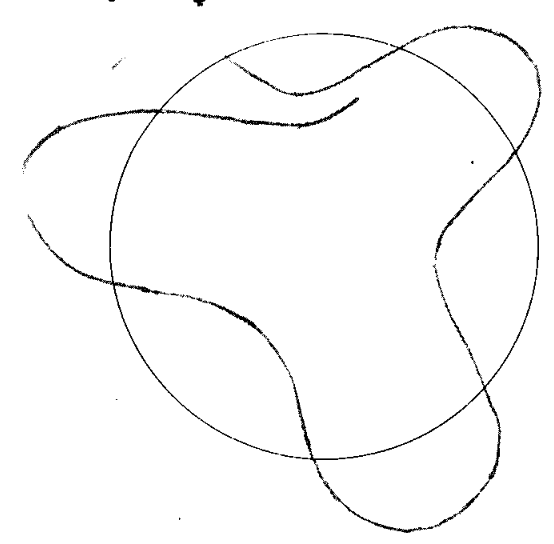


circumference = 4 wavelengths



circumference = 8 wavelengths

الشكل (٤-١٧) : حركة موجية في حلقة دائرية



الشكل (٤-١٨) : حركة موجية بعدد غير كامل من الموجات حول حلقة ، لاتستمر لوقت طويل نتيجة التداخل الاتلافي للموجة .

نصف قطر ادنى مدار يدعى بنصف قطر بور *Bohr radius* لذرة الهيدروجين ، ويرمز له بـ a_0 :

$$a_0 = r_1 = 5.3 \times 10^{-11}\ \text{m}$$
$$= 0.53\ \text{Å}$$

أنصاف أقطار المدارات الأخرى تكون

$$r_n = n^2 a_0$$

وعليه فان الفواصل بين المدارات المتجاورة تزداد باستمرار .

٤ – ٨ مستويات الطاقة والاطياف ENERGY LEVELS AND SPECTRA

ان مدارات الالكترون المختلفة تتضمن طاقات مختلفة ، وطاقة الالكترون E_n تتحدد بنصف قطر المدار r_n تبعا للمعادلة (٤ – ١٤) :

$$E_n = -\frac{e^2}{8\pi\varepsilon_0 r_n}$$

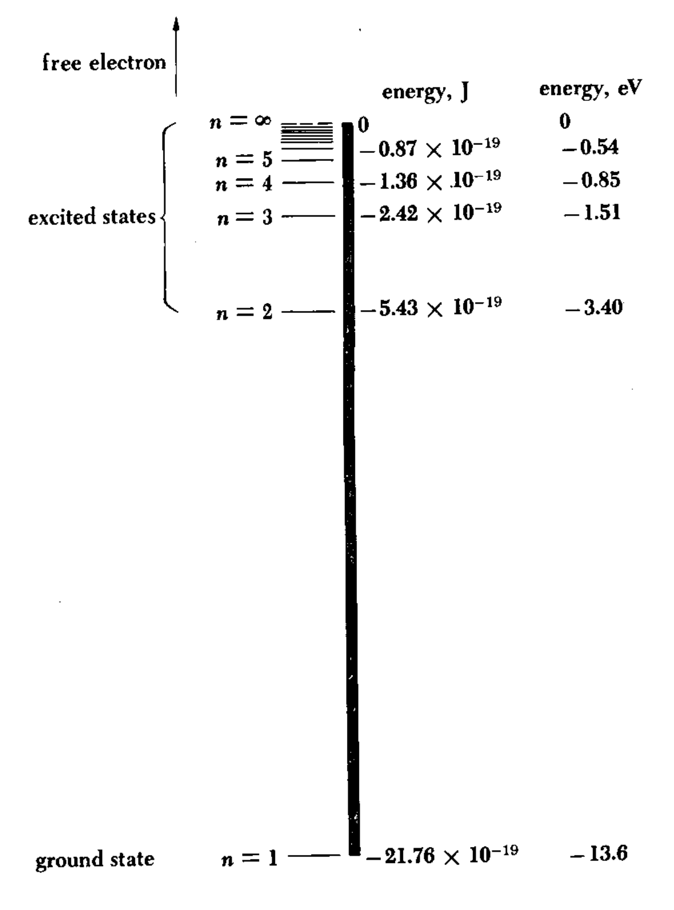
وبالتعويض عن r_n من المعادلة (٤ – ٢٢) ، نجد :

$$E_n = -\frac{me^4}{8\varepsilon_0{}^2h^2}\left(\frac{1}{n^2}\right) \qquad n = 1, 2, 3, \ldots \qquad (٤ - ٢٣)$$ مستويات الطاقـة

ان الطاقات في المعادلة (٤–٢٣)تمثل بمستويات الطاقة *energy levels* لذرةالهيدروجين، وهذه المستويات موضحّة في الشكل (٤–١٩) . ان جميع طاقات هذه المستويات سالبة ، لذلك لا يمتلك الالكترون طاقة كافية تجعله يهرب من الذرة . ان أدنى مستوى طاقة E_1 ، يدعى بالمستوى الأرضي *ground state* للذرة ، على حين تدعى المستويات العليا $E_2, E_3, E_4, \ldots$ المستويات المتهيجّة *excited states* . وبزيادة العدد الكمي n ، تقترب الطاقة E_n تدريجيا الى الصفر ، وعند الغاية $n = \infty$ ، تكون $E_\infty = 0$ وبذلك لا يكون الالكترون مرتبطا بالنواة لتكوين الذرة . (طاقة موجبة، لنظام الكترون – نواة يكون فيها الالكترون غير مرتبط بالنواة وعندها ليس هناك شرط كمي لازم تحقيقه . لكن هذا النظام لايمكن أن يكوّن ذرة) .

يجب علينا الآن أن نفحص تطابق المعدلات السابقة مع النتائج العملية . ان نتيجة تجريبية متميزة هي أن الذرات تظهر أطيافا خطية في حالتي الاشعاع والامتصاص . فهل من الممكن أن نحصل على هذه الأطياف من نموذجنا الذري ؟

ان وجود مستويات الطاقة المنفصلة لذرة الهيدروجين يشير الى تكوين الأطياف الخطية . دعنا نفترض مؤقتاً أنه عندما يسقط الكترون من مستوى متهيج عالٍ الى مستوى أوطأ فإن



الشكل (٤–١٩) : مستويات الطاقة لذرة الهيدروجين .

الطاقة المفقودة تبعث على شكل فوتون واحد.وبناء على أنموذجنا الذري . تكون الالكترونات في ذرة في مستويات طاقة محددّة.والحقيقة هي أن فقدان الطاقة على شكل فوتون واحد نتيجة انتقال الالكترون من مستوى عال الى مستوى أوطأ ، يتفق مع الانموذج الذري المقترح . اذا كان العدد الكمي للمستوى الابتدائي (ذي الطاقة العليا) هو n_i ، والعدد الكمي للمستوى النهائي (ذي الطاقة الدنيا) هو n_f ، نجد :

طاقة الفوتون = الطاقة النهائية – الطاقة الابتدائية

$$E_i \qquad - E_f \qquad = h\nu \qquad (٤ - ٢٤)$$

حيث أن ν تمثل تردد الفوتون المنبعث .

وبناء على المعادلة (٤–٢٣)فان طاقة المستوي الابتدائي والمستوى النهائي التابعين

للعددين الكميين n_i و n_f هما ، على التوالي :

$$\text{الطاقة الابتدائية} = E_i = -\frac{me^4}{8\varepsilon_0{}^2h^2}\left(\frac{1}{n_i{}^2}\right)$$

$$\text{الطاقة النهائية} = E_f = -\frac{me^4}{8\varepsilon_0{}^2h^2}\left(\frac{1}{n_f{}^2}\right)$$

عليه ، فان فرق الطاقة بين هذين المستويين يساوي

$$E_i - E_f = \frac{me^4}{8\varepsilon_0{}^2h^2}\left(-\frac{1}{n_i{}^2}\right) - \left(-\frac{1}{n_f{}^2}\right)$$
$$= \frac{me^4}{8\varepsilon_0{}^2h^2}\left(\frac{1}{n_f{}^2} - \frac{1}{n_i{}^2}\right)$$

وبذلك يكون تردد الفوتون المنبعث نتيجة لهذا الأنتقال هو :

$$\nu = \frac{E_i - E_f}{h}$$
$$= \frac{me^4}{8\varepsilon_0{}^2h^3}\left(\frac{1}{n_f{}^2} - \frac{1}{n_i{}^2}\right) \qquad (٤ - ٢٥)$$

من هذه المعادلة نستطيع أن نجد العدد الموجي λ (عدد الموجات لوحدة الطول) للفوتون المنبعث ، حيث

$$\lambda = \frac{c}{\nu}$$

ومنها

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{\nu}{c}$$

$$\text{طيف ذرة الهيدروجين} \quad = \frac{me^4}{8\varepsilon_0{}^2ch^3}\left(\frac{1}{n_f{}^2} - \frac{1}{n_i{}^2}\right) \qquad (٤ - ٢٦)$$

من المعادلة (٤-٢٦) ، نجد أن الطيف المنبعث من ذرة هيدروجين متهيجة ، يتضمن أطوالاً موجية معينة فقط . اضافة الى ذلك ، فان هذه الأطوال الموجية تقع ضمن سلاسل معينة ، كل من هذه السلاسل تتحدد بالعدد الكمي النهائي n_f . وبما أن العدد الكمي الابتدائي n_i يجب أن يكون أكبر من العدد الكمي النهائي n_f (وذلك لكي تتولد طاقة فائضة نتيجة الأنتقال ، تبعث على شكل فوتون) نجد أن المعادلات لسلاسل الطيف الخمس الأولى هي :

$$\text{سلسلة لايمان} \quad n_f = 1: \quad \frac{1}{\lambda} = \frac{me^4}{8\varepsilon_0{}^2ch^3}\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2}\right) \qquad n = 2, 3, 4, \ldots$$

$$\text{سلسلة بالمر} \quad n_f = 2: \quad \frac{1}{\lambda} = \frac{me^4}{8\varepsilon_0{}^2ch^3}\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2}\right) \qquad n = 3, 4, 5, \ldots$$

$$\text{سلسلة باشن} \quad n_f = 3: \quad \frac{1}{\lambda} = \frac{me^4}{8\varepsilon_0{}^2ch^3}\left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2}\right) \qquad n = 4, 5, 6, \ldots$$

سلسلة براكت $\quad n_f = 4: \quad \frac{1}{\lambda} = \frac{me^4}{8\varepsilon_0{}^2ch^3}\left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{n^2}\right) \qquad n = 5, 6, 7, \ldots$

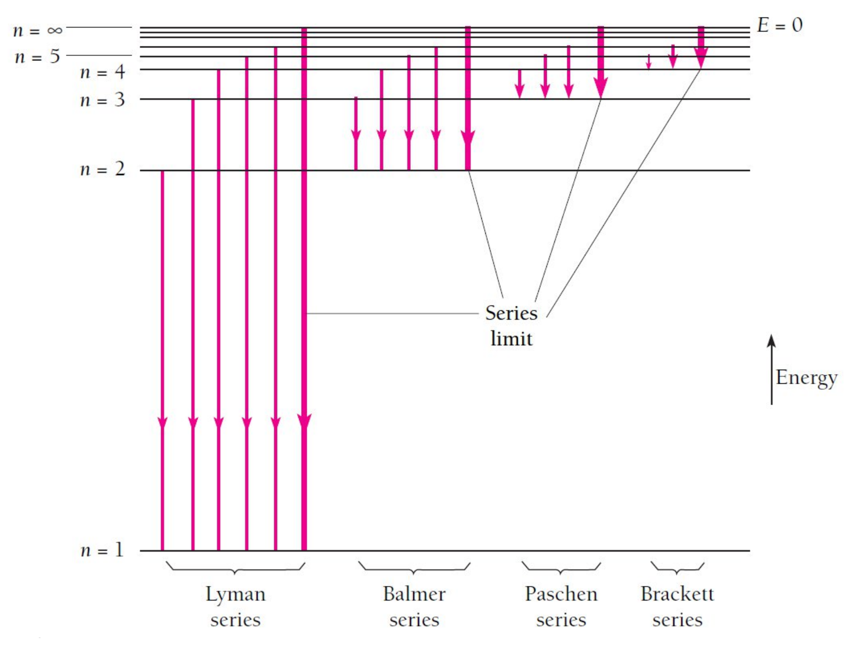
سلسلة بفوند $\quad n_f = 5: \quad \frac{1}{\lambda} = \frac{me^4}{8\varepsilon_0{}^2ch^3}\left(\frac{1}{5^2} - \frac{1}{n^2}\right) \qquad n = 6, 7, 8, \ldots$

هذه السلاسل تتفق مع السلاسل المشاهدة تجريبيا التي ناقشناها سابقا . لاحظ ان سلسلة لايمان تنتج من $n_f = 1$ ، سلسلة بالمرتنتج من $n_f = 2$ ، وسلسلة باشن تنتج من $n_f = 3$ وسلسلة براكت تنتج من $n_f = 4$ ، وسلسلة بفوند تنتج من $n_f = 5$.

ولانستطيع القول باننا قد برهنا بصورة نهائية على ان طيف ذرة الهيدروجين ينشأمن انتقال الالكترون من مستويات طاقة عالية الى مستويات طاقة اوطأ ، اذ لكي نجزم بهذه الصفة ، علينا ان نبرهن على تطابق ثابت ريدبرك R في المعادلات (٤– ١٥) الى (٤–١٩) مع معامل المعادلة (٤– ٢٦).والحقيقة هي ان

$$\frac{me^4}{8\varepsilon_0{}^2ch^3} = \frac{9.1 \times 10^{-31}\ \text{kg} \times (1.6 \times 10^{-19}\ \text{C})^4}{8 \times (8.85 \times 10^{-12}\ \text{F/m})^2 \times 3 \times 10^8\ \text{m/s} \times (6.63 \times 10^{-34}\ \text{J-s})^3}$$
$$= 1.097 \times 10^7\ \text{m}^{-1}$$

وهذه القيمة تساوي تماما قيمةR ! وعليه فان النظرية في اعلاه لذرة الهيدروجين ، تتفق نوعا



الشكل (٤ – ٢٠) : ان خطوط الطيف تنشأ من الانتقال بين مستويات الطاقة المختلفة .

وكمّا معْ النتائج التجريبية . الشكل (٤- ٢٠) يوضح كيف ان خطوط الطيف تنشأ من الانتقال بين مستويات الطاقة المختلفة . وهذه هي نظرية بور لذرة الهيدروجين ، التي وضعها عام 1913 .

٤ - ٩ حركة النواة : NUCLEAR MOTION

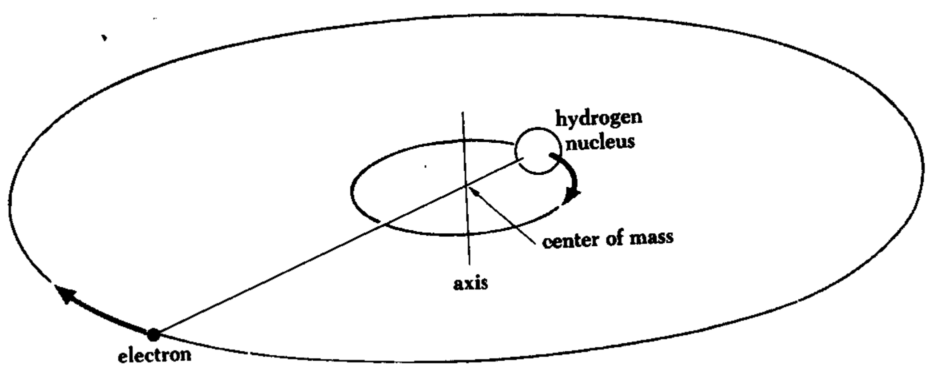
كنا قد افترضنا في تحليلاتنا السابقة ان نواة ذرة الهيدروجين (البروتون) تبقى ساكنة ، والالكترون يدور حولها . والحقيقة هي ان الذي يجب ان يحدث هو أن يدور كل من النواة والالكترون حول مركز كتلتيهما . ان مركز الكتلة يكون قريباً جداً من النواة ، ذلك لأن كتلة الاخيرة اكبر بكثير من كتلة الالكترون (الشكل ٤-٢١) . ولكون النواة والالكترون في موقعين متقابلين بالنسبة لمركز الكتلة ، نجد ان زخميهما الخطيين linear momentum متعاكسان ، والزخم الخطي للذرة ككل يبقى محفوظا conserved .

ان هذا النظام يكافيء جسما كتلته m' يدور حول موقع الجسم الاكبر . (وهذا التكافؤ هو موضح في معظم كتب الميكانيك ، لاحظ البند (٨-٨) . فاذا كانت كتلة الالكترون m وكتلة البروتون M فان :

$$m' = \frac{mM}{m + M} \qquad (٤ - ٢٧)$$

وتدعى الكتلة m' ، الكتلة المصغرة *reduced mass* للالكترونات ، لأنها أصغر من m ولكي نصحح المعادلة (٤-٢٣) آخذين بنظر الاعتبار حركة النواة ، علينا ان نعوض عن كل m بـ m' وبذلك تصبح مستويات الطاقة :

$$E_n = -\frac{m'e^4}{8\varepsilon_0{}^2h^2}\left(\frac{1}{n^2}\right) \qquad (٤ - ٢٨)$$



الشكل (٤-٢١) : كل من الالكترون والنواة في ذرة الهيدروجين يدور حول مركز كتلتيهما .

ونتيجة لحركة النواة ، نجد ان جميع مستويات طاقة ذرة الهيدروجين تنحرف بنسبة

$$\frac{m'}{m} = \frac{M}{M+m}$$
$$= \frac{1,836}{1,837}$$
$$= 0.99945$$

وبما ان E_n كمية سالبة ، فان تأثير حركة النواة يولد زيادة مقدارها 0.055% في كل مستوى طاقة . وباستخدامنا المعادلة (٤-٢٨) بدلاً من المعادلة (٤-٢٣) ، نحصل على تطابق أفضل مابين النتائج العملية والنتائج النظرية . ان ثابت ريدبرك صحيح لثمانية ارقام ، من دون ان ناخذ بنظر الاعتبار حركة النواة ، هو $1.0973731 \times 10^7 \ m^{-1}$. وعندما ناخذ بنظر الاعتبار حركة النواة ، نجد ان ثابت ريدبرك يساوي $1.0967758 \times 10^7 \ m^{-1}$.

ان الاخذ بنظر الاعتبار الكتلة المصغرة قد ادى الى اكتشاف الديوتيريوم *deuterium* نظير الهيدروجين الذي وزنه الذريّ يساوي تقريباً ضعف الوزن للهيدروجين الاعتيادي ، ذلك لوجود النيوتروم بالاضافة الى البروتون في نواة هذا النظير . ولكون كتلة نواة الديوتيريوم أكبر من كتلة نواة الهيدوجين الأعتيادي . فإن خطوط طيف الديوتيريوم تنحرف قليلاً نحو أطوال موجية أقصر مما هي عليه لذرة الهيدروجين الاعتيادي . وعلى سبيل المثال ، ان الخط H_α في طيف الديوتيريوم له طول موجي 6,561 Å ، في حين يكون الطول الموجي لنفس الخط لطيف الهيدروجين الاعتيادني : 6,563 Å . يمكن ملاحظة الفرق بين طول هاتين الموجتين بسهولة ، وبالتالي يمكن تشخيص الديوتيريوم .

٤ - ١٠ التهيج الذري ATOMIC EXCITATION

هناك وسيلتان تجعلان الذرة تتهيج الى مستوى طاقة اعلى من مستوى الطاقة الارضية ، وبالتالي تجعلها قابلة للاشعاع . احدى هاتين الوسيلتين هوالتصادم مع ذرات اخرى ، حيث يتم خلال هذه العملية امتصاص جزء من الطاقة الحركية من قبل الذرة . وبعد عملية التهيجّ ترجع الذرة الى الحالة الارضية خلال زمن معدله 10^{-8} s ، باعثة بذلك فوتونا واحدا اواكثر . ففي التفريغ الكهربائي electric discharge في غاز مخلخل ، يعمل المجال الكهربائي المسلط على تعجيل الالكترونات والايونات الذرية ، حتى تصبح طاقتها الحركية كافية لتهيج الذرات التي تصطدم معها . وما الاعلانات النيونية والمصابيح الزئبقية الاّ أمثلة مألوفة على توليد الضوء من قبل غاز محصور في انبوبة مسلطّ عليه فرق جهد كهربائي عال . والضوء

الصادر من ذرات النيون Neon يكون محمرا reddish ، والضوء الصادر من بخار الزئبق يكون مزرقا bluish . وهذه الالوان هي صفة لاطياف الذرات المعنية .

والوسيلة الثانية لتهيج الذرات هي عن طريق امتصاص فوتون طاقته تساوي تماما الطاقة اللازمة لتهيج الذرة . فمثلا الفوتون المنبعث من ذرة الهيدروجين نتيجة انتقال الالكترون من المدار $n = 2$ الى المدار $n = 1$ له طول موجي 1,217 Å ولذلك فامتصاص فوتون طوله 1,217 Å من قبل ذرة في الحالة $n = 1$ ، يجعلها تنتقل الى الحالة $n = 2$.

هذه العملية تفسّر منشأ أطياف الامتصاص ؛ فعندما يمر ضوء أبيض (الذي يحوي على جميع الاطوال الموجية) خلال غاز الهيدروجين ، فان الفوتونات ذات الطول الموجي المناسب للانتقال مابين مستويات الطاقة المختلفة سوف تعاني امتصاصا . وذرات الهيدروجين المتهيجة الناتجة تشع طاقاتها الاضافية بصورة آنية تقريبا ، ولكن الفوتونات المنبعثة تكون باتجاهات عشوائية ، حيث ان جزءاً قليلاً منها يأخذ اتجاه الضوء الابيض الساقط . وعليه فان خطوط الامتصاص لاتكون سوداً تماما ، لكنها تظهر معتمة بالنسبة للخلفية المضيئة . نستنتج من هذه الملاحظات ان طيف الامتصاص لأي مادة يشبه تماما طيف الانبعاث ، وهذا يتفق مع المشاهدات العملية .

ان دراسة الاطياف الذرية ، ليست هي الوسيلة الوحيدة لمشاهدة مستويات الطاقة في الذرة . وقد بين فرانك Franck وهيرتز Hertz في سلسلة تجارب بدأت عام ١٩١٤ ان الوسيلة الاولى المشروحة في اعلاه لتهيج الذرات تعطينا ايضا برهانا على وجود مستويات الطاقة في الذرة . ومستويات الطاقة المشاهدة بهذه الطريقة تتفق مع مستويات الطاقة المشاهدة عن طريق الاطياف الذرية .

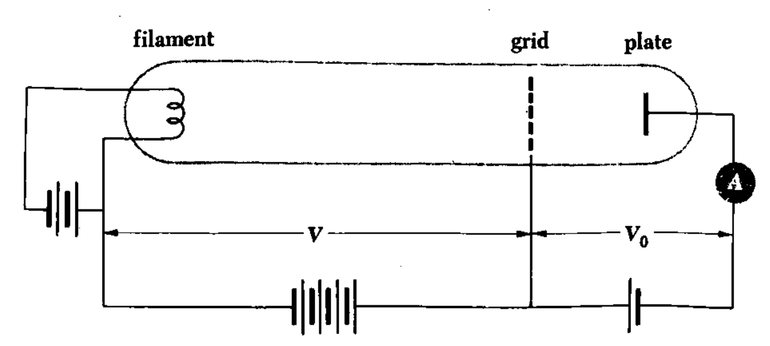
قذف فرانك وهيرتز ذرات بخار عناصر مختلفة بالكترونات ذات طاقة معلومة ، وذلك باستخدام جهاز كالموضح في الشكل (٤ – ٢٢) . هناك فرق جهد صغير V_0 بين الشبكة grid والقطب الموجب anode ، ولذلك فقط الالكترونات ذات طاقة أعلى من قيمة معينة تستطيع الوصول الى القطب الموجب ، وبالتالي توليد تيار خلال الاميتر . وبزيادة فرق الجهد المعجل V يزداد عدد الالكترونات التي تصل الانود ومن ثم يزداد التيار . ولو كانت الطاقة الحركية محفوظة خلال تصادم الالكترونات بذرات البخار ، لغيرت الالكترونات اتجاهها فقط خلال التصادم ، فالذرة أثقل بكثير من الالكترون ، ولذلك فانها لاتكتسب طاقة حركية خلال عملية التصادم . لكن بعد طاقة حرجة kinetic energy معيّنة للالكترون ، قد لوحظ ان تيار الانود يهبط بصورة فجائية . وتفسير هذه الظاهرة هو أن الالكترونات المتصادمة مع الذرات ، تفقد بعض اوكل طاقتها الحركية في تهيج الذرات الى مستوى طاقة أعلى من حالتها الارضية . وتدعى هذه التصادمات تصادمات غير مرنة

inelastic collision ، حيث نتيجتها تكون الطاقة الحركية غير محفوظة ،، ذلك على نقيض التصادمات المرنة elastic collision . والطاقة الحرجة للالكترون هذه تمثل طاقة تهيج excitation energy الذرة .

وبزيادة الجهد المعجل V عن الجهد الحرج ، نلاحظ ان تيار القطب الموجب يبدأ بالزيادة ثانية ، حيث الالكترونات الآن لها طاقة فائضة عن طاقة التهيج تساعدها على وصول القطب الموجب . وبعد هذه الزيادة في التيار يحدث فيه هبوط فجائي ثانٍ ، نفسره على انه ناتج عن الكترونات اكتسبت طاقة اضافية كافية تستطيع بها ان تولد تهيج ثان لنفس المدار لذرات اخرى .

وكما هو موضح في الشكل (٤–٢٣) ، فان هناك سلسلة من الجهود الحرجة لكل عنصر . وتمثل فروق الجهد الحرجة العالية تهيجات متتالية لنفس المدارات لذرات مختلفة ، ولذلك فهي مضاعفات لفرق الجهد الحرج الاوطأ .

لاثبات ان الجهود الحرجة ناشئة من وجود مستويات طاقة محددة في الذرة ، قاما فرانك وهيرتز بدراسة طيف الأشعة المنبعثة نتيجة تصام الالكترونات في بخار الزئبق ، فوجدا على سبيل المثال ، ان الطاقة الحرجة للالكترون لتهيج خط الطيف 2,536-Å هي 4.9 eV



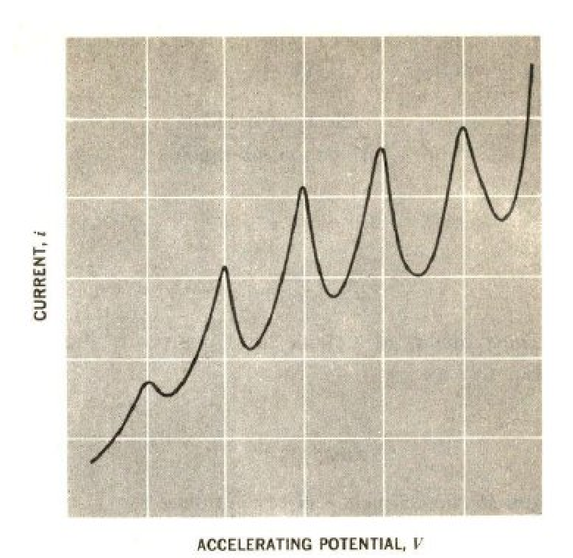
الشكل (٤–٢٢) : جهاز تجربة فرانك وهيرتز .

وفوتون طوله الموجي 2,536-Å له طاقة 4.9 eV ، أي ان الطاقة الحرجة للالكترون لتهيج الذرة تساوي طاقة تهيج الذرة . وقد أجريا فرانك وهيرتز هذه التجربة بوقت قصير بعد وضع بور لنظرية ذرة الهيدروجين ، وبذلك أعطت هذه التجربة برهانا مهما لتلك النظرية .

٤ – ١١ مبدأ التقابل CORRESPONDENCE PRINCIPLE

ان قوانين الفيزياء الكمية quantum physics ، التي تظهر مختلفة تماماً عن قوانين

الفيزياء الكلاسيكية ، يجب ان تؤدي الى نتائج متطابقة مع نتائج الفيزياء الكلاسيكية عند تطبيقها على العالم العياني microscopic world ولقد لاحظنا تطابق قوانين الفيزياء الحديثة مع قوانين الفيزياء الكلاسيكية ، عند الظروف الاعتيادية ، في حالة النسبية الخاصة ، والصفة الموجية للمادة ، والصفة الكمية للاشعاعات . وندرس هنا تطابق توقعات نظرية بور للذرة مع النظرية الكلاسيكية عند تطبيقها في الحالات القصوى .



الشكل (٤-٢٣) : نتائج تجربة فرانك وهيرتز تظهر فروق الجهد الحرجة .

بناء على النظرية الكهرومغناطيسية ، الكترون متحرك في مدار دائري يشعّ موجات كهرومغناطيسية ترددّها يساوي تردد الالكترون أو مضاعفاته harmonics . من جهة أخرى نجد من المعادلة (٤ – ١٣) أن سرعة الالكترون في ذرة الهيدروجين هي .

$$v = \frac{e}{\sqrt{4\pi\varepsilon_0 mr}}$$

حيث r نصف قطر المدار . ولذا فإن تردد دوران الالكترون في المدار يكون

$$f = \frac{\text{سرعة الالكترون}}{\text{محيط المدار}}$$

$$= \frac{v}{2\pi r}$$

$$= \frac{e}{2\pi\sqrt{4\pi\varepsilon_0 mr^3}}$$

وباستخدام المعادلة (٤ – ٢٢) ، نحصل على نصف القطر r_n للمدار المستقر stable orbit بدلالة العدد الكمي n :

$$r_n = \frac{n^2h^2\varepsilon_0}{\pi me^2}$$

وعليه فإن تردد دوران الالكترون حول النواة يساوي

$$f = \frac{me^4}{8\varepsilon_0{}^2h^3}\left(\frac{2}{n^3}\right) \qquad (٤ - ٢٩)$$

تحت أي ظرف تتصرف ذرة بور كلاسيكيا ؟ اذا كان الالكترون كبيراً جداً (بحيث يمكن التحسس فيه مباشرة) نتوقع أن تكون التأثيرات الكمية غير واضحة . فمثلاً يمكن تطبق الفيزياء الكلاسيكية على مدار نصف قطره 1 cm . ومثل هذا المدار له عدد كمي $n = 10,000$. على الرغم من أنه لايمكن تحضير هذه الذرة عمليا ، اذ أن طاقتها قريبة جداً من طاقة تأينـها ، لكننا يمكن تصورّها نظرياً . ماهو توقّع بور لاشعاعات الذرة في هذه الحالة القصوى ؟ حسب المعادلة (٤ – ٢٥) ، عندما تنتقل ذرة الهيدروجين من الحالة n_i الى الحالة n_f فإنها تبعث فوتونا تردده :

$$\nu = \frac{me^4}{8\varepsilon_0{}^2h^3}\left(\frac{1}{n_f{}^2} - \frac{1}{n_i{}^2}\right)$$

دعنا نضع n محل العدد الكمي الابتدائي n_i و $n - p$ (حيث $p = 1, 2, 3, \ldots$) محل العدد الكمي النهائي n_f . وبذلك نحصل على :

$$\nu = \frac{me^4}{8\varepsilon_0{}^2h^3}\left[\frac{1}{(n-p)^2} - \frac{1}{n^2}\right]$$
$$= \frac{me^4}{8\varepsilon_0{}^2h^3}\left[\frac{2np - p^2}{n^2(n-p)^2}\right]$$

والآن ، اذا كانت كل من n_i و n_f كبيرجدا ، وان n أكبر بكثير من p ، نجد

$$2np - p^2 \approx 2np$$
$$(n-p)^2 \approx n^2$$

وعليه :

$$\nu = \frac{me^4}{8\varepsilon_0{}^2h^3}\left(\frac{2p}{n^3}\right)$$

وعندما $p = 1$ يكون تردد الاشعاع المنبعث مساوياً تماماً تردد دوران الالكترون في مداره في المعادلة (٤ – ٢٩) . ونحصل على مضاعفات Harmonics هذا التردد عندما

$p = 2, 3, 4, \ldots$. ولذلك فإن النظرية الكمية تعطينا نفس نتائج النظرية الكلاسيكية عندما يكون العدد الكمّي كبيراً جداً . في حالة $n = 2$ ، يختلف التردد الكلاسيكي (المعادلة ٤ – ٢٩) بمقدار ٪ 300 عن التردد الكمي (المعادلة ٤ – ٢٥) . في حين في حالة $n = 10{,}000$ يكون الفرق بين التردد الكلاسيكي والتردد الكمي % 0.01 فقط .

ان شرط تطابق النظرية الكمية والنظرية الكلاسيكية عندما يكون العدد الكمّي كبير جداً ، يدعى بمبدأ تقابل بور Bohr *correspondence principle* . وهذا المبدأ لعب دوراً هاماً في تطوير النظرية الكمية للمادة quantum theory of matter

تمرينـــات

١ * – جسيمة ألفا طاقتها 5-MeV تقترب من نواة ذرة الذهب ببعد تصادم 2.6×10^{-13} m . أحسب زاوية التشتت .

٢ * – ما بعد التصادم b لجسيمة ألفا طاقتها 5-MeV ، تتشتت بزاوية $10°$ بواسطة نواة ذرة الذهب ؟

٣ * – ما نسبة جسيمات ألفا ذات طاقة 7.7-MeV ، التي تتشتت بزاوية أقل من $1°$ عندما تسقط على صفيحة ذهبية سمكها 3×10^{-7} m ؟

٤ * – ما نسبة جسيمات ألفا ذات طاقة 7.7-MeV ، التي تتشتت بزاوية $90°$ أو أكبر عندما تسقط على صفيحة ذهبية سمكها 3×10^{-7} m

٥ * – أثبت أن عدد جسيمات ألفا المتشتتة بزوايا محصورة بين 60 و $90°$ بواسطة صفيحة معدنية ، هو ضعف عدد الجسيمات المتشتتة بزاوية $90°$ أو أكبر .

٦ * – حزمة جسيمات ألفا طاقتها 8.3-MeV تسقط على صفيحة من الالمنيوم . وجدأن قانون راذرفورد للتشتت يخفق فى تفسير توزيع التشتت لزوايا أكبر من $60°$. لو افترضنا أن نصف قطر جسيمة ألفا يساوي 2×10^{-15} m ، فما نصف قطر نواة الالمنيوم؟

٧ – جد أقرب مسافة تستطيع أن تصلها جسيمة ألفا طاقتها 1-MeV من نواة الذهب.

٨ – جد أقرب مسافة تستطيع أن تصلها جسيمة الفا طاقتها 8-MeV من نواة الذهب .

٩ – ان اشتقاقنا لقانون تشتت راذرفورد لم يأخذ بنظر الاعتبار التأثيرات النسبية . أثبت صحة هذا التقريب ، بحساب نسبة كتلة جسيمة الفا ذات طاقة 8-MeV الى كتلتها السكونية .

١٠- احسب التردد الكلاسيكي للالكترون في ذرة الهيدروجين . في أي منطقة من طيف الموجة الكهرومغناطيسية يقع هذا التردد ؟

١١- شدة المجال الكهربائي على مسافة r من مركز شحنة كروية متجانسة نصف قطرها R وشحنة كلية Q هي $Qr/4\pi\varepsilon_0 R^3$ ، حيث $r < R$ (ان هذه الكرة تمثل أنموذج ثومسن للذرة) اثبت ان الكترونا في هذه الكرة يعمل حركة توافقية بسيطة حول مركز الكرة ، ثم أشتق معادلة لتردد هذه الحركة . أحسب تردد الالكترون لحالة ذرة الهيدروجين وقارن هذا التردد مع ترددات خطوط طيف ذرة الهيدروجين المشاهدة عملياً .

١٢- جد طول موجة خط الطيف لانتقال ذرة الهدروجين من الحالة $n = 6$ الى الحالة $n = 3$

١٣- جد طول موجة الفوتون المنبعث عندما تنتقل ذرة الهيدروجين من الحالة $n = 10$ الى الحالة الأرضية .

١٥- قذفت حزمة من الالكترونات على عينة من الهيدروجين . ما الجهد المعجل للالكترونات لكي ينتج الخط الاول من سلسلة بالمر .

١٦- جد سرعة ارتداد recoil speed ذرة الهيدروجين بعد اشعاعها فوتوناً نتيجة انتقالها من الحالة $n = 4$ الى الحالة $n = 1$.

١٧- ماعدد الدورات التي يعملها الكترون في ذرة الهيدروجين في الحالة المدارية $n = 2$ قبل أن يهبط الى الحالة المدارية $n = 1$ ؟ متوسط عمر average lifetime حالة مدارية متهيجة حوالي 10^{-8} s) .

١٨- متوسط عمر حالة مدارية متهيجة لذرة 10^{-8} s . اذا كان الطول الموجه لخط الطيف الناتج من **انحلال** decay هذه الحالة 5,000 Å ، جد عرض width خط الطيف .

١٩- مادرجة الحرارة التي عندها معدل الطاقة الحركية لجزيئات غاز الهيدروجين يساوي طاقة تأين ذرة الهيدروجين ؟

٢٠- احسب الزخم الزاوي angular momentum للالكترون في الحالة المدارية n ، حول نواة ذرة الهيدروجين . ثم اثبت أن فرضية بور يمكن صياغتها على أن الزخم الزاوي للالكترون في ذرة الهيدروجين يأخذ القيم $n\hbar$. (في الحقيقة أن تكمم quantization الزخم الزاوي بشكل مضاعفات $\hbar$ كان نقطة البداية لنظرية بور ، حيث أن فرضية ديبرولي للصفة الموجية للمواد لم تكن معروفة في ذلك الوقت . وسنرى في الفصل الثامن ان تكمم الزخم الزاوي هو صحيح فقط لمركبة واحدة للزخم ، على حين تكون القيمة الكلية للزخم مكممة بصيغة أخرى .)

٢١- هيّج خليطا من الهيدروجين الاعتيادي والتريتيوم tritium (نظير الهيدروجين ذات الوزن الذري يساوي تقريبا ثلاثة أضعاف الوزن الذري للهيدروجين الاعتيادي) وحللّ الطيف المنبعث . ما الفرق بين الطول الموجي للخط H_α للنظيرين ؟

٢٢- يمكن لبروتون ان يقتنص ميزون$^-\mu$ meson الذي كتلته $207\ m_e$ ليكون ذرة ميزونية mesic atom . جد نصف قطر اول مدار بور لهذه الذرة .

٢٣- ميزون $^-\mu$ يوجد في الحالة المدارية$n = 2$ في ذرة التيتانيوم titanium جد طاقة الفوتون المنبعث عندما ينتقل الميزون الى الحالة الارضية .

٢٤- ذرة البوزترونيوم positronium تتكون من بوزترون positron (الكترون موجب) والكترون . (أ) قارن بين طول موجة الفوتون المنبعث نتيجة انتقال ذرة البوزترونيوم من الحالة $n = 3$ الى الحالة $n = 2$ وطول موجة الخط H_α لذرة الهيدروجين.(ب) قارن بين طاقة تأين ذرة البوزترونيوم وطاقة تأين ذرة الهيدروجين .

٢٥- (أ)- اشتق معادلة لمستويات الطاقة للايونات الهيدروجينية hydrogenic atom, التي تتكون من نوى شحنتها $+Ze$ يدور حولها الكترون واحد ، مثل He^+ و Li^{++}
(ب) ارسم مستويات الطاقة لايون He^+ وقارنها مع مستويات الطاقة لذرة الهيدروجين
(ج) اقتنصت نواة هليوم عارية الكترونيا مكونة ايون He^+ . جد الطول الموجي للفوتون المنبعث في هذه العمليه ، على فرض أن الالكترون لم يمتلك طاقة حركية قبل الاتحاد .

٢٦- استخدم مبدأ عدم التحديد لايجاد نصف قطر المدار الارضي لذرة الهيدروجين r_1 ، حسب الطريقة التالية : جد أولا معادلة للطاقة الحركية للالكترون على فرض أن زخمه يساوي الخطأ الادنى في الزخم ΔP لالكترون محصور في حيز عرضه r_1 . اضف الى هذه الطاقة ، الطاقة الكامنة للالكترون عندما يكون على بعد r_1 من البروتون . فاضل differentiate الطاقة الكلية E للالكترون بالنسبة لـ r_1 لكي تحصل على قيمة r_1 التي عندها E تأخذ اقل قيمة . قارن هذه النتيجة مع قيمة r في المعادلة (٤-٢٢) عندما$n = 1$

الفصل الخامس

ميكانيك الكم

تستطيع نظرية بور للذرة المشروحة في الفصل السابق ان تفسر بعض النتائج العملية، في حين ان هذه النظرية قاصرة بصورة فادحة من نواح اخرى متعددة . فبينما تعطينا نظرية بور بصورة صحيحة سلاسل طيف ذرة الهيدروجين ونظائرها ، وكذلك طيف الايونات الهيدروجينية ، نجد أن هذه النظرية لايمكن تطبيقها على طيف الذرات المعقدة التي تتألف من الكترونين او أكثر . ان نظرية بور غير قادرة على تفسير لماذا بعض خطوط الطيف تكون ذات شدة أكثر من خطوط الطيف الأخرى . أي لماذا تكون بعض الانتقالات بين مستويات الطاقة أكثر احتمالا من انتقالات اخرى. وكذلك لاتبين لنا هذه النظرية، لماذا تتحلل بعض خطوط الطيف الى خطوط متعددة متقاربة ذات أطوال موجية قريب بعضها من بعض. والاهم من ذلك ، ان هذه النظرية لا تستطيع تفسير التفاعلات الذرية التي هي اساس الصفات الفيزياوية والكيماوية المشاهدة للمادة .

ان هذه الاعتراضات ليست لتجريد نظرية بور من اهميتها التاريخية في تحويل مجرى العلم ، لكن لتوضيح ضرورة الحصول على نظرية اكثر شمولا . والحقيقة هي انه قد تم وضع مثل هذه النظرية خلال الفترة 1925–1926 من قبل ارون شرودينكر Erwin Schrödinger ، ووانير هايزنبرك Werner Heisenberg , وآخرين ، تحت عنوان ميكانيك الكم *quantum mechanics* . ومنذ بداية عام 1930 وجدت نظرية ميكانيك الكم تطبيقات واسعة تتضمن نوى الذرات ، الذرات ، الجزيئات والمواد الصلبة، حيث اصبح بالامكان تفسير عدد هائل من النتائج العملية وبدقة عالية جداً .

٥ – ١ مدخل ميكانيك الكم :
INTRODUCTION TO QUANTUM MECHANICS

ان الفرق الاساسي بين ميكانيك نيوتن وميكانيك الكم هو اختلاف مفهوم الكميات تحت الدراسة . فميكانيك نيوتن يتضمن دراسة حركة الاجسام تحت تأثير القوى ، حيث يفترض ان الكميات كموقع الجسيم ، وكتلته ، وسرعته ، وتعجيله ، ... يمكن قياسها بدقة غير متناهية . وهذه الفرضية بطبيعة الحال صحيحة في حدود تجاربنا اليومية ، ونتائج ميكانيك نيوتن تتفق مع النتائج العملية في ظروف المشاهدات اليومية .

يتضمن ميكانيك الكم هو الآخر علاقات بين الكميات العملية observable ، ولكن مبدأ عدم التحديد uncertainty principle يغير جذريا معنى هذه القياسات في عالم الذرات . فبناء على مبدأ عدم التحديد ، لا يمكن انيا تحديد موقع وزخم جسيم بدقة غير متناهية ، في حين نرى في ميكانيك نيوتن ان كلا من هاتين الكميتين لها قيمة محددة في كل لحظة . والحقيقة هي ان الكميات المتضمنة في ميكانيك الكم هي المعدلات average . فمثلا ، بدلا من ان نقول ان نصف قطر مدار الكترون في الحالة الارضية في ذرة الهيدروجين هو 5.3×10^{-11} m ، فان ميكانيك الكم ينص على ان معدل نصف قطر هذا المدار هو 5.3×10^{-11} m. حيث لو قمنا بتجارب مناسبة لايجاد نصف قطر مدار الالكترون ، لوجدنا في معظم الاحيان ان نصف القطر هو اكبر او اقل من هذه القيمة ، لكن معدل القيم هذه يساوي 5.3×10^{-11} m

ولاول وهلة ، نجد ان ميكانيك الكم تعويض غير دقيق لميكانيك نيوتن ، ولكن دراسة دقيقة للموضوع توضح الحقيقة ان ميكانيك نيوتن ليس الا صيغة تقريبية لميكانيك الكم . ان الدقة المزعومة في ميكانيك نيوتن هي خداعية ، في حين ان توافق ميكانيك نيوتن مع التجارب اليومية ، هو نتيجة ان الاجسام الكبيرة macroscopic تتألف من عدد كبير من الذرات حيث عدم التحديد في معدل تصرفاتها يكون غير ملحوظ . بدلا من ان تكون هناك مجموعتان من القوانين ، مجموعة قوانين لوصف العالم الكبير ومجموعة اخرى لوصف العالم الدقيق microscopic universe هناك في الحقيقة ، مجموعة واحدة من القوانين . وميكانيك الكم يشكل الهيكل الدقيق لوصف جميع الاشياء .

٥–٢ المعادلة الموجية THE WAVE EQUATION

كما قد بينا في الفصل الثالث ان الكمية المتضمنة في ميكانيك الكم هي دالة الموجة wave function Ψ للجسم . في حين ان Ψ نفسها ليس لها معنى فيزياوي ، فان مربع قيمتها المطلقة $|\Psi|^2$ (او $\Psi\Psi^*$ اذا كانت Ψ معقدة) ، عند نقطة ولحظة معينتين

تتناسب مع احتمالية مشاهدة الجسيم عند النقطة وفي اللحظة المعينة . ان فحوى ميكانيك الـكم هو حساب Ψ لجسيم محصور تحت تأثير قوة خارجية .

قبل ان نبدأ بحساب Ψ ، علينا ان نحدد المواصفات الاساسية لهذه الدالة . اولا ، لما كانت $|\Psi|^2$ تتناسب مع الاحتمالية P ، لايجاد الجسيم ذي الدالة الموجبة Ψ ، لذا فإن تكامل $|\Psi|^2$ على جميع الفضاء يجب أن يكون محدوداً ، اذ في أي حال من الأحوال ، يجب ان يكون الجسيم في مكان ما . فاذا كان التكامل

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\Psi|^2 \, dV \quad (٥-١)$$

يساوي صفر، فان الجسيم لايوجد في اي مكان . في حين ليس هناك معنى للمسألة اذا كان التكامل يساوي مالا نهاية . والحالة الوحيدة هو ان التكامل يجب ان يساوي كمية محدودة .

من المناسب اعتياديا ان نجعل $|\Psi|^2$ تساوي كثافة الاحتمالية P ، لوجود الجسيم المتمثل بالدالة Ψ ، بدلا من ان تتناسب مع P فقط . اذا كانت $|\Psi|^2$ تساوي P ، فيجب ان تكون

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\Psi|^2 \, dV = 1 \quad (٥-٢)$$

التقويم

وذلك بسبب

$$\int_{-\infty}^{\infty} P \, dV = 1$$

ان هذه المعادلة هي الصيغة الرياضية للقول بان الجسيم موجود في مكان ما في كل لحظة . ودالة موجية تحقق المعادلة (٥-٢) يقال انها مقومة *normalized* . ان جميع الدالات الموجية المقبولة فيزياويا يمكـن تقويمها ، ذلك بضربها بثابت مناسب كما سنلاحظ قريبا . وبالاضافة الى ان Ψ يجب ان تكون قابلة للتقويم فان الدالة Ψ يجب ان تكون احادية القيمة single-valued ، وذلك لان P لها قيمة واحدة عند كل مكان وزمان معينين . وصفة اخرى يجب ان تتحقق في Ψ ، هو ان الدالة وتفاضلاتها الجزئية partial derivatives $\partial\Psi/\partial x, \partial\Psi/\partial y, \partial\Psi/\partial z$ يجب ان تكون مستمرة continuous في كل مكان .

ان معادلة شرودينكر *Schrödinger's equation* ، التي تمثل المعادلة الداينميكية في ميكانيك الـكم ، وتقابل قانون نيوتن الثاني في الميكانيك الـكلاسيكي ، هي معادلة موجية للمتغير Ψ . وقبل ان ندرس معادلة شرودينكر ، علينا ان نقوم بمراجعة للمعادلة الموجية العامة :

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad (٥-٣)$$

المعادلة الموجية

هذه المعادلة تصف دالة موجية y تنتشر على امتداد المحور x بسرعة v . فلحالة سلك مشدود ، تمثل y ازاحة اجزاء السلك عن المحور x . ولحالة الموجات الصوتية ، تمثل y

فرق الضغط . اما للموجات الضوئية ، فان y تمثل شدة المجال الكهربائي او المجال المغناطيسي .

ان حل المعادلة الموجية يأخذ اشكالا متعددة يعكس اشكال الموجات المختلفة : منها نبضة موجية ، ورتل من موجات ذات سعة وطول موجي ثابت ، ورتل من الموجات المتداخلة بنفس السعة والطول الموجي ، ورتل من الموجات المتداخلة ذات سعات واطوال موجية مختلفة ، وموجة مستقرة كالمتكونة في سلك مشدود من طرفيه ، وهكذا . ان جميع هذه الحلول تأخذ الصيغة

$$y = F\left(t \pm \frac{x}{v}\right) \tag{٥-٤}$$

حيث F دالة عامة يمكن تفاضلها . فالحل $F(t - x/v)$ يمثل موجة تنتشر باتجاه $+x$ ، على حين يمثل الحل $F(t + x/v)$ موجة تنتشر باتجاه $-x$.

في هذا الفصل سينصب اهتمامنا على ايجاد الدالة الموجية لجسيم طليق free particle ، اي انه لايكون تحت تأثير قوة خارجية ، ولذلك فهو يسير بخط مستقيم وبسرعة ثابتة . مثل هذه الدالة تتمثل بحل عام للمعادلة (٥-٣) ذات سعة A وسرعة زاوية ω ثابتين :

$$y = Ae^{-i\omega(t-x/v)} \tag{٥-٥}$$

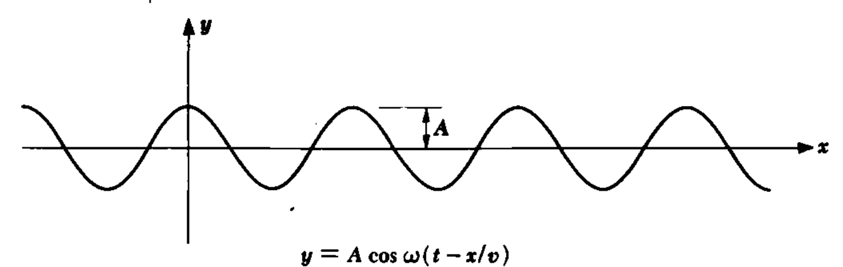
في هذه المعادلة y كمية معقدة تحوي على جزأين حقيقي real وخيالي imaginary حيث

$$e^{-i\theta} = \cos\theta - i\sin\theta \tag{٥-٦}$$

وعليه يمكن كتابة المعادلة (٥-٥) بالشكل

$$y = A\cos\omega\left(t - \frac{x}{v}\right) - iA\sin\omega\left(t - \frac{x}{v}\right) \tag{٥-٧}$$

ولحالة موجة في سلك مشدود ، حيث تمثل y ازاحة اجزاء السلك عن موضع التعادل (لاحظ الشكل ٥-١) ، يكون الجزء الحقيقي فقط في المعادلة التي في اعلاه ذي معنى . ففي مثل هذه الحالة يهمل الجزء الخيالي من المعادلة لكونه غير مهم .



$y = A\cos\omega(t - x/v)$

الشكل (٥-١) موجات في المنتشر في سلك مشدود بالاتجاه

٥-٣ معادلة شرودينكر المعتمدة على الزمن

SCHRÖDINGER'S EQUATION: TIME-DEPENDENT FORM

في ميكانيك الـكم ، تمثل دالة الموجة Ψ المتغير y في المعادلة الموجية العامة . لكن هنا Ψ لايمكن قياسها ، ويمكنها ان تأخذ قيما معقدة . وعليه نفترض ان دالة موجية منتشرة باتجاه x + تأخذ الصيغة العامة :

$$\Psi = Ae^{-i\omega(t-x/v)} \tag{٥-٨}$$

بالتعويض عن ω في المعادلة التي في اعلاه بـ $2\pi\nu$ و v بـ $\lambda\nu$ ، نحصـــــل على :

$$\Psi = Ae^{-2\pi i(\nu t-x/\lambda)} \tag{٥-٩}$$

وهذه الصيغة اكثر ملائمة وذلك لاننا نعرف ν و λ بدلالة الطاقة الـكلية E والزخم p للجسيم تحت الدرس . حيث

$$E = h\nu = 2\pi\hbar\nu$$

و

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{2\pi\hbar}{p}$$

لذا

$$\Psi = Ae^{-(i/\hbar)(Et-px)} \tag{٥-١٠}$$

ان المعادلة (٥-١٠) تمثل موجة جسيم طليق طاقته الـكلية E وزخمه p ، يتحرك بأتجاه $+x$ ، وهي تشبه المعادلة (٥-٥) التي تصف مثلا انتشار حركة توافقية بسيطة في سلك مشدود .

المعادلة (٥-١٠) صحيحة فقط لحالة جسيم طليق . وبصورة عامة نود ان نحصل على الدالة الموجية لجسيم تحت تأثير قوة خارجية ، على سبيل المثال ، الـكترون مرتبط بالذرة بواسطة المجال الـكهربائي للنواة ، ولذا علينا ان نحصل على المعادلة الموجية العامة لـ Ψ التي يمكن حلها في الظروف المختلفة . اولا نفاضل المعادلة (٥-١٠) مرتين بالنسبة لـ x ، حيث نجد

$$\frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2} = -\frac{p^2}{\hbar^2}\Psi \tag{٥-١١}$$

وبتفاضل المعادلة مرة واحدة بالنسبة لـ t ، ينتج

$$\frac{\partial\Psi}{\partial t} = -\frac{iE}{\hbar}\Psi \tag{٥-١٢}$$

عند سرع صغيرة بالنسبة لسرعة الضوء تساوي الطاقة الـكلية E للجسيم مجموع طاقته الحركية $p^2/2m$ وطاقته الـكامنة V (حيث V بصورة عامة تتغيرمع الموقع x والزمن t) :

$$E = \frac{p^2}{2m} + V \tag{٥-١٣}$$

بضرب جهتي هذه المعادلة بالدالة Ψ ، نجد

$$E\Psi = \frac{p^2\Psi}{2m} + V\Psi \qquad (٥-١٤)$$

على حين نلاحظ من المعادلتين (٥-١١) و (٥-١٢) ان :

$$E\Psi = -\frac{\hbar}{i}\frac{\partial\Psi}{\partial t} \qquad (٥-١٥)$$

و

$$p^2\Psi = -\hbar^2\frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2} \qquad (٥-١٦)$$

وبتعويض هاتين المعادلتين في المعادلة (٥-١٤) ، نحصل :

$$i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2} + V\Psi \qquad (٥-١٧)$$

ان المعادلة (٥-١٧) ، هي معادلة شرودينكر المعتمدة على الزمن

time-dependent Schrödinger's equation . وفي الفضاء ذي ثلاثة — ابعاد ، تأخذ معادلة شرودينكر المعتمدة على الزمن الصيغة العامة

$$i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\Psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\Psi}{\partial z^2}\right) + V\Psi \qquad (٥-١٨)$$

حيث ان طاقة الجسيم الـكامنة V هي دالة للموقع $x, y, z,$ والزمن t ، والتأثيرات الخارجية على الجسيم تظهر في صيغة الدالة V . فاذا عرفنا V ، يمكننا حل معادلة شرودينكر لايجاد موجة الجسيم Ψ ، ومنها نجد كثافة احتمالية وجود الجسيم Ψ^2 عند كل نقطة $x, y, z,$ وزمن t .

ان الطريقة التي حصلنا بواسطتها على معادلة شرودينكر من الدالة الموجية لجسيم طليق ، تستوجب بعض التعقيب . ان تعميم معادلة شرودينكر من الحالة التي يكون فيها الجسيم طليقاً الى الحالة العامة التي يكون فيها الجسيم في مجال قوى خارجية هو تماماً معقول ، ولكن ليس هناك اية وسيلة لبرهنة صحة هذا التعميم . فكل ما نستطيع ان نعمله هو فرض معادلة شرودينكر وحلها لعدد من الحالات الفيزياوية ، وثم مقارنة نتائجها بالنتائج العملية . واذا اتفقت النتائج النظرية والعملية ، نستنتج بأن معادلة شرودينكر صحيحة . اما اذا اختلفت هذه النتائج فعلينا ان نهمل نظرية شرودينكر ونبحث عن حل آخر لتلك الظواهر . او بعبارة اخرى لايمكن اشتقاق معادلة شرودينكر من فرضيات اولية ، بل انها بحد ذاتها تشكل فرضية اولية .

من الناحية العملية ، ظهر ان معادلة شرودينكر تتفق كليا مع النتائج التجريبية ، لكن علينا ان نتذكر بأن المعادلة (٥-١٩) صحيحة فقط للمسائل غير النسبية nonrelativistic في حين ان هناك صيغا اكثر تعقيدا تعالج مسائل تتضمن جسيمات سرعتها قريبة من سرعة الضوء . ولما كانت معادلة شرودينكر متفقة مع النتائج العملية ضمن الحدود غير النسبية ، نستطيع القول بأن فرضية شرودينكر صحيحة . وهذه المعادلة تبقى فرضية اسوة بفرضية النسبية الخاصة او الميكانيك الاحصائي ؛ اذ لايمكن اشتقاق اي من هذه الفرضيات من فرضيات اخرى اساسية : هذه الفرضيات تمثل تعاميم للمشاهدات العملية . ومن المهم ان نلاحظ ان معادلة شرودينكر لاتزيد من عدد الفرضيات الفيزياوية ؛ ذلك لان قانون نيوتن الثاني في الحركة يمكن استنباطه من معادلة شرودينكر ، اذا ما فهمنا بأن الكميات المتضمنة في الميكانيك الكلاسيكي هي معدلات averages بدلا من ان تكون محددة.

٥-٤ المعدلات (القيم المتوقعة) EXPECTATION VALUES

نستطيع من حل معادلة شرودينكر لجسيم في حالة فيزياوية معينة . ان نجد دالة الموجة $\Psi(x,y,z,t)$. هذه الدالة تحتوي جميع المعلومات حول الجسيم ضمن حدود مبدأ عدم التحديد uncertainty principle . وما عدا تلك الكميات التي عرضا تأخذ قيما مكممة . تكون جميع هذه المعلومات على صيغة احتمالات probabilities بدلا من اعداد محددة . وكمثال على ذلك . دعنا نحسب معدل *expectation value* موقع جسيم $\langle x\rangle$ ، يتحرك على طول محور ،والذي دالته الموجية $\Psi(x,t)$ يمكن تصور هذه الكمية بانها تمثل معدل النتائج التجريبية لقياس مواقع جسيمات كثيرة جدا ذات نفس الدالات الموجية $\Psi(x,t)$

لكي نوضح هذه الحسابات سنجيب اولا عن سؤال مقارب لهذه المسألة . وهو ما معدل الموقع $\bar{x}$ لعدد من الجسيمات موزعة على محور x . اذا كان هناك N_1 من الجسيمات عند الموقع x_1 ، N_2 من الجسيمات عند الموقع x_2 ، .... وهكذا ؟ ان معدل الموقع في هذه المسألة يساوي تماما مركز كتلة الجسيمات . حيث

$$\bar{x} = \frac{N_1x_1 + N_2x_2 + N_3x_3 + \cdots}{N_1 + N_2 + N_3 + \cdots}$$
$$= \frac{\Sigma N_i x_i}{\Sigma N_i}$$

عندما نتعامل مع جسيم واحد ، علينا ان نعوض عدد الجسيمات N_i عند الموقع x_i بالاحتمالية P_i لوجود الجسيم داخل مسافة dx حول النقطة x_i . هذه الاحتمالية هي

$$P_i = |\Psi_i|^2\, dx$$

وحيث ان Ψ_i هي دالة موجة الجسيم عند النقطة $x = x_i$ ، فبتعويض هذه الـكمية وتحويل عملية الجمع الى تكامل ، نجد ان معدل موقع الجسم هو :

$$\langle x \rangle = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} x|\Psi|^2\, dx}{\int_{-\infty}^{\infty} |\Psi|^2\, dx} \qquad (19-5)$$

واذا كانت دالة الموجة Ψ مقومة normalized فأن مقام المعادلة (٥-١٩) يساوي احتمالية وجود الجسيم مابين $x = -\infty$ و $x = \infty$. عليه فإن المقام يساوي واحداً ، وبذلك

$$\langle x \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} x|\Psi|^2\, dx$$

هذه النتيجة توضح ان $\langle x \rangle$ تكون عند مركز توزيع $|\Psi|^2$ اذ لورسمنا $|\Psi|^2$ على ورقة سميكة كدالة لـ x ، وقطعنا المساحة المحصورة داخل المنحني والمحور x ، لوجدنا ان نقطة توازن هذه القطعة تقع عند $\langle x \rangle$

ويمكننا استخدام نفس التحليلات السابقة لايجاد المعدل $\langle G(x) \rangle$ لاي كمية تتغير مع الموقع لجسيم دالته الموجية Ψ . حيث نجد

المعدل
$$\langle G(x) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} G(x)|\Psi|^2\, dx \qquad (21-5)$$

ان هذه المعادلة تبقى صحيحة حتى لو تغيرت $G(x)$ مع الزمن . اذ بأي حال من الاحوال علينا ان نحسب $\langle G(x) \rangle$ عند لحظة معينة t ؛ ذلك لان دالة الموجة Ψ نفسها تتغير مع الزمن .

٥-٥ معادلة شرودينكر غير المعتمدة على الزمن

SCHRODINGER'S EQUATION: STEADY-STATE FORM

في كثير من الحالات الفيزياوية نجد ان الطاقة الـكامنة للجسم لاتتغير مع الزمن . وعليه فأن القوة المؤثرة على الجسيم ، وبالتالي V ، تعتمد على موقع الجسيم فقط . في هذه الحالة يمكن تبسيط معادلة شرودينكر بأزالة متغير الزمن t . نلاحظ اولا ان دالة الموجة Ψ في حيز ذي بعد واحد one-dimensional wave function ، لجسيم طليق تأخذ الصيغة

$$\begin{aligned} \Psi &= Ae^{-(i/\hbar)(Et-px)} \\ &= Ae^{-(iE/\hbar)t}e^{+(ip/\hbar)x} \\ &= \psi e^{-(iE/\hbar)t} \end{aligned} \qquad (22-5)$$

اي ان ψ هي حاصل ضرب دالة الزمن $e^{-(iE/\hbar)t}$ ودالة الموقع Ψ . وبصفة عامة ، تأخذ دالة موجة جسيم تحت تأثير قوة ثابتة بالنسبة للزمن ، نفس الصيغة اعلاه لحالة جسيم طليق . وبتعويض صيغة المعادلة (٥-٢٢) في معادلة شرودينكر المعتمدة على الزمن ، نجـد

$$E\psi e^{-(iE/\hbar)t} = -\frac{\hbar_2}{2m}e^{-(iE/\hbar)t}\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + V\psi e^{-(iE/\hbar)t}$$

وبحذف المعامل المشترك $e^{-(iE/\hbar)t}$ ، نحصل على

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2}(E - V)\psi = 0 \qquad (٥ - ٢٣)$$

المعادلـة (٥-٢٣) تمثّـل معادلـة شرودينكر غير المعتمد على الزمن في بعـد واحـــد

صيغة معادلة شرودينكر غير المعتمدة على الزمن في ثلاثة أبعاد هي

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial z^2} + \frac{2m}{\hbar^2}(E - V)\psi = 0$$

وبصورة عامة ليس هناك حل فيزياوي لمعالة شرودينكر غير المعتمدة على الزمن ، الا لقيم معيّنة للطاقة E . هذا القول لا يتعلق بوجود الصعوبات الرياضية لحل المعادلة ، بل يكمن المعنى لـ Ψ . ان حل معادلة شرودينكر لنظام معين يعني ايجاد الدالة ψ التي هي بالأضافة الى تحقيقها للمعادلة (٥-٢٤) ، يجب عليها أن تحقق الصفات الأساس لدالات الموجة الفيزياوية ، وعلى وجه التحديد ، الموجة ومشتقاتها الجزئية الثلاثة يجب أن تكون مستمرة continuous ، ومحدودة finite، وأحادية القيمة single- valued . واذا لم يكن هناك مثل هذه الدالة الموجية ، فالنظام لا يمكن أن يوجد في حالة مستقرة . وعليه فإن تكمم الطاقة energy quantization يظهر بصورة طبيعية في ميكانيك الكم ، وإن هذا التكمم صفة عامة لجميع النظم المستقرة .

وهناك شبه قريب لتكمم الطاقة ،هوما يحدث لحالة موجة مستقرة في سلك مشدود طوله L ومثبت عند طرفيه . فهنا ، بدلاً من أن تكون هناك موجة واحدة تنتشر بصورة مستمرة بأتجاه واحد ، نجد موجتين تنتشران آنيا بالاتجاهين $+x$ و $-x$ بحيث أن الازاحة عند نهايتي السلك تساوي صفراً دائماً . ان دالة موجية مقبولة للازاحة $y(x,t)$ يجب أن تحقق مع مشتقاتها نفس المواصفات السابقة . هي أن تكون مستمرة ومحددة واحادية القيمة . وكذلك يجب أن تكون هذه الدالة حقيقية لأنها تمثّل كمية يمكن قياسها . والحل الوحيد للمعادلة الموجية :

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

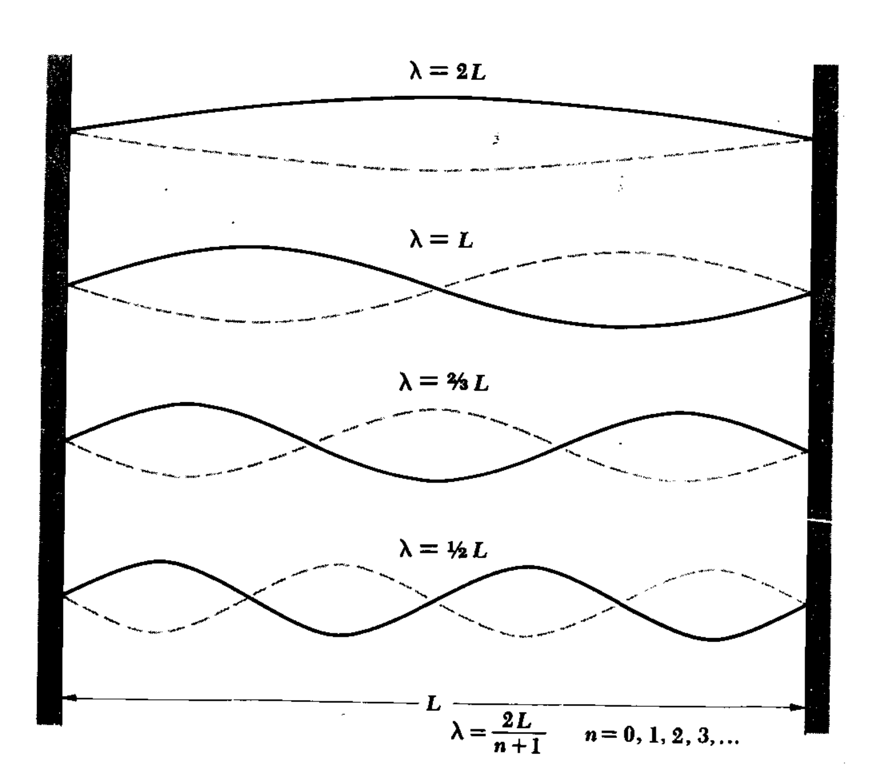
الذي يحقق الصفات المطلوبة ، وفي نفس الوقت يحقق $y = 0$ عند طرفي السلك يمتلك أطوال موجية تتحدد بالعلاقة

$$\lambda_n = \frac{2L}{n+1} \qquad n = 0, 1, 2, 3, \ldots$$

(لاحظ الشكل ٥-٢) . ان وجود هذه القيم المحددة للطول الموجي (λ_n) انما هو نتيجة تقييد الحلول الرياضية للمعادلة الموجية بالشروط الفيزياوية الموضوعة .

ان قيم الطاقة E_n التي تأخذ عندها معادلة شرودينكر حلولاً مقبولة فيزياوياً ، تدعى بالقيم المسموحة *eigenvalues* . في حين تدعى دالات الموجة التابعة لهذه الطاقات بالدالات المسموحة *eigenfunctions* . ان مستويات الطاقة المنفصلة في ذرة الهيدروجين هي مثال للطاقات المسموحة . وسوف نرى في الفصل السادس لماذا تؤدي هذه الطاقات وحدها ، الى دالات موجية مقبولة للالكترون في ذرة الهيدروجين .

$$E_n = -\frac{me^4}{32\pi^2\varepsilon_0^2\hbar^2}\left(\frac{1}{n^2}\right) \qquad n = 1, 2, 3, \ldots$$



(الشكل ٥ - ٢) موجة مستقرة في سلك مشدود مثبت عند طرفيه .

ومثال آخر هام على تكمّم كمية داينميكية ، هو تكمم الزخم الزاوي angular momentum سوف نجد لحالة ذرة الهيدروجين بأن القيم المسموحة للزخم الزاوي الكلي تتحدد بالعلاقة :

$$L_l = \sqrt{l(l+1)}\hbar \qquad l = 0, 1, 2, \ldots, (n-1)$$

وبصورة عامة ، يمكن أن تكون كمية داينميكية G غير مكممة . في هذه الحالة لا تؤدي قياسات G على عدد كبير من الجسيمات الى قيمة معينة ثابتة ، بل الى قيم منتشرة متوسطها هو المعدّل

$$\langle G \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} G|\psi|^2 \, dx$$

وعلى وجه المثال ، موقع الالكترون في ذرة الهيدروجين ليس مكمما . ولذا علينا أن نتصور بأن الالكترون موجود بجوار النواة بأحتمالية معينّة $|\psi|^2$ لوحدة الحجوم ، من دون أن يكون هناك مكان متوقع أو مدار كلاسيكي معين . ان هذه الصيغة الأحتمالية لا تتعارض مع الحقيقة التجريبية ذلك أننا دائما نشاهد الكترونا كاملا وليس 27 % من الألكترون في حيز معين ، و 73% في حيز آخر . والاحتمالية المقصودة هي لايجاد الكترون كامل في منطقة معينة . وعلى الرغم من أن هذه الاحتمالية تنتشر في الفضاء ، فان الالكترون نفسه غير منتشر .

٥ - ٦ جسيم في صندوق : تكمم الطاقة

THE PARTICLE IN A BOX: ENERGY QUANTIZATION

ان حل معادلة شرودينكر يتطلب بصورة عامة الى رياضيات متقدمة ، ولهذا السبب يقتصر تدريس ميكانيك الكم اعتياديا على طلبة الصفوف المتقدمة حيث يكون لديهم المام كافٍ بالرياضيات . ومن ناحية أخرى يشكل ميكانيك الكم القاعدة النظرية لفهم النتائج التجريبية للفيزياء الحديثة ، ولذلك يجب أن يكون لدينا بعض الالمام بهذه المعالجات النظرية . وسنرى أنه باستخدام رياضيات بسيطة نسبيا ، نستطيع فهم النتائج الكميّة التي حققها ميكانيك الكم

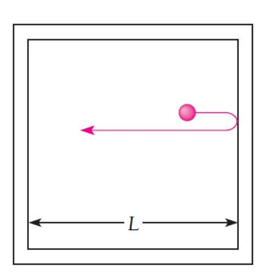
ان اول مثال لاستخدام معادلةشرودينكر ، هو دراسة جسيم يتحرك ذهابا وايابا بين جدران صندوق (الشكل ٥-٣) .واهتمامنا بهذه المسألة يرجع الى ثلاثة أسباب . الأول لدراسة حلّ معادله شرودينكر لحالة جسيم محصور في حيز محدود ، والثاني لدراسة الصفات الأساس لحلول هذه المعادلة ، كتكمم الطاقة ، والثالث ، لمقارنة نتائج ميكانيك الكمّ مع ميكانيك نيوتن .

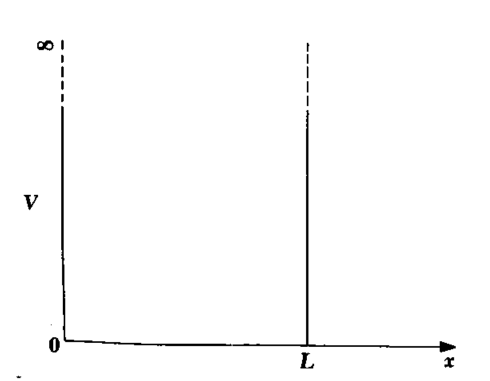
نستطيع وصف حركة الجسيم بأنها محصورة على طول محور x بين $x = 0$ و $x = L$ ، نتيجة وجود جدران صلبة جداً عند النهايتين . وعند اصطدام الجسيم بهذه الجدران ، فانه لايفقد

طاقة ولذلك تبقى طاقته الكلية محفوظة . ان هذه المسألة ، وفق المضمون الدقيق ، تمثّل طاقة كامنة V تساوي مالانهاية عند جدران الصندوق و V تساوي كميّة ثابتة (وللسهولة نعتبرها تساوي صفرا) في داخل الصندوق . ولما كان الجسيم لا يمكن أن يمتلك مالانهاية من الطاقة ، لذلك فهو لا يستطيع أن يخترق جدران الصندوق ويهرب الى الخارج . وعليه فان دالة الموجة ψ تساوي صفرا عند $x \leqslant 0$ و $x \geqslant L$ فتكون المسألة هنا هي حساب قيمة ψ داخل الصندوق ، على وجه التحديد بين $x = 0$ و $x = L$.

معادلة شرودينكر داخل الصندوق هي

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2}E\psi = 0 \qquad (٥ - ٢٥)$$





(الشكل ٥ - ٣) : جسيم محضور في صندوق عرضه L .

حيث $V = 0$ وفي هذه المسألة ، يكون التفاضل الكلي $d^2\psi/dx^2$ هو نفس التفاضل الجزئي $\partial^2\psi/\partial x^2$ وذلك لأن ψ تعتمد على x فقط . وهناك حلاّن متميزان للمعادلة (٥-٢٥) :

$$\psi = A \sin \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}x \qquad (٥ - ٢٦)$$

$$\psi = B \cos \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}x \qquad (٥ - ٢٧)$$

يمكن التحقق من هذين الحلّين بالتعويض المباشر في المعادلة (٥-٢٥) . ان مجموع الحلّين هو أيضاً حل للمعادلة المذكورة ، على حين أن المعاملات A و B ثابتان يجب حسابهما لكل مسألة . ان هذه الحلول يجب أن تحقق الشرط الفيزياوي boundary condition .

$\psi = 0$ عند $x = 0$ و $x = L$. لما كان $\cos 0 = 1$ ، ولذلك فان الحل الثاني لا يمكن أن يصف حالة الجسيم داخل الصندوق ، لأنه لا يساوي صفرا عند $x = 0$. من هذا نستنتج أن B يجب تساوي صفرا . لما كان $\sin 0 = 0$ ، فان الحل الأول دائما يعطينا $\psi = 0$ عند $x = 0$ ونحصل على $\psi = 0$ عند $x = L$ اذا كان

$$\sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}} L = \pi, 2\pi, 3\pi, \ldots$$

$$= n\pi \qquad n = 1, 2, 3, \ldots \qquad (٥ - ٢٨)$$

وذلك لأن جيب الزوايا ... $\pi, 2\pi, 3\pi,$ يساوي صفرا .

و من المعادلة (٥-٢٨) نجد أن طاقة الجسيم تأخذ قيما محددة تمثل القيم المسموحة eigenvalues للطاقة المذكورة في البند السابق . هذه القيم تشكل مستويات طاقة النظام . والطاقات المسموحة هي

$$E_n = \frac{n^2\pi^2\hbar^2}{2mL^2} \qquad n = 1, 2, 3, \ldots \qquad (٥ - ٢٩)$$

ان العدد n يدعى بالعدد الكمّي *quantum number* ، وجسيم محصور في صندوق لا يستطيع أن يمتلك طاقة عدا الطاقات المبينة في المعادلة (٥-٢٩) . هذه الصفة هي نتيجة حصر الجسيم داخل الصندوق وبالتالي تحديد دالته الموجية .

ومن المهم أن نلاحظ أن جسيما في صندوق لا يستطيع أن يمتلك طاقة تساوي صفراً ، لأن دالته الموجية ψ سوف تساوي صفرا ومن ثم يكون الجسيم غير موجود هناك . ان عدم السماح لـ $E = 0$ بالأضافة الى تحديد E بقيم محددة (المعادلة ٥-٢٩) هي صفات كمية بحت ليس لها مرادف في الميكانيك الكلاسيكي ؛ ذلك أنه في الميكانيك الكلاسيكي ، تكون جميع قيم الطاقة – ومن ضمنها الصفر – مسموحة .

ان مبدأ عدم التحديد يبين لنا لماذا تكون $E = 0$ لجسيم داخل صندوق غير مسموح بها ؛ لما كان الجسيم محصوراً داخل الصندوق ، فان عدم التحديد في موقعه يساوي عرض الصندوق : $\Delta x = L$ ، وعليه فان عدم التحديد في زخم الجسيم هو :

$$\Delta p \geqslant \frac{\hbar}{L}$$

الذي لايتفق مع $E = 0$. ونلاحظ ان زخم الجسيم التابع للطاقة $E = E_1$ (التي تكون كلياً على شكل طاقة حركية) هو .

$$p_1 = \pm\sqrt{2mE_1} = \pm\frac{\pi\hbar}{L}$$

وهذا المقدار من الزخم يتفق مع مبدأ عدم التحديد .

لماذا لانلاحظ تكمم الطاقة في حياتنا اليومية ؟ بالتأكيد ان كرة صلبة تتدحرج ذهابا وايابا بين جدران صندوق قاعدته ملساء يمكنها أن تأخذ أية سرعة وبالتالي أية طاقة يمكن تصورها ، وبضمنها القيمة صفر. ولكي نقتنع بان المعادلة (٥-٢٩) لاتتعارض مع مشاهداتنا اليومية في حين انها تعطينا نتائج متميزة للعالم الدقيق ، دعنا نحسب مستويات الطاقة (١) لالكترون في صندوق عرضه $1\ \text{Å}$ و (٢) لكرة صلبة كتلتها 10-g داخل صندوق عرضه 10 cm .

في الحالة الاولى لدينا $m = 9.1 \times 10^{-31}\ \text{kg}$ و $L = 1\ \text{Å} = 10^{-10}\ \text{m}$. ولذلك تكون مستويات الطاقة المسموحة هي :

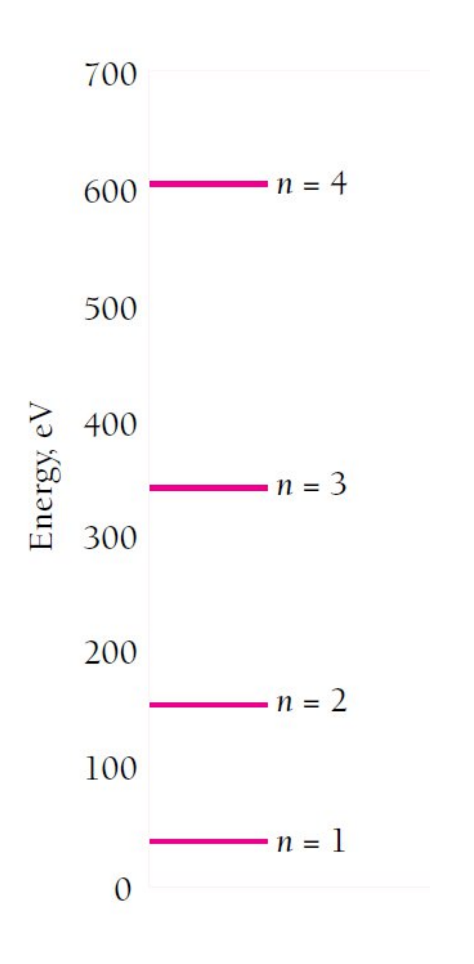
$$\begin{aligned} E_n &= \frac{n^2 \times \pi^2 \times (1.054 \times 10^{-34}\ \text{J-s})^2}{2 \times 9.1 \times 10^{-31}\ \text{kg} \times (10^{-10}\ \text{m})^2} \\ &= 6.0 \times 10^{-18} n^2\ \text{J} \\ &= 38 n^2\ \text{eV} \end{aligned}$$

وأقل طاقة يمتلكها الالكترون في داخل الصندوق هي 38 eV حيث $n = 1$ ومستويات الطاقة الاخرى تتدرج كالآتي $E_2 = 152\ \text{eV}$ $E_3 = 342\ \text{eV}$ $E_4 = 608\ \text{eV}$ وهكذا (الشكل ٥ - ٤) . هذه المستويات متباعدة بصورة كافية بحيث يمكن تمييزها .

في الحالة الثانية لدينا $m = 10\ \text{g} = 10^{-2}\ \text{kg}$ و $L = 10\ \text{cm} = 10^{-1}\ \text{m}$ وعليه فان مستويات الطاقة المسموحة للكرة تكون

$$\begin{aligned} E_n &= \frac{n^2 \times \pi^2 \times (1.054 \times 10^{-34}\ \text{J-s})^2}{2 \times 10^{-2}\ \text{kg} \times (10^{-1}\ \text{m})^2} \\ &= 5.5 \times 10^{-64} n^2\ \text{J} \end{aligned}$$

حيث ان القيمة الدنيا لطاقة الكرة التي تنتج من $n = 1$ هي فقط $5.5 \times 10^{-64}\ \text{J}$. ان كرة بهذه الطاقة الحركية لها سرعة $3.3 \times 10^{-31}\ \text{m/s}$ فقط ، ولايمكن تمييزها عن كرة ساكنة . والسرعة الاعتيادية لكرة هي $\frac{1}{3}\ \text{m/s}$ ، وهذه السرعة تمثل عدداً كمياً كبيراً جداً $n = 10^{30}$ انّ مستويات الطاقة المسموحة للكرة تكون متقاربة جدا حيث لايمكن تمييز هذه المستويات ، وبالتالي فإنها تظهر على شكل مستمر . ولذا لايمكن تمييز الظواهر الكمية من خلال تجاربنا اليومية . وهذه الصفة تشير الى سبب نجاح ميكانيك نيوتن في تفسير الظواهر الفيزياوية في المشاهدات اليوميه .



(الشكل ٥ – ٤) مستويات الطاقة لالكترون محصور في صندوق عرضه 1 A

٥ – ٧ جسيم في صندوق : دالات الموجة

THE PARTICLE IN A BOX: WAVE FUNCTIONS

لاحظنا في البند السابق ان دالة موجة جسيم طاقته E في صندوق عرضه L، هي

$$\psi = A \sin \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}\, x$$

حيث ان القيم المسموحة لـ E هي

$$E_n = \frac{n^2 \pi^2 \hbar^2}{2mL^2}$$

وبالتعويض عن E بـ E_n ينتج

$$\psi_n = A \sin \frac{n\pi x}{L} \qquad (٥ - ٣٠)$$

التي تمثل دالات الموجة المسموحة التابعة للطاقات المسموحة E_n

ومن السهل ان نبرهن بأن الدالات الموجية (٥-٣٠) **تحقق جميع الصفات المطلوبة** التي ناقشناها سابقا : حيث ψ_n ، لكل قيم n ؛ هي احادية القيمة لـ x وان كلاً من ψ_n و $\partial\psi_n/\partial x$ مستمرة . وبالاضافة الى ذلك أن تكامل $|\psi_n|^2$ على جميع الفضاء محدود . ونستطيع البرهان على هذا بتكامل $|\psi_n|^2\, dx$ من $x = 0$ الى $x = L$ (الجسم محصور ضمن هذه الحدود) حيث نجد

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\psi_n|^2\, dx = \int_0^L |\psi_n|^2\, dx$$

$$= A^2 \int_0^L \sin^2\left(\frac{n\pi x}{L}\right) dx$$

$$= A^2 \frac{L}{2} \qquad (٥ - ٣١)$$

للحصول على دالات موجية مقومة ، علينا ان نختار قيمة مناسبة لـ A بحيث أن $|\psi_n|^2\, dx$ تساوي الاحتمالية $P\,dx$ لايجاد الجسيم بين x و $x + dx$. اذا كانت $|\psi_n|^2$ تساوي P فان

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\psi_n|^2\, dx = 1 \qquad (٥ - ٣٢)$$

لأن

$$\int_{-\infty}^{\infty} P\, dx = 1$$

هي الصيغة الرياضية للقول أن هناك احتمالاً 100 % لوجود الجسيم في مكان ما في الفضاء. بمقارنة المعادلتين (٥- ٣١) و (٥- ٣٢) ، نجد ان دالة موجة جسيم داخل صندوق تكون مقومة اذا كان :

$$A = \sqrt{\frac{2}{L}} \qquad (٥ - ٣٣)$$

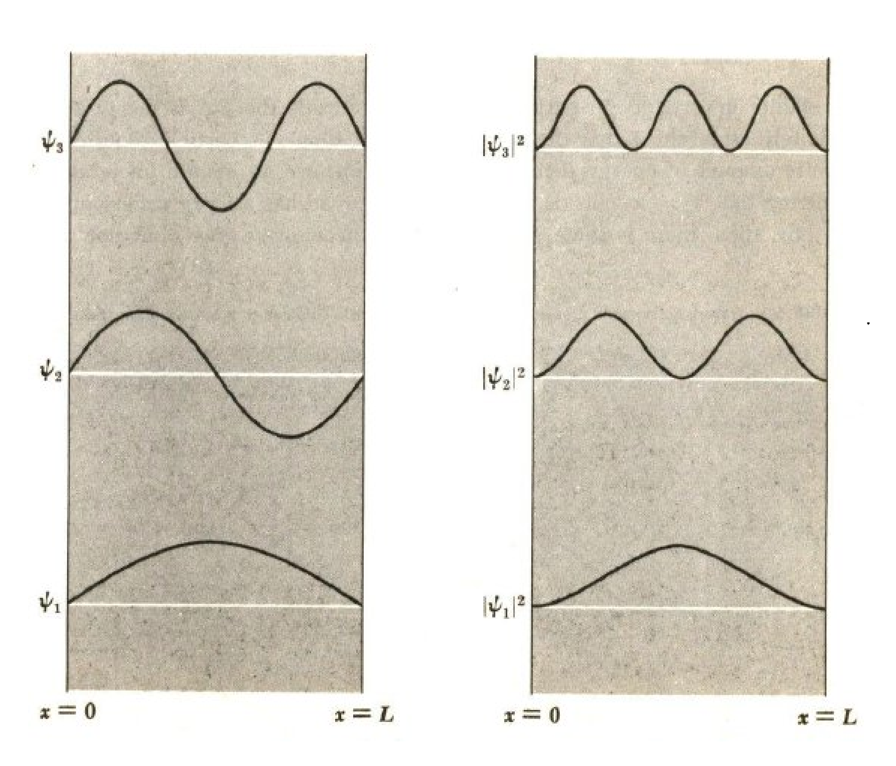
ولذا تأخذ دالات الموجة الموقومة الصيغة

$$\psi_n = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin \frac{n\pi x}{L} \qquad (٥ - ٣٤)$$

والشكل (٥- ٥) يوضح الدالات الموجية الموقومة ψ_1, ψ_2 و ψ_3 والكثافات الاحتمالية probability densities $|\psi_1|^2, |\psi_2|^2$ و $|\psi_3|^2$ على حين تأخذ ψ_n قيماً موجبة وسالبة ، نجد $|\psi_n|^2$ لها قيما موجبة فقط . ولما كانت ψ_n دالة مقومة ، ينتج أن $|\psi_n|^2$ تساوي كثافة الاحتمالية P لايجاد الجسيم عند كل موقع x . ولكل من

الدالات الموجية لدينا $|\psi_n|^2 = 0$ عند $x = 0$ و $x = L$ ، التي تمثل حدود الصندوق. واحتمالية وجود الجسيم عند موقع معين داخل الصندوق تختلف تبعا للعدد الكمي n . فعلى وجه المثال ، $|\psi_1|^2$ لها قيمة عظمى عند $\frac{1}{2}L$ ، على حين $|\psi_2|^2$ تساوي صفرا عند ذلك الموقع . وهذا يعني انه في حالة $n = 1$ ، هناك احتمالية كبيرة جدا لايجاد الجسيم عند منتصف الصندوق ، في حين ان هذه الاحتمالية تساوي صفرا في حالة $n = 2$ من جهة اخرى تشير الفيزياء الكلاسيكية الى أن هناك نفس الاحتمالية لوجود الجسيم في جميع المواقع داخل الصندوق .

ان الدالات الموجية المبينة في الشكل (٥-٥) تشبه موجة سلك مشدود مثبت من طرفيه (لاحظ الشكل ٥-٢) . هذا التشابه هو نتيجة أن المعادلة الموجية لاهتزاز سلك مشدود تشبه تماما المعادلة الموجية لجسيم متحرك . لذلك نجد عند تطبيق نفس المواصفات الفيزياوية على كل من الموجتين تكون النتائج متشابهة .



(الشكل ٥ - ٥) : الدالات الموجية وكثافات الاحتمال لجسيم محصور في صندوق ذات جدران صلبة .

٥-٨ جسيم محصور في صندوق ذات جدران غير صلبة

THE PARTICLE IN A NONRIGID BOX

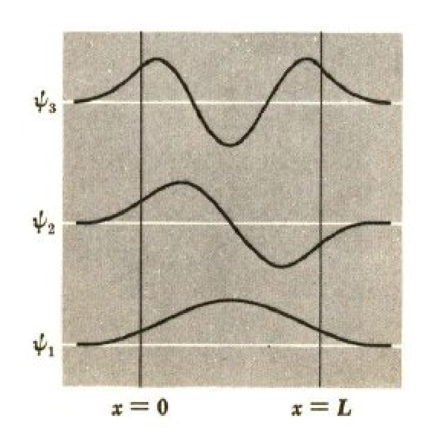
من الضروري ان ندرس حالة جسيم في صندوق جدرانه غير صلبة . في هذه الحالة تكون الطاقة الكامنة V خارج الصندوق ذات قيمة محدودة . والمسألة هنا تقابل سلكا مهتزا طرفاه غير مثبتين بصورة جيدة ، بحيث توجد حركة بسيطة عند النهايتين . انّ هذه المسألة هي معقدة نسبيا ولذلك سنقتصر على اعطاء نتائجها النهائية فقط ، من دون اشتقاقها . وتطبيق هذه المسألة سوف يتم عند دراسة نظرية الديوترون deuteron في الفصل الحادي عشر .

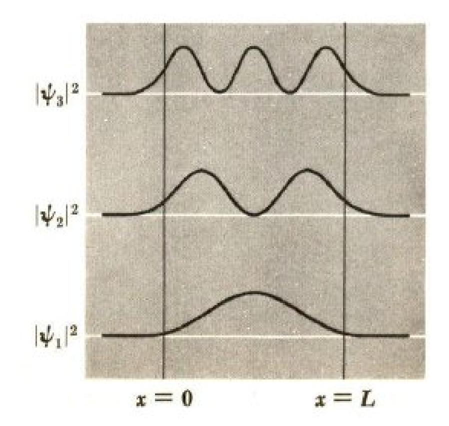
الشكل (٥-٦) يوضح الدالات الموجية الاولى لجسيم في صندوق ذي جدران غير صلبة . نلاحظ هنا أن ψ_n لاتساوي صفرا خارج الصندوق . فعلى الرغم من أن طاقة الجسيم أصغر من الطاقة الكامنة خارج الصندوق ، فان هناك احتمالية ملموسة لوجود الجسيم في الخارج . أو بعبارة أخرى ، على الرغم من أن الجسيم لايمتلك طاقة تمكنه من اختراق جدران الصندوق ، حسب المفهوم الكلاسيكي ، فان الجسيم ، حسب النظرية الكمية الحديثة ، يستطيع اختراق هذا الجدران . ويمكن فهم هذه الصفة على أساس مبدأ عدم التحديد : لما كان

$$\Delta p \, \Delta x \geqslant \hbar$$

لذلك فان القول بان الجسيم لايوجد مطلقا خارج الصندوق ، يعني أن عدم التحديد في زخمه خارج الصندوق يساوي مالانهاية . لكن هذا الجسيم سوف يمتلك طاقة تساوي مالانهاية أيضا تؤهله من أن ينفذ خلال الجدران (V لاتساوي مالانهاية) . هذا الاستنتاج يناقض الفرضية الابتدائية ويوضح أن الجسيم يجب أن يتوغل داخل الجدران ، ولو باحتمالية بسيطة جدا . سوف نرى في الفصل الثاني عشر أن نتائج ميكانيك الكم التي تشير الى أن هناك دائما بعض الاحتمال للجسيم أن يهرب من حيز محصور ، تتفق تماما مع المشاهدات العملية لنوى الذرات المشعة ، التي تبعث جسيمات الفا . حيث في جميع هذه المسائل لاتأخذ الطاقة الكامنة قيمة مالانهاية ، وان صندوق جدرانه صلبة هو خيالي ، وليس له معنى فيزياوي .

عندما تكون جدران الصندوق غير صلبة ، نجد أن الدالات الموجية ψ_n لجسيم لاتساوي صفرا عند الجدران . ولذلك تكون الاطوال الموجية لجسيم داخل صندوق ذات جدران غير صلبة ، أطول نوعا ما مما هي عليه في حالة صندوق ذي جدران صلبة . هذه الصفة تؤدي الى أن زخم وبالتالي مستويات طاقة جسيم في صندوق جدرانه غير صلبة أقل من زخم ومستويات طاقة جسيم في داخل صندوق جدرانه صلبة .





الشكل (٥ — ٦) الدالات الموجية وكثافات الاحتمال لجسيم محصور في صندوق ذي جدران غير صلبة .

كون الطاقة الكامنة V خارج الصندوق لها قيمة محدودة ، يؤدي الى نتيجة مهمة أخرى : وهي أن الجسيم يمكن أن يمتلك طاقة E أكبر من V . ومثل هذا الجسيم لايكون مقيدا داخل الصندوق ويستطيع أن ينفذ كليا داخل الجدران . وعندما تكون $E > V$ فان الطاقة تكون غير مكممة بل تأخذ قيما مستمرة بين V ومالانهاية ، وذلك لأن الجسيم ينتشر في جميع الفضاء وليس يكون محصورا في حيز محدود . ومع هذا ، فالطاقة الحركية للجسيم خارج الصندوق ($E - V$) هي دائما اقل من طاقته الحركية داخل الصندوق ، التي تساوي E، حيث $V = 0$. إنَّ طاقة حركية قليلة تعني طولاً موجياً أطول ، وبذلك فإن ψ لها طولاً موجياً أطول خارج الصندوق مما هي عليه في الداخل .

ومن المعروف في فيزياء البصريات أنه عندما يصل ضوء منطقة يتغير فيها طوله الموجي (أي منطقة ذات معامل انكسار مختلفة) ، فان جزء من الضوء ينعكس والجزء الآخر يخترق المنطقة : وهذا هوسبب مشاهدة صورنا في زجاج الشبابيك . ان هذه الصفة هي عامة لجميع أنواع الموجات ويمكن اتباعها رياضيا من استمرارية متغير الموجة (أي المجال الكهربائي E في الموجات الكهرومغناطيسية ،والضغط p في الموجات الصوتية والارتفاع h في الموجات المائية ، .... وهكذا) مع مشتقاتها الاولى ، عبر السطوح الفاصلة بين الأوساط المختلفة .

يمكن القول نفس الشيء تماما لحالة دالة الموجة ψ لجسم متحرك . ان دالة موجة جسيم ينتقل الى منطقة ذات جهد مختلف ، تعاني نقصانا في طولها الموجي في حالة ان V تقل على حين يزداد طولها الموجي اذا ازدادت V . وفي كلا الحالتين يحدث بعض الانعكاس للموجة من السطح الفاصل بين المنطقتين . ماذا يمكن أن يعني بعض الانعكاس ونحن نتكلم عن حركة جسيم واحد ؟ لما كانت $|\psi_n|^2$ تمثل كثافة الاحتمالية لوجود الجسيم في منطقة

معينة ، فان انعكاسا جزئيا لـ ψ يعني ان هناك احتمالية معينة لارتداد الجسيم . اي اننا لو قذفنا عدة جسيمات على صندوق جدرانه غير صلبة ، لوجدنا ان معظم الجسيمات ستخترق الجدران على حين قليل من الجسيمات ترتد من الجدران .

نستنتج مما تقدم انه حتى لوكانت طاقة الجسيمات عالية نسبيا بحيث تؤهلها كلاسيكيا بأن تخترق حاجزا ، فأنه من وجهة النظر الكمية هناك بعض الاحتمال لارتداد هـذه الجسيمات من الحاجز . ان هذه الظاهرة تضيف الى صفة تسرب جسيمات محصـورة داخل صندوق من خلال جدرانه على الرغم من عدم امتلاكها الطاقة الـكافية لتقتحم هذه الجدران كلاسيكيا . وكل من هاتين النتيجتين خاصة بميكانيك الـكم ولا يمكن تفسيرها كلاسيكيا . ان مشاهدة هذه النتائج عمليا خلال تجارب ذرية ونووية عديدة يشكل دعما قويا للنظرية الـكمية .

٥ – ٩ المتذبذب التوافقي THE HARMONIC OSCILLATOR

ان الحركة التوافقية Harmonic motion تتمثل بتذبذب نظام حول نقطة توازنه . وهذا النظام يمكن أن يكون جسما مرتبطا بلولب حلزوني أوجسما عائما فوق سطح سائل او جزيئة ثنائية الذرات او ذرة في بلورة ، وعدد لايحصى من هذه الامثلة في العالمين الدقيق microscopic والـكبير macroscopic . ان شرط تكوين الحركة التوافقية هووجود قوة معيدة restoring force تعمل على ارجاع النظام الى موضع التوازن . لكن القصور الذاتي يؤدي الى استمرارية النظام عبر موضع التوازن وبذلك يستمر النظام بالتذبذب من دون انقطاع ، لولا تبدد الطاقة عن طريق الاحتكاك مثلا .

في حالة الحركة التوافقية البسيطة simple harmonic motion, تتناسب القوة المعيدة F المؤثرة على الجسيم m مع ازاحة الجسيم من نقطة التوازن . اي

$$F = -kx \qquad (٣٥-٥)$$

هذه العلاقة تدعى اعتياديا بقانون هوك Hooke law. . لكن من قانون نيوتن الثاني في الحركة لدينا $F = ma$. وعليه

$$-kx = m\frac{d^2x}{dt^2}$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0 \qquad (٣٦-٥)$$

هناك عدة طرق لكتـابة حـل المعادلة (٥-٣٦) . صيغــــة مناسبـة لهـذا الحل هي

$$x = A \cos(2\pi\nu t + \phi) \qquad (٥-٣٧)$$

حيث

$$\nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} \qquad (٥-٣٨)$$

تمثل تردد الذبذبة ،و A السعة ، و ϕ ثابت الطور phase . ويمكن تعيين ثابت الطور من قيمة x عند اللحظة $t = 0$.

ان اهمية الحركة التوافقية البسيطة في كل من الفيزياء الـكلاسيكية والفيزياء الحديثة لاتكمن في كون القوى المعيدة تتبع تماما قانون هوك ، بل لان معظم هذه القوى تقترب من قانون هوك اذا كانت الازاحة x صغيرة . ولفهم هذه العبارة ، نلاحظ ان أي قوة معيدة تتغير مع x يمكن كتابتها على شكل سلسلة ما كلورين Maclaurin حول موضع التعادل $x = 0$:

$$F(x) = F_{x=0} + \left(\frac{dF}{dx}\right)_{x=0} x + \frac{1}{2}\left(\frac{d^2F}{dx^2}\right)_{x=0} x^2 + \frac{1}{6}\left(\frac{d^3F}{dx^3}\right)_{x=0} x^3 + \cdots$$

لما كانت $x = 0$ تمثل نقطة التوازن ، نجد ان $F_{x=0} = 0$. في حين لقيم صغيرة لـ x تكون الـكميات $x^2, x^3, \ldots$ صغيرة جداً بالنسبة لـ x . وعليه يمكننا اهمال الحد الثالث وجميع الحدود الاخرى ذات الرتب العالية . والحد الوحيد ذات التأثير المهم هو الحد الثاني . من هذا نجد :

$$F(x) = \left(\frac{dF}{dx}\right)_{x=0} x$$

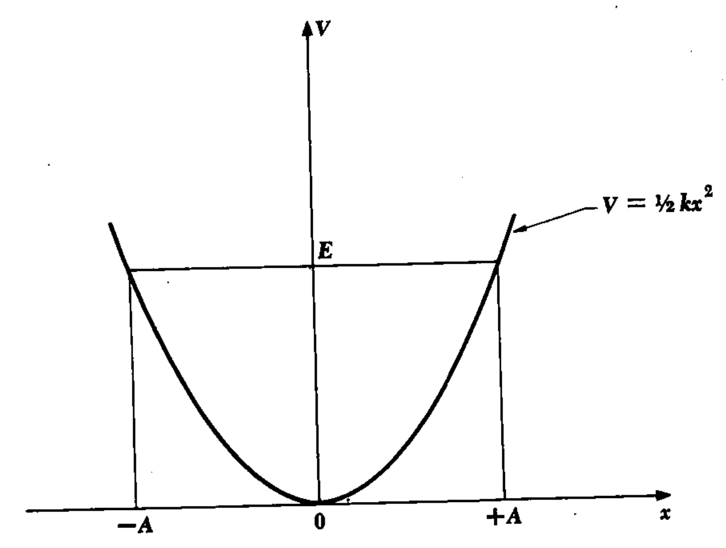
هذه المعادلة تمثل قانون هوك حيث ان $(dF/dx)_{x=0}$ كمية سالبة ذلك لان القوة هي معيدة . والنتيجة العامة التي نحصل عليها ، هي ان جميع الحركات الاهتزازية هي حركات توافقية بسيطة اذا كانت سعة تلك الاهتزازات صغيرة نسبيا .

نستطيع حساب دالة الطاقة الـكامنة $V(x)$ الناتجة من قوة تتبع قانون هوك ذلك بأيجاد الشغل اللازم لسحب الجسيم من النقطة $x = 0$ الى $x = x$ ، ضد تأثير القوة . اي

$$V(x) = -\int_0^x F(x)\,dx = k\int_0^x x\,dx = \tfrac{1}{2}kx^2 \qquad (٥-٣٩)$$

الشكل (٥-٧) يوضح هذه الدالة . اذا كانت طاقة المتذبذب تساوي E فان الجسيم يتحرك ذهابا وايابا بين $x = -A$ و $x = +A$ ، حيث ان A تحدد بالعلاقة $E = \frac{1}{2}kA^2$

من دون أن نقوم بأجراء حسابات دقيقة ، نستطيع أن نتنبأ بوجود ثلاثة فروقات ناشئة من الصفة الكمية ، بالمقارنة مع النتائج الكلاسيكية . أولاً ، ليس هناك قيم مستمرة للطاقة يمتلكها النظام ، بل ان هناك قيماً معينة للطاقة منفصل بعضها عن بعض ثانياً ،



(الشكل (٥ – ٧) الطاقة الكامنة لمتذبذب توافقي بسيط تتناسب مع x^2 ، حيث x هي الازاحة عن نقطة التوازن . سعة الحركة A تتحدد بالطاقة الكلية E للمتذبذب .

ان الطاقة الدنيا لاتساوي صفراً ، بل لها قيمة معينة E_0 . وثالثاً ، هناك احتمالية معيّنة للجسيم بأن يبتعد عن موضع التوازن خارج الحدود $x = A$ و $x = -A$

ان نتائج الحسابات الدقيقة تتفق مع هذه التوقعات ومستويات الطاقة لمتذبذب توافقي بسيط تردده الكلاسيكي ν (المعادلة ٥ – ٢٨) هي :

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right)h\nu \qquad n = 0, 1, 2, \ldots \qquad (٥-٤٠)$$

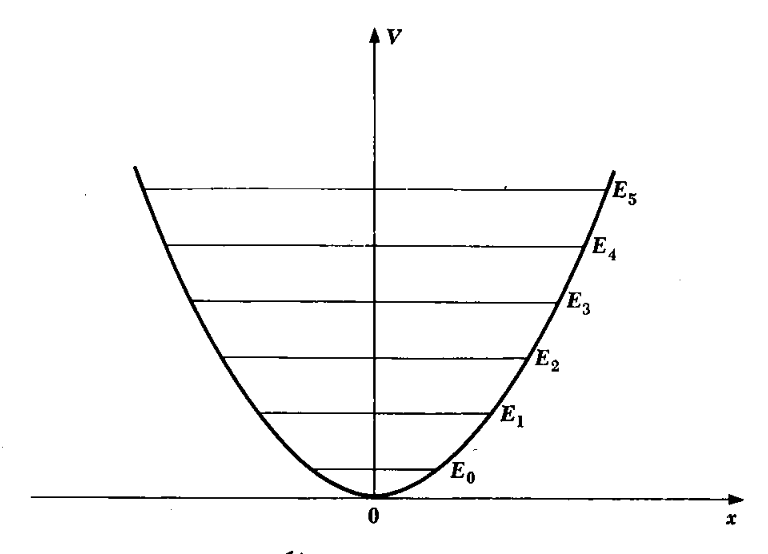
وعليه فإن مستويات طاقة متذبذب توافقي بسيط تكون مكمّمة quantized بفواصل $h\nu$. ففي هذه المسألة ، تكون مستويات الطاقة منفصل بعضها عن بعض بقيم ثابتة (الشكل ٥–٨) ، وذلك عكس ماهوالحال لجسيم محصور في صندوق حيث انّ الفواصل بين مستويات طاقته تزداد تدريجياً . نلاحظ عندما $n = 0$ أن

$$E_0 = ½h\nu \qquad (٥-٤١)$$

هذه الطاقة تمثل أقلّ قيمة يمتلكها المتذبذب وتدعى بطاقة الصفر المطلق zero-point energy ذلك لأن متذبذباً في حالةتوازناً حراري مع محيطه يأخذ طاقة $E = E_0$ بدلاً من $E = 0$ عندما تقترب درجة الحرارة من الصفر المطلق 0 K الشكل (٥ – ٩) يوضح الدالات الموجبّة لمتذبذب توافقي بسيط التابعات لمستويات

الطاقة الست الأولى . والشكل يوضح لكل حالة مدى حركة المتذبذبات الكلاسيكية ذات نفس الطاقات E_n . نلاحظ أن الجسيم يستطيع أن يتوغل الى مسافات غير مسموحة كلاسيكيا.

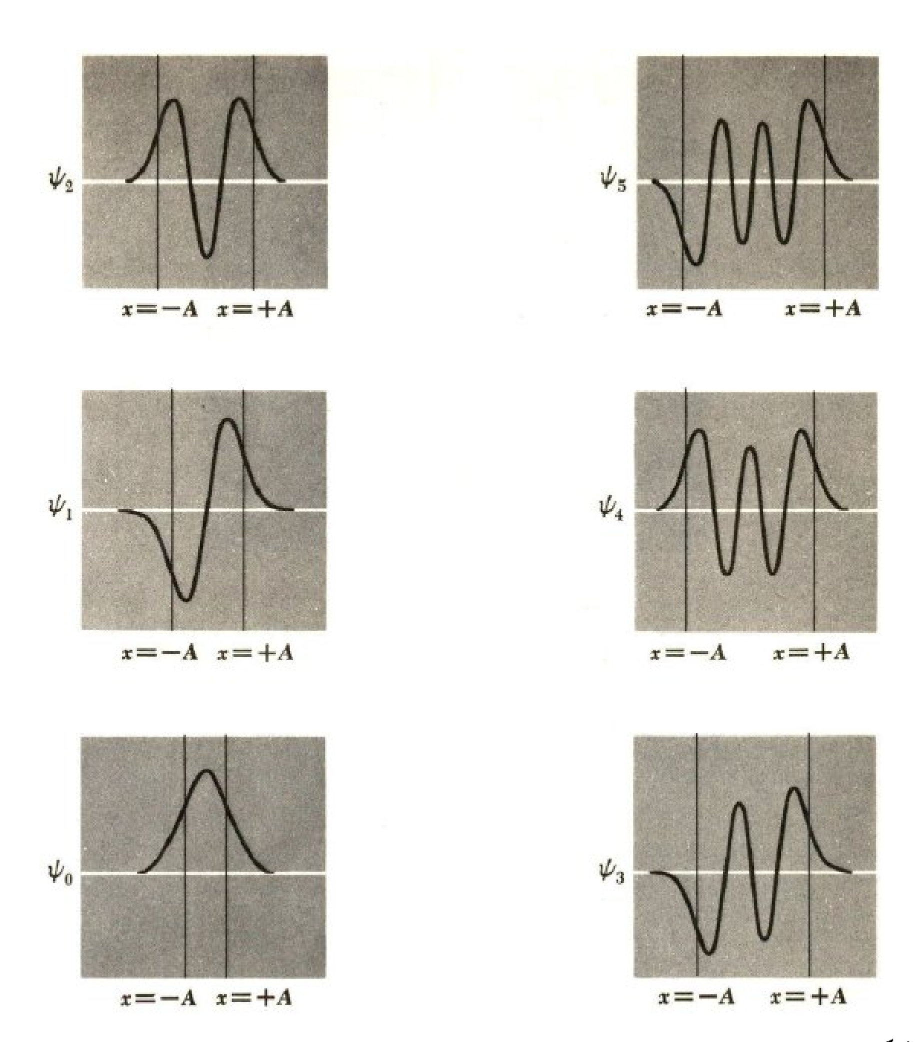
أو بعبارة أخرى ، يستطيع أن يبتعد عن نقطة التوازن بمسافة تزيد عن السعة A، المتحددة كلاسيكيا بقيمة الطاقة E_n، . لكن باحتمالية تقل أسيّا ، كما هو الحال لجسيم في صندوق ذي جدران غير صلبة .



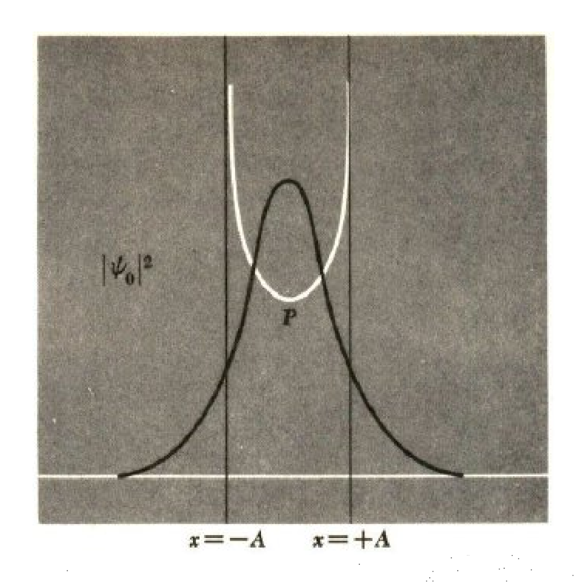
(الشكل ٥ – ٨) مستويات الطاقة لمتذبذب توافقي بسيط حسب النظرية الكمية .

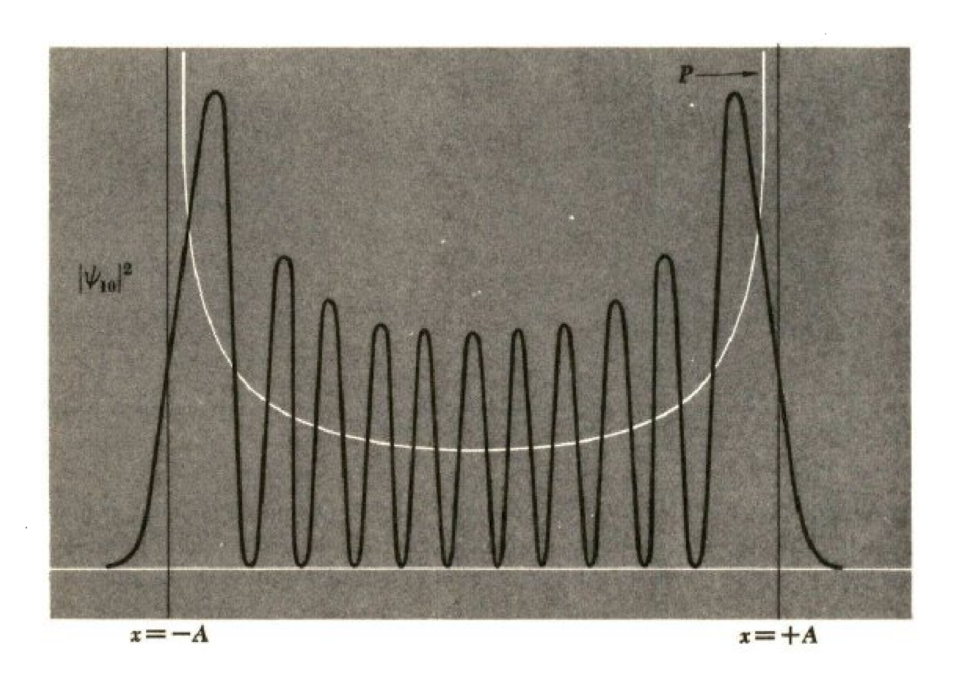
من المفيد أن نقارن بين كثافات الاحتمالية لمتذبذب توافقي بسيط كمي يمتلك نفس الطاقة . والمنحني الأعلى في الشكل (٥ – ١٠) يوضح هذه الكثافة للمتذبذب الكلاسيكي : نلاحظ ان عندما تكون n عالية فإن،

كثافة الاحتمالية الكلاسيكية لوجود الجسيم تأخذ قيماً عظمى عند نهايتي الحركة . حيث تكون سرعة الجسيم بطيئة . في حين تأخذ هذه الاحتمالية قيمة دنيا قرب مركز التوازن حيث الجسيم يتحرك بسرعة عالية نسبيا عند هذه النقطة . ويظهر عكس هذا التصرف تماماً عند الحالة $n = 0$ للمتذبذب الكمي . حيث نلاحظ من الشكل أن لهذه الحالة كثافة الاحتمالية ψ_0^2 لها قيمة عظمى عند $x = 0$ وتقل تدريجياً في كلا الجهتين . هذا التناقص يقل أكثر فأكثر كلمّا زادت قيمة n . الرسم الاسفل في الشكل (٥ – ١٠) يبينّ تغيّر كثافة الاحتمالية للحالة $n = 10$. ونلاحظ



الشكل (٥ – ٩) الدالات الموجية الستة الاولى لمتذبذب توافقي بسيط . الخطوط العمودية تبين الغايات $A-$ و $A+$ التي يتحرك بينها متذبذب كلاسيكي بنفس الطاقات .





(٥-١٠) كثافة الاحتمالية لمتذبذب توافقي بسيط كمي في الحالة $n = 0$ و $n = 10$ كثافة الاحتمالية الكلاسيكية لكل حالة مبينة بالمنحني الأبيض .

في الرسم ان معدل ψ_{10}^2 خلال مسافات صغيرة نسبياً يمثل تقريباً التوزيع الكلاسيكي للاحتمالية . هذا التقارب يشكل مثالاً آخر لمبدأ التقابل correspondence principle (البند ٤-١١) ، وهو أنه عندما يكون العدد الكمي كبيرا تعطينا الفيزياء الكميّة نفس نتائج الفيزياء الكلاسيكية .

الا أنّ من الممكن أن يكون هناك الاعتراض التالي : على الرغم من أن معدل $|\psi_{10}|^2$ (الموضّح أعلاه) يتفق مع التوزيع الكلاسيكي للاحتمالية ، فإن $|\psi_{10}|^2$ نفسها تتذبذب بسرعة من موقع لآخر في حين P لاتتغير . هذا الأعتراض يكون ذا معنى اذا أمكن مشاهدة التغيرات الكمية تجريبياً . لكن كلما صغرت المسافة بين ذُرا الاحتمالية ، زاد تأثير مبدأ عدم التحديد في مشاهدتها ، بحيث تؤدي عملية مشاهدة هذه التغيرات الدقيقة الى تشويه حالة المتذبذب . انَّ الحاشيتين الاسيتين لـ $|\psi_{10}|^2$ خارج الحدود $x = \pm A$ تتقلصان بسرعة بزيادة n . ولذلك فالصورة الكميّة والكلاسيكية تقترب بعضها من بعض أكثر فأكثر كلما زاد العدد الكمي n ، وبصورة منسجمة مع مبدأ التقابل في الحالة التي تكون فيها n صغيرة تختلف النتائج الكمية والكلاسيكية تماما بعضهما عن البعض .

* ٥ - ١٠ المتذبذب التوافقي البسيط : حل معادلة شرودينكر

THE HARMONIC OSCILLATOR: SOLUTION OF SCHRÖDINGER'S EQUATION

نبرهن في هذا البند على الاستنتاجات السابقة بصورة دقيقة . ان معادلة شرودينكر لمتذبذب توافقي بسيط (حيث $V = \frac{1}{2}kx^2$) هي

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2}\left(E - \frac{1}{2}kx^2\right)\psi = 0 \qquad (٤٢-٥)$$

ومن المناسب أن نبسط المعادلة (٥-٤٢) بإدخال الكميات العديمة الوحدات :

$$y = \left(\frac{1}{\hbar}\sqrt{km}\right)^{1/2} x = \sqrt{\frac{2\pi m\nu}{\hbar}}\, x \qquad (٤٣-٥)$$

و

$$\alpha = \frac{2E}{\hbar}\sqrt{\frac{m}{k}} = \frac{2E}{h\nu} \qquad (٤٤-٥)$$

حيث ν التردد الكلاسيكي للذبذبة في المعادلة (٥ – ٣٨) . هذه الكميات العديمة الوحدات تعوض عن x و E التي وحداتها المتر والجول . على التوالي . وبدلالة الكميات الجديدة تأخذ معادلة شرودينكر الشكل الآتي :

$$\frac{d^2\psi}{dy^2} + (\alpha - y^2)\psi = 0 \qquad (٥ - ٤٥)$$

نبدأ حل المعادلة (٥–٤٥) بايجاد الصيغة المحاذية asymptotic لـ ψ عندما $y \to \pm\infty$. ان أي دالة موجة تصف جسيما موجودا في حيز أبعاده محدودة . يجب أن تقترب من الصفر عندما $y \to \pm\infty$. حيث عند ذلك تكون $\int_{-\infty}^{\infty} |\psi|^2 \, dy$ يساوي كمية محدودة . وعليه دعنا نعيد كتابة المعادلة (٥ – ٤٥) على الوجه التالي

$$\frac{d^2\psi}{dy^2} - (y^2 - \alpha)\psi = 0$$

$$\frac{d^2\psi}{dy^2} = (y^2 - \alpha)\psi$$

$$\frac{\frac{d^2\psi}{dy^2}}{(y^2 - \alpha)\psi} = 1$$

عندما $y \to \infty$. يكون $y^2 \gg \alpha$ وعليه

$$\lim_{y \to \infty} \frac{d^2\psi/dy^2}{y^2\psi} = 1 \qquad (٥ - ٤٦)$$

الدالة ψ_∞ التي تحقق المعادلة (٥ – ٤٦) هي

$$\psi_\infty = e^{-y^2/2} \qquad (٥ - ٤٧)$$

اذ أن :

$$\lim_{y\to\infty} \frac{d^2\psi_\infty}{dy^2} = \lim_{y\to\infty} (y^2 - 1)e^{-y^2/2} = y^2 e^{-y^2/2}$$

والمعادلة (٥ – ٤٧) تمثل الصيغة المحاذية لدالة الموجة ψ .

والآن نستطيع كتابة ψ بالصيغة

$$\psi = f(y)\psi_\infty = f(y)e^{-y^2/2} \qquad (٥ - ٤٨)$$

حيث $f(y)$ هي دالة لـ y يجب حسابها . فبالتعويض عن ψ من المعادلة (٥–٤٨) في المعادلة (٥ – ٤٥) نجد

$$\frac{d^2f}{dy^2} - 2y\frac{df}{dy} + (\alpha - 1)f = 0 \qquad (٥ - ٤٩)$$

هذه المعادلة تمثل المعادلة التفاضلية لـ f .

انَّ الطريقة العامة لحل مثل هذه المعادلات هو أن نفرض أن $f(y)$ يمكن كتابتها على شكل سلسلة لقوى y

$$f(y) = A_0 + A_1 y + A_2 y^2 + A_3 y^3 + \cdots$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} A_n y^n \qquad (٥ - ٥٠)$$

ثم نجد المعاملات A_n . بتفاضل f ينتج :

$$\frac{df}{dy} = A_1 + 2A_2 y + 3A_3 y^2 + \cdots$$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} nA_n y^{n-1}$$

والآن نضرب هذه المعادلة بـ y لنحصل :

$$y\frac{df}{dy} = A_1 y + 2A_2 y^2 + 3A_3 y^3 + \cdots$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} nA_n y^n \qquad (٥ - ٥١)$$

والتفاضل الثاني لـ f بالنسبة لـ y هو :

$$\frac{d^2f}{dy^2} = 1 \cdot 2A_2 + 2 \cdot 3A_3 y + 3 \cdot 4A_4 y^2 + \cdots$$

$$= \sum_{n=2}^{\infty} n(n - 1)A_n y^{n-2}$$

أو

$$\frac{d^2f}{dy^2} = \sum_{n=0}^{\infty} (n + 2)(n + 1)A_{n+2} y^n \qquad (٥ - ٥٢)$$

(ويمكن التأكد من صحة الصيغة الأخيرة بحساب بعض الحدود الأولى في هذه المعادلة ومقارنتها لصيغتها الأولى) . والآن نعوض المعادلات (٥-٥٠) الى (٥-٥٢) في المعادلة (٥ - ٤٩) حيث نحصل :

$$\sum_{n=0}^{\infty} [(n + 2)(n + 1)A_{n+2} - (2n + 1 - \alpha)A_n]y^n = 0 \qquad (٥ - ٥٣)$$

ولكي تكون هذه المعادلة صحيحة لجميع قيم y ، فان الكمية داخل القوس الكبير يجب أن تساوي صفرا لكل قيم n . وعليه نجد :

$$(n + 2)(n + 1)A_{n+2} = (2n + 1 - \alpha)A_n$$

ومنها

$$A_{n+2} = \frac{2n+1-\alpha}{(n+2)(n+1)} A_n \qquad (٥ - ٥٤)$$

وهذه المعادلة تساعدنا على حساب A_0، A_1، A_2، A_3، A_4، . .

ولما كانت المعادلة (٥-٤٩) هي معادلة تفاضلية من الدرجة الثانية ، ولذلك فهناك ثابتان اختياريان arbitrary constants وهذان يتمثلان بـ A_0 و A_1 . فمن A_0 نجد بصورة متوالية A_2 . A_4 A_6 . . على حين نجد من A_1 بصورة متوالية A_3 ، A_5 ، A_7 . . . والآن من الضروري أن ندرس تصرف الدالة :

$$\psi = f(y)e^{-y^2/2}$$

عندما $y \to \infty$. تكون دالة الموجة ذات معنى فيزياوي فقط في حالة أن $\psi \to 0$ عندما $y \to \infty$ لما كانت $f(y)$ مضروبة بـ $e^{-y^2/2}$ ، نجد أن ψ ستحقق هذا الشرط في حالة

$$\lim_{y\to\infty} f(y) < e^{y^2/2}$$

(وكما سنلاحظ أنه ليس من الضروري أن نحدد مقدار صغر $f(y)$ بالنسبة لـ $e^{y^2/2}$ ، عند الغاية $y \to \infty$) .

وهناك طريقة مناسبة لمقارنة القيمة المحاذية لـ $f(y)$ مع $e^{y^2/2}$ هي أن نكتب الكمية الأخيرة على شكل سلسلة لقوى y ، وندرس نسبة معاملات الحدود المختلفة لكل من السلسلتين $f(y)$ و $e^{y^2/2}$ عندما $n \to \infty$. فمن المعادلة (٥ - ٥٤) نجد

$$\lim_{n\to\infty} \frac{A_{n+2}}{A_n} = \frac{2}{n}$$

ولما كان

$$e^z = 1 + z + \frac{z^2}{2!} + \frac{z^3}{3!} + \cdots$$

لذلك فان

$$e^{y^2/2} = 1 + \frac{y^2}{2} + \frac{y^4}{2^2 \cdot 2!} + \frac{y^6}{2^3 \cdot 3!} + \cdots$$

$$= \sum_{n=0,2,4,\ldots}^{\infty} \frac{1}{2^{n/2}\left(\frac{n}{2}\right)!} y^n$$

$$= \sum_{n=0,2,4,\ldots}^{\infty} B_n y^n$$

في هذه المعادلة ، تكون النسبة بين معاملات y^n المتعاقبة هي :

$$\frac{B_{n+2}}{B_n} = \frac{2^{n/2}\left(\frac{n}{2}\right)!}{2^{(n+2)/2}\left(\frac{n+2}{2}\right)!} = \frac{2^{n/2}\left(\frac{n}{2}\right)!}{2\cdot 2^{n/2}\left(\frac{n}{2}+1\right)\left(\frac{n}{2}\right)!}$$

$$= \frac{1}{2\left(\frac{n}{2}+1\right)} = \frac{1}{n+2}$$

وعند الغاية $n \to \infty$ تصبح هذه النسبة :

$$\lim_{n\to\infty} \frac{B_{n+2}}{B_n} = \frac{1}{n}$$

وعلى هذا فنسبة المعاملات المتعاقبة في سلسلة $f(y)$ ، تقل بصورة أبطأ مما هي عليه لسلسلة $e^{y^2/2}$ وهذا يعني أن $f(y)e^{-y^2/2}$ لا تساوي صفرا عندما $y \to \infty$.

ان هناك وسيلة بسيطة للتغلب على هذه المشكلة . فلوكانت سلسلة $f(y)$ تنتهي عند قيمة معينة لـ n (أي أن جميع المعاملات A_n تساوي صفراً لجميع قيم n أكبر من قيمة معينة) ، فإن ψ تقترب من الصفر عندما $y \to \infty$ ، ذلك بسبب وجود المعامل $e^{-y^2/2}$. أو بعبارة أخرى : $f(y)$ تكون مقبولة اذا تضمنت سلسلتها عدداً محدوداً من الحدود.فمن المعادلة :

$$A_{n+2} = \frac{2n+1-\alpha}{(n+2)(n+1)} A_n$$

يتضح أنه اذا كان

$$\alpha = 2n + 1 \qquad (٥ - ٥٥)$$

لقيمة معينة لـ n ، فإن $A_{n+2} = A_{n+4} = A_{n+6} = \cdots = 0$ ، وهذا هو مانحتاج تحقيقه . المعادلة (٥ - ٥٥) تؤدي الى متوالية واحدة مقبولة للمعاملات A_n . أما متوالية ذات عدد n زوجي مبتدأة بـ A_0 ، أو المتوالية ذات عدد n فردي مبتدأة بـ A_1 . فإذاكان n عدداً زوجياً ، يجب أن تكون $A_1 = 0$ وبذلك فقط القوى الزوجية y تظهر في $f(y)$ بينما اذا كان n عدداً فردياً ، فأنه يجب $A_0 = 0$ فقط القوى الفردية y تظهر في $f(y)$. وفي نهاية هذا البند نجد المتعددة الحدود (polynomial) ($f(y)$) لقيم مختلفة لـ n .

والشرط $\alpha = 2n + 1$ هو ضروري وبنفس الوقت كاف لتحقيق الشروط المختلفة لدالّة الموجة ψ . التي تحقق المعادلة (٥-٤٥) . ومن تعريف α في المعادلة (٥-٤٤) نجد

$$\alpha_n = \frac{2E}{h\nu} = 2n + 1$$

أو

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right)h\nu \qquad n = 0, 1, 2, \ldots$$

وهذه هي نفس العلاقة التي وردت في المعادلة (٥-٤٠) في البند السابق .

لكل α_n هناك دالة موجية ψ_n مختلفة . وكل من ψ_n تتألف من معامل متعدد الحدود $H_n(y)$ (يدعي بمتعدد حدود هرمت *Hermite polynomial*) ذي قوى فردية فقط أو زوجية فقط لـ y . ومعامل أسي $e^{-y^2/2}$. ومعامل ثابت لتقويم ψ_n بحيث أن :

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\psi_n|^2 \, dy = 1 \qquad n = 0, 1, 2, \ldots$$

وتكون الصيغة العامة لـ ψ_n المقومة هي :

$$\psi_n = \left(\frac{2m\nu}{\hbar}\right)^{1/4} (2^n n!)^{-1/2} H_n(y) e^{-y^2/2} \qquad (٥ - ٥٧)$$

الجدول (٥-١) يوضح اول ستة متعددات حدود هرمت . الدالات الموجية ψ_n التابعة لهذه المتعددات الحدود موضحة في الشكلين (٥-٩) و ٥-١٠) في البند السابق .

n	$H_n(y)$	α_n	E_n
0	1	1	$\frac{1}{2}h\nu$
1	$2y$	3	$\frac{3}{2}h\nu$
2	$4y^2 - 2$	5	$\frac{5}{2}h\nu$
3	$8y^3 - 12y$	7	$\frac{7}{2}h\nu$
4	$16y^4 - 48y^2 + 12$	9	$\frac{9}{2}h\nu$
5	$32y^5 - 160y^3 + 120y$	11	$\frac{11}{2}h\nu$

الجدول (٥ - ١) بعض متعددات حدود هرمت

تمرينـــــات

١ . اثبت ان جميع حلول المعادلة الموجية

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

تحقق الصيغة العامة $y = F(t \pm x/v)$ المذكورة في البند (٥ - ٢) .

٢ . اذا كان $\Psi_1(x,t)$ و $\Psi_2(x,t)$ حلاّن لمعادلة شرودينكر التابعة لجهد معين ، اثبت ان التركيب الخطي linear combination :

$$\Psi = a_1\Psi_1 + a_2\Psi_2$$

هو ايضا حل لنفس المعادلة ، حيث a_1 و a_2 ثابتان اختياريان . هذه النتيجة تتفق مع المشاهدات العملية لحالة تداخل موجات ديبرولي ، على وجه المثال ، في تجربة دافسون Davisson وجيرمر Germer التي ناقشناها في الفصل الثالث .

٣ . جد اوطأ مستوى طاقة لنيوترون محصور في صندوق عرضه 10^{-14} m . (هذا العرض هو بحدود قطر النوى الذرية) .

٤ . بناء على مبدأ التقابل يجب ان تتفق النتائج الكمية مع النتائج الكلاسيكية عندما تكون الاعداد الكمية كبيرة جدا . اثبت انه عندما $n \to \infty$ فان احتمالية وجود جسيم محصور في صندوق بين x و $x + dx$. لا تعتمد على قيمة x . هذه النتيجة تنسجم مع التوقعات الكلاسيكية .

٥ . جد طاقة الصفر المطلق zero-point energy مقدرة بالالكترون - فولت ، لبندول دورته period ثانية واحدة .

٦ . صفة مهمة للدالات الموجية المسموحة eigenfunctions لنظام . هي انها متعامدة بعضها على بعض . اي

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi_n \psi_m \, dV = 0 \qquad n \neq m$$

اثبت هذه النتيجة للدالات الموجية المسموحة لجسيم محصور في صندوق ذي بعد واحد.
(ملاحظة ، استخدم العلاقة $\sin\theta = (e^{i\theta} - e^{-i\theta})/2i$.

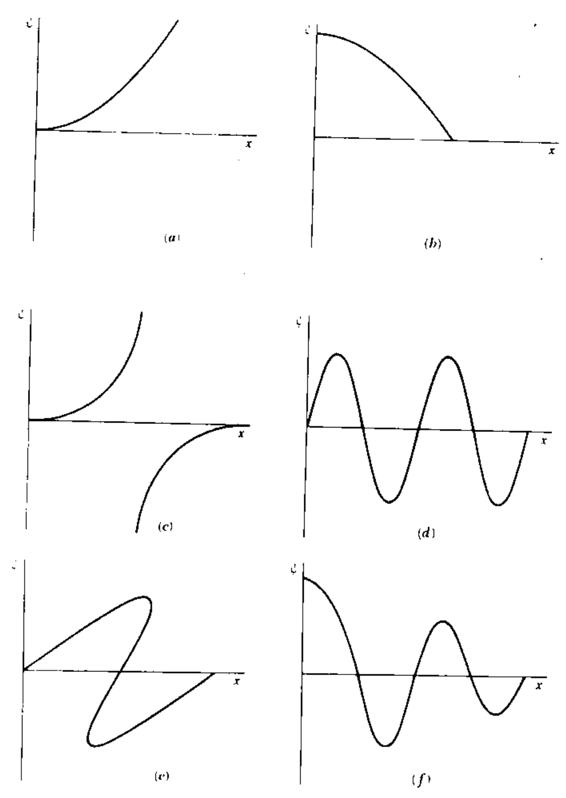
٧ . اثبت لحالة $n = 0$ ان معدل الطاقة الحركية $\langle T \rangle$ ومعدل الطاقة الكامنة $\langle V \rangle$ لمتذبذب توافقي بسيط يحققان العلاقة $\langle T \rangle = \langle V \rangle = E_0/2$
(الحقيقة هي ان هذه النتيجة تبقى صحيحة لجميع قيم n) . كيف تقارن هذه النتيجة مع القيم الكلاسيكية لـ T و V ؟

٨ . من الحقيقة ان $\alpha \geqslant 0$ (لأن $E \geqslant 0$) ، اثبت ان المعاملات A_n في المعادلة (٥-٥٠) تساوي صفرا عندما n تكون سالبة .

٩ . اثبت ان الدالات الموجية الثلاثة الاولى في المعادلة (٥-٥٧) هي حلول مقومة normalized لمعادلة شرودينكر لمتذبذب توافقي بسيط .

١٠ . بناء على الفيزياء الكلاسيكية ، تكون الطاقة الكلية لمتذبذب توافقي بسيط كتلته m ، تردده ν وسعته A ، هي $2\pi^2 A^2 \nu^2 m$. استخدم مبدأ عدم التحديد لاثبات ان الطاقة الدنيا لمتذبذب توافقي بسيط هي $h\nu/2$ ، وذلك على فرض ان $\Delta x = A$

١١ . اي من الدالات الموجية المبينة في الشكل (٥-١١) يمكن ان تكون ذات معنى فيزياوي ؟



شكل (٥-١١)

الفصل السادس

النظرية الكمية لذرة الهيدروجين

ان النظرية الـكمية للذرة ، التي تم تكوينها مباشرة بعد اكتشاف النظرية الـكمية نفسها ، تمثل نقطة تحول مهمة لفهم عالم الفيزياء . تساعدنا النظرية الذرية الحديثة على فهم التفاعلات الذرية ، وتكوين الجزيئات المستقرة ، وترتيب العناصر في الجدول الدوري ، وكذلك فهم الصفات الـكهربائية والمغناطيسية والميكانيكية للمواد الصلبة . وسوف ندرس جميع هذه المواضيع في فصول لاحقة ، وفي هذا الفصل سنركز الاهتمام على النظرية الـكمية لذرة الهيدروجين quantum theory of hydrogen atom ومقارنة نتائجها الرياضية مع الحقائق التجريبية .

٦-١ معادلة شرودينكر لذرة الهيدروجين

HRÖDINGER'S EQUATION FOR THE HYDROGEN ATOM

تتكون ذرة الهيدروجين من بروتون ذي شحنة $+e$ والـكترون ذي شحنة $-e$، والذي هو اخف من البروتون بـ 1,836مرة . للسهولة نفترض ان البروتون ثابت وان الالكترون يدور حوله متأثرا بالقوة الـكهربائية بين الجسيمين . والحقيقة هي انه — كما في حالة نظرية بور Bohr يمكننا ان نأخذ بنظر الاعتبار حركة البروتون ، وذلك بتعويض كتلة الالكترون m بالكتلة المصغرة m') . ان معادلة شرودينكر للالكترون في ثلاثة ابعاد هي

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial z^2} + \frac{2m}{\hbar^2}(E - V)\psi = 0 \qquad (٦-١)$$

في هذه المعادلة تمثل V الطاقة الـكامنة الالكتروستاتيكية

$$V = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \qquad (٦-٢)$$

لنظام متكون من شحنة $-e$ وشحنة $+e$ على مسافة r بينهما .

لما كانت V هي دالة لـ r وليست لـ x, y, z, . لذا لايمكن تعويض المعادلة (٦-٢) مباشرة في المعادلة (٦-١) . هناك طريقتان لتوحيد المتغيرات : اما ان نكتب V بدلالة الاحداثيات الديكارتية cartesian coordinate x, y, z ذلك بتعويض r بالمقدار $\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ او كتابة معادلة شرودينكر بدلالة الاحداثيات القطبية spherical polar coordinate r, θ, ϕ المبينة في الشكل (٦-١) . والطريقة الثانية اكثر ملائمة للمسألة التي هي تحت الدرس ، وذلك للتناظر الكروي الموجود ويمكن توضيح الاحداثيات القطبية r, θ, ϕ للنقطة P المبينة في الشكل (٦-١) على النحو التالي :

$r =$ طول الموجة الشعاعي radius vector من نقطة الاصل O الى النقطة P

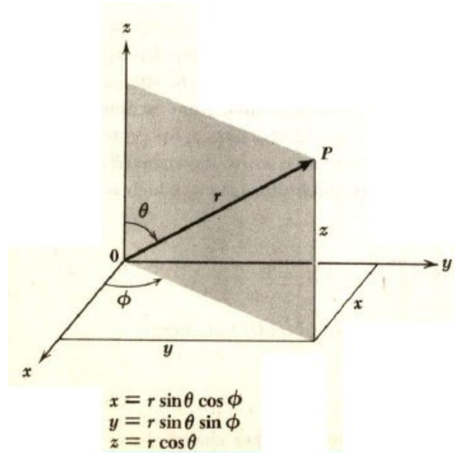
$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

$\theta =$ الزاوية بين الموجة الشعاعي والاتجاه $+z$. وتدعى بزاوية السمت zenith angle

$$\theta = \cos^{-1}\frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$$

$\phi =$ الزاوية المحصورة بين مسقط الموجة الشعاعي على المستوى xy والاتجاه $+x$ وتدعى بزاوية الزوال azimuth angle

$$\phi = \tan^{-1}\frac{y}{x}$$



الشكل (٦-١) الاحداثيات القطبية

لتوضيح هذه الاحداثيات نلاحظ ان خطوطا مرسومة على سطح كرة تابعة لقيم θ ثابتة تشبه خطوط العرض latitude للكرة الارضية . مع الفارق ان زاوية خط العرض تمثل $90 - \theta$ فمثلا . ان نقطة عند زاوية سمت $\theta = 90°$ تكون عند زاوية خط عرض $0°$) . في حين تشبه الخطوط المتمثلة بقيم ثابتة لزوايا الزوال ϕ . خطوط الطول longitude للكرة الارضية (في هذه الحالة يتفق التعريفان اذا حددنا محور الـكرة بالاتجاه $+z$. وجعلنا خط طول $\phi = 0°$ عند $x = 0$) .

وبأستخدام الاحداثيات القطبية تأخذ معادلة شرودينكر الصيغة التالية

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial\psi}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial\psi}{\partial\theta}\right)$$
$$+\frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2\psi}{\partial\phi^2}+\frac{2m}{\hbar^2}(E-V)\psi=0 \quad (٦-٣)$$

وبتعويض المعادلة (٦-٢) التي تعبرعن الطاقة الـكامنة V وضرب المعادلة بـ $r^2\sin^2\theta$ نحصل على :

$$\sin^2\theta\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial\psi}{\partial r}\right)+\sin\theta\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial\psi}{\partial\theta}\right)+\frac{\partial^2\psi}{\partial\phi^2}$$
$$+\frac{2mr^2\sin^2\theta}{\hbar^2}\left(\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}+E\right)\psi=0 \quad (٦-٤)$$

المعادلة (٦- ٤) هي معادلة تفاضلية جزئية partial differential equation لدالة الموجة ψ للالكترون في ذرة الهيدروجين . بعد تطبيق الشروط المبينة في الفصل الخامس على ψ (يجب ان تكون احادية القيمة في كل نقطة مثلا) . نجد ان المعادلة (٦-٤) تحدد سلوك الالكترون في ذرة الهيدروجين .

بحل المعادلة (٦-٤) تنتج ثلاثة اعداد كمية لوصف حالة الالكترون في ذرة الهيدروجين ، بدلا من عدد كمي واحد كما في نظرية بور . (في الفصل القادم سوف نجد عددا كميا ، لوصف برم الالكترون electron spin) . في حالة نظرية بور تكون حركة الالكترون بصورة اساسية في بعد واحد . اذ ان زاوية الزوال ϕ هي المتغير الوحيد في حركة الالكترون . هذه الحركة تتطلب عددا كميا واحدا لوصف حالة الالكترون — كما هي الحال لجسيم محصور في صندوق ذي بعد واحد .

ان جسيما في صندوق ذي ثلاثة ابعاد يتطلب ثلاثة اعداد كمية لوصف حالته . ذلك ان دالة الموجة ψ يجب ان تساوي في هذا الحال صفرا عند ازواج جدران الصندوق الثلاثة المتقابلة . تتحدد حركة الالكترون في ذرة الهيدروجين بالمجال الـكهربائي للنواة . الذي

الالكترون في ذرة الهيدروجين في ثلاثة ابعاد وعليه نتوقع ايضا ان تكون هناك ثلاثة اعداد كمية تصف حالة الالكترون .

الاعداد الكمية الثلاثة مع قيمها المسموحة التي تنتج من حل المعادلة (٦-٤)هي الآتي:

العدد الكمي الاساس — Principal quantum number $= n = 1, 2, 3, \ldots$

العدد الكمي المداري — Orbital quantum number $= l = 0, 1, 2, \ldots, n-1$

العدد الكمي المغناطيسي — Magnetic quantum number $= m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots, \pm l$

والعدد الكمي الاساس n يحدد الطاقة الكلية للالكترون ، وهو يمثل العدد الكمي n في نظرية بور . والعدد الكمي المداري l يحدد قيمة الزخم الزاوي للالكترون حول النواة . في حين يحدد العدد الكمي المغناطيسي m_l مركبة الزخم الزوي بالاتجاه z .

٦-٢ فصل المتغيرات

SEPARATION OF VARIABLES

ان كتابة معادلة شرودينكر لذرة الهيدروجين بدلالة الاحداثيات القطبية تساعدنا على فصل هذه المعادلة التفاضلية الجزئية الى ثلاثة معادلات ، كل منها بمتغير واحد . والطريقة هي ان نكتب دالة الموجة $\psi(r, \theta, \phi)$ على شكل حاصل ضرب ثلاث دالات : $R(r)$ تعتمد على r فقط ، و $\Theta(\theta)$ التي تعتمد على θ فقط ، و $\Phi(\phi)$ التي تعتمد على فقط . اي :

دالة موجة ذرة الهيدروجين
$$\psi(r, \theta, \phi) = R(r)\Theta(\theta)\Phi(\phi) \qquad (٦-٥)$$

ان الدالة $R(r)$ توضح تغير دالة الموجة ψ للالكترون بتغير الاحداثي النصف قطري مع بقاء θ و ϕ ثابتة ، والدالة $\Theta(\theta)$ توضح تغير ψ مع زاوية السمت θ مع بقاء r و ϕ ثابتة ، والدالة $\Phi(\phi)$ توضح تغير ψ مع زاوية الزوال ϕ مع بقاء r و θ ثابتة .

ومن المعادلة (٦- ٥) نجد :

$$\frac{\partial \psi}{\partial r} = \Theta\Phi\frac{\partial R}{\partial r}$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial \theta} = R\Phi\frac{\partial \Theta}{\partial \theta}$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial \phi^2} = R\Theta\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \phi^2}$$

عليه بتعويض $R\Theta\Phi$ محل ψ في معادلة شرودينكر لذرة الهيدروجين وتقسيم المعادلة على $R\Theta\Phi$ ، نجد :

$$\frac{\sin^2\theta}{R}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial R}{\partial r}\right)+\frac{\sin\theta}{\Theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial\Theta}{\partial\theta}\right)+\frac{1}{\Phi}\frac{\partial^2\Phi}{\partial\phi^2}+\frac{2mr^2\sin^2\theta}{\hbar^2}\left(\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}+E\right)=0 \qquad (٦-٦)$$

ان الحد الثالث في هذه المعادلة هو دالة للزاوية ϕ فقط ، في حين الحدود الاخرى هي دالات لـ r و θ فقط . يمكننا اعادة كتابة المعادلة (٦-٦) بالشكل .

$$\frac{\sin^2\theta}{R}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial R}{\partial r}\right)+\frac{\sin\theta}{\Theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial\Theta}{\partial\theta}\right)+\frac{2mr^2\sin^2\theta}{\hbar^2}\left(\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}+E\right)=-\frac{1}{\Phi}\frac{\partial^2\Phi}{\partial\phi^2} \qquad (٦-٧)$$

وهذه المعادلة يمكن ان تكون صحيحة فقط عندما يساوي طرفاه كمية ثابتة ، ذلك لان الطرفين هما دالتان لمتغيرات مختلفة . ومن المناسب ان نكتب الثابت المساوي لطرفي المعادلة بالصيغة m_l^2 . وعليه تكون المعادلة التفاضلية لـ Φ هي :

$$-\frac{1}{\Phi}\frac{d^2\Phi}{d\phi^2}=m_l^2 \qquad (٦-٨)$$

بتعويض m_l^2 بدلاً عن الطرف الايمن من المعادلة (٦-٧) وتقسيم حدود المعادلة الناتجة على $\sin^2\theta$ ، وثم اعادة ترتيب الحدود نحصل على :

$$\frac{1}{R}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial R}{\partial r}\right)+\frac{2mr^2}{\hbar^2}\left(\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}+E\right)=\frac{m_l^2}{\sin^2\theta}-\frac{1}{\Theta\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial\Theta}{\partial\theta}\right) \qquad (٦-٩)$$

ونلاحظ هنا أيضا أن طرفي المعادلة هما دالتان لمتغيرين مختلفين ، وعليه فان الطرفين يجب أن يساويا كمية ثابتة . ونرمز لهذا الثابت بـ $l(l+1)$ ، للاسباب ستوضح في البند التالي . لذا فالمعادلات التفاضلية لـ R و Θ تكون على التوالي .

$$\frac{1}{R}\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{dR}{dr}\right)+\frac{2mr^2}{\hbar^2}\left(\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}+E\right)=l(l+1) \qquad (٦-١٠)$$

$$\frac{m_l^2}{\sin^2\theta}-\frac{1}{\Theta\sin\theta}\frac{d}{d\theta}\left(\sin\theta\frac{d\Theta}{d\theta}\right)=l(l+1) \qquad (٦-١١)$$

من المناسب اعادة كتابة المعادلات (٦ – ٨) . (٦ – ١٠) و (٦ – ١١) بالصيغ التالية :

$$\frac{d^2\Phi}{d\phi^2} + m_l^2\Phi = 0 \qquad (٦ - ١٢)$$

$$\frac{1}{\sin\theta}\frac{d}{d\theta}\left(\sin\theta\frac{d\Theta}{d\theta}\right) + \left[l(l+1) - \frac{m_l^2}{\sin^2\theta}\right]\Theta = 0 \qquad (٦ - ١٣)$$

$$\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{dR}{dr}\right) + \left[\frac{2m}{\hbar^2}\left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} + E\right) - \frac{l(l+1)}{r^2}\right]R = 0 \qquad (٦ - ١٤)$$

وكل من هذه المعادلات هي معادلة تفاضلية اعتيادية ordinary differential equation في متغير واحد . وبذلك أستطعنا تبسيط معادلة شرودينكر لذرة الهيدروجين التي كانت معادلة تفاضلية جزئية لثلاث متغيرات . الى ثلاث معادلات تفاضلية أعتيادية كل منها ذات متغير واحد .

٦ – ٣ الأعداد الكمّية QUANTUM NUMBERS

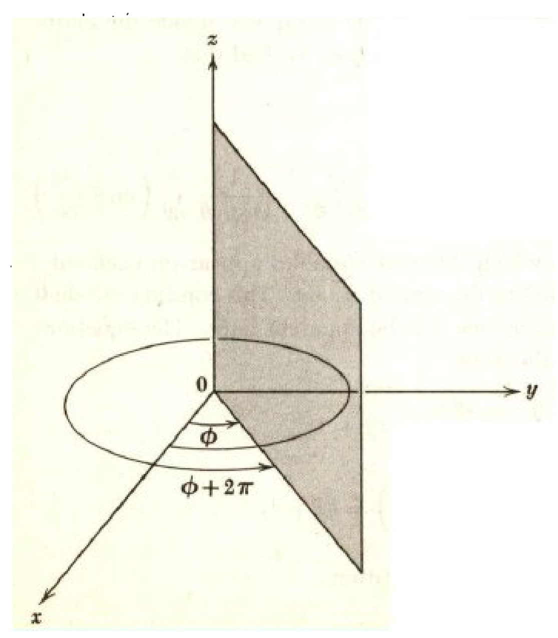
يمكننا بسهولة حل المعادلة (٦ – ١٢) . لنجد

$$\Phi(\phi) = Ae^{im_l\phi} \qquad (٦ - ١٥)$$

حيث A هو ثابت التكامل . لقد بينا سابقا أن أحد الشروط التي يجب أن تتحقق بالدالة الموجية ψ ، وبالتالي Φ لأنها جزء من ψ . هو أن هذه الدالات يجب أن تكـون أحادية القيمة عند كل نقطة في الفضاء . ومن الشكل (٦–٢) نلاحظ أن ϕ و $\phi + 2\pi$ تصفان نفس المستوى الزوالي meridian plane . وعليه يجب أن يكون لدينا

$$\Phi(\phi) = \Phi(\phi + 2\pi) \qquad Ae^{im_l\phi} = Ae^{im_l(\phi+2\pi)}$$

هذه المعادلة يمكن أن تكون صحيحة فقط عندما تساوي m_l صفرا أو عدداً صحيحا موجبا أو سالباً ($\pm1, \pm2, \pm3, \ldots$) . والثابت m_l يدعى بالعدد الكمّي المغناطيسي *magnetic quantum number* لذرة الهيدروجين .



الشكل (٦-٢) : الزاويتان ϕ و $\phi + 2\pi$ تعودان لنفس المستوى الزوالي

المعادلة (٦-١٣)لـ $\Theta(\theta)$ هي معقدة نوعا ما ، حيث أن حلولها تكون على شكل دالات متعددة الحدود ، تدعى بمرافقات دالات ليجاندرا *associated Legendre functions* والذي يهمنا هنا من هذه الحلول هو أنّها تتطلب قيم l تساوي أعدادا صحيحة أكبر أو تساوي $|m_l|$ (القيمة المطلقة لـ m_l) ، ويمكن كتابة هذا الشرط بالصيغة

$$m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots, \pm l$$

ويدعى الثابت l بالعدد الكمّي المداري *orbital quantum number*

انّ المعادلة الأخيرة (٦-١٤) للجزء القطري $R(r)$ لدالة موجة ذرة الهيدروجين هي أيضاً معقدة . وحل هذه المعادلة يكون على شكل دالات متعددة الحدود تدعى بمرافقات دالات لكر *associated Laguerre functions* . في هذه الحالة أيضاً ، المعادلة (٦-١٤) يكون لها حل ، وذلك فقط عندما تساوي E كميّة موجبة ،أو أحد القيم السالبة E_n (التي تمثّل طاقة الكترون مرتبط بالذرة) المتحددة بالعلاقة

the negative values En (signifying that the electron is bound to the atom)

$$E_n = -\frac{me^4}{32\pi^2\varepsilon_0{}^2\hbar^2}\left(\frac{1}{n^2}\right) \qquad (٦ - ١٦)$$

حيث n تمثل عددا موجبا صحيحا . ونلاحظ أن E_n في المعادلة (٦-١٦) تساوي تماما مستويات الطاقة التي حصلنا عليها من نظرية بور لذرة الهيدروجين . و شرط آخر يجب أن

يتحقق لحل المعادلة (٦-١٤)هو أن n ، الذي يدعى بالعدد الكمّي الأساسي principal quantum number، يجب أن يكون أكبر من $l + 1$ أو يساويه . أي أن

$$l = 0, 1, 2, \ldots, (n-1)$$

، لذا فالاعداد الكمية الثلاثة n ,l و m تاخذ القيم المسموحة الآتية :

العدد الكمي الاساسي	$n = 1, 2, 3, \ldots$	
العدد الكمي المداري	$l = 0, 1, 2, \ldots, (n-1)$	(٦ - ١٧)
العدد الكمي المغناطيسي	$m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots, \pm l$	

ومن المناسب أن نؤكد أن الأعداد الكميّة تظهر بصورة تلقائية من معادلة شرودينكر عند تطبيقها على حالة جسيمات محصورة في حيّز محدود .

ولكي نبيّن اعتماد R ، Θ و Φ على الأعداد الكميّة n ، l و m ، نكتب دالة موجة الالكترون بالشكل :

$$\psi = R_{nl}\Theta_{lm_l}\Phi_{m_l} \qquad (٦ - ١٨)$$

والجدول (٦-١)يوضح الدالات الموجية ψ مع اجزائها R و Θ و Φ التابعة لـ $n = 1, 2, 3$

٦ – ٤ العدد الكمّي الأساسي PRINCIPAL QUANTUM NUMBER

من المناسب أن نفسر الأعداد الكمية لذرة الهيدروجين على أساس الانموذج الكلاسيكي للذرة . هذا الانموذج ، كما بيناه في الفصل الرابع ، يشبه تماما النظام الشمسي . الا ان قوة التربيع العكسي التي تربط الالكترون بالنواة هي قوة الكتروستاتيكية بدلا من قوة نيوتن بين الاجسام . استنتج نيوتن كميتان محفوظتان من قوانين كيبلر Kepler' الثلاثة . هاتان الكميّتان هما الطاقة الكلية total energy ومتجه الزخم الزاوي angular momentum للكوكب .

وفق الميكانيك الكلاسيكي ، يمكن أن تأخذ الطاقة الكلية للكوكب أية قيمة ، ولكن بطبيعة الحال يجب أن تكون سالبة لكي يبقى الكوكب مرتبطا بالنظام الشمسي . انَّ طاقة الالكترون ، وفق النظرية الكميَّة لذرة الهيدروجين ، هي أيضاً ثابتة . لكن في الوقت الذي يمكن أن تأخذ هذه الطاقة أية قيمة موجبة ، فان قيمها السالبة تتحدد بالقانون

$$E_n = -\frac{me^4}{32\pi\varepsilon_0^2\hbar^2}\left(\frac{1}{n^2}\right) \qquad (٦ - ١٦)$$

والحقيقة هي أنه يمكن معالجة حركة الكواكب على أساس معادلة شرودينكر ، حيث نحصل بذلك على نفس صيغة المعادلة (٦-١٦) لمستويات طاقة الكوكب . لكن العدد الكمي n للكواكب كبير جداً ، بحيث لا يمكن التمييز بين مستويات طاقة الكوكب . لهذا السبب نجد أن النظرية الكلاسيكية وافية جداً لحركة الكواكب ، لكنها تفشل في وصف حركة الالكترونات في الذرات . انَّ العدد الكمي الأساسي n يصف لنا تكمّم طاقة الالكترون في ذرة الهيدروجين .

٦ - ٥ العدد الكمي المداري ORBITAL QUANTUM NUMBER

ان تفسير العدد الكمّي المداري هو أقل وضوحا . دعنا نتفحص المعادلة التفاضلية للدالة القطرية $R(r)$:

$$\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{dR}{dr}\right)+\left[\frac{2m}{\hbar^2}\left(\frac{e^2}{4\pi\varepsilon r}+E\right)-\frac{l(l+1)}{r^2}\right]R=0 \qquad (\text{٦ -- ١٤})$$

وهذه المعادلة تخص الحركة الشعاعية للالكترون ، أي حركة الالكترون نحو النواة أو بعيدا عنها . لكن هذه المعادلة تحوي الطاقة الكلية E للالكترون ، على حين تتضمن هذه الطاقة الطاقة الحركية المدارية التي يجب أن لاتؤثر على حركة الالكترون القطرية .

ويمكن ازالة هذا التناقض الظاهري حسب المناقشة الآتية : تتضمن الطاقة الحركية T للالكترون جزأين ، T_{radial} نتيجة الحركة الشعاعية و T_{orbital} نتيجة الحركة لدورانية حول النواة . والطاقة الكامنة V للالكترون هي الطاقة الالكتروستاتيكية .

$$V=-\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

ولذلك تكون الطاقة الكلية للالكترون هي :

$$E=T_{\text{radial}}+T_{\text{orbital}}+V$$

$$=T_{\text{radial}}+T_{\text{orbital}}-\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

وبتعويض هذه الصيغة عن قيمة E في المعادلة (٦-١٤) ثم اعادة ترتيب المعادلة ، نحصل على

$$\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{dR}{dr}\right)+\frac{2m}{\hbar^2}\left[T_{\text{radial}}+T_{\text{orbital}}-\frac{\hbar^2 l(l+1)}{2mr^2}\right]R=0 \qquad (\text{٦ - ١٩})$$

n	l	m_l	$\Phi(\phi)$	$\Theta(\theta)$	$R(r)$	$\psi(r,\theta,\phi)$
1	0	0	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{2}{a_0^{3/2}} e^{-r/a_0}$	$\frac{1}{\sqrt{\pi}\, a_0^{3/2}} e^{-r/a_0}$
2	0	0	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2\sqrt{2}\, a_0^{3/2}}\left(2-\frac{r}{a_0}\right)e^{-r/2a_0}$	$\frac{1}{4\sqrt{2\pi}\, a_0^{3/2}}\left(2-\frac{r}{a_0}\right)e^{-r/2a_0}$
2	1	0	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}}$	$\frac{\sqrt{6}}{2}\cos\theta$	$\frac{1}{2\sqrt{6}\, a_0^{3/2}}\frac{r}{a_0}e^{-r/2a_0}$	$\frac{1}{4\sqrt{2\pi}\, a_0^{3/2}}\frac{r}{a_0}e^{-r/2a_0}\cos\theta$
2	1	±1	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{\pm i\phi}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\theta$	$\frac{1}{2\sqrt{6}\, a_0^{3/2}}\frac{r}{a_0}e^{-r/2a_0}$	$\frac{1}{8\sqrt{\pi}\, a_0^{3/2}}\frac{r}{a_0}e^{-r/2a_0}\sin\theta\, e^{\pm i\phi}$
3	0	0	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{2}{81\sqrt{3}\, a_0^{3/2}}\left(27-18\frac{r}{a_0}+2\frac{r^2}{a_0^2}\right)e^{-r/3a_0}$	$\frac{1}{81\sqrt{3\pi}\, a_0^{3/2}}\left(27-18\frac{r}{a_0}+2\frac{r^2}{a_0^2}\right)e^{-r/3a_0}$
3	1	0	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}}$	$\frac{\sqrt{6}}{2}\cos\theta$	$\frac{4}{81\sqrt{6}\, a_0^{3/2}}\left(6-\frac{r}{a_0}\right)\frac{r}{a_0}e^{-r/3a_0}$	$\frac{\sqrt{2}}{81\sqrt{\pi}\, a_0^{3/2}}\left(6-\frac{r}{a_0}\right)\frac{r}{a_0}e^{-r/3a_0}\cos\theta$
3	1	±1	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{\pm i\phi}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\theta$	$\frac{4}{81\sqrt{6}\, a_0^{3/2}}\left(6-\frac{r}{a_0}\right)\frac{r}{a_0}e^{-r/3a_0}$	$\frac{1}{81\sqrt{\pi}\, a_0^{3/2}}\left(6-\frac{r}{a_0}\right)\frac{r}{a_0}e^{-r/3a_0}\sin\theta\, e^{\pm i\phi}$
3	2	0	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}}$	$\frac{\sqrt{10}}{4}(3\cos^2\theta-1)$	$\frac{4}{81\sqrt{30}\, a_0^{3/2}}\frac{r^2}{a_0^2}e^{-r/3a_0}$	$\frac{1}{81\sqrt{6\pi}\, a_0^{3/2}}\frac{r^2}{a_0^2}e^{-r/3a_0}(3\cos^2\theta-1)$
3	2	±1	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{\pm i\phi}$	$\frac{\sqrt{15}}{2}\sin\theta\cos\theta$	$\frac{4}{81\sqrt{30}\, a_0^{3/2}}\frac{r^2}{a_0^2}e^{-r/3a_0}$	$\frac{1}{81\sqrt{\pi}\, a_0^{3/2}}\frac{r^2}{a_0^2}e^{-r/3a_0}\sin\theta\cos\theta\, e^{\pm i\phi}$
3	2	±2	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{\pm 2i\phi}$	$\frac{\sqrt{15}}{4}\sin^2\theta$	$\frac{4}{81\sqrt{30}\, a_0^{3/2}}\frac{r^2}{a_0^2}e^{-r/3a_0}$	$\frac{1}{162\sqrt{\pi}\, a_0^{3/2}}\frac{r^2}{a_0^2}e^{-r/3a_0}\sin^2\theta\, e^{\pm 2i\phi}$

الجدول (٦–١) دالاّت الموجة المقومة لذرة الهيدروجين لـ $n = 1, 2, 3$. الكميّة $a_0 = \hbar^2/me^2 = 0.53$ Å وتساوي نصف قطر مدار بور الداخلي .

وعند تساوي الحدين الأخيرين في القوس الكبير في هذه المعادلة ، تأخذ المعادلة التفاضلية لـ $R(r)$ الصيغة المطلوبة ، وهي أن الدالة $R(r)$ تعتمد على حركة الالكترون القطرية فقط . ولذا من الضروري أن نفترض أن :

$$T_{\text{orbital}} = \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2mr^2} \qquad (٦ - ٢٠)$$

الطاقة الحركية الدورانية للالكترون هي

$$T_{\text{orbital}} = \tfrac{1}{2} m v^2_{\text{orbital}}$$

ولما كان الزخم الزاوي L للالكترون هو :

$$L = m v_{\text{orbital}} r$$

$$T_{\text{orbital}} = \frac{L^2}{2mr^2}$$

وبذلك نجد من المعادلة (٦ − ٢٠) أن :

$$\frac{L^2}{2mr^2} = \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2mr^2}$$

أو

الزخم الزاوي للالكترون $L = \sqrt{l(l+1)}\,\hbar$ (٦ − ٢١)

نستطيع تفسير هذه النتيجة بالشكل التالي : لما كان العدد الكمي المداري l للالكترون محدداً بالقيم :

$$l = 0, 1, 2, \ldots, (n-1)$$

فيمكن للالكترون أن يمتلك زخماً زاويا محدداً بالمعادلة (٦−٢١) فقط . ومثلما تكون الطاقة E محفوظة ومكممة نجد ان الزخم الزاوي هو ايضاً محفوظ *conserved* ومكمم *quantized* ومن المعادلة (٦ − ٢١) نجد ان

$$\hbar = h/2\pi = 1.054 \times 10^{-34}\ \text{J-s}$$

هي وحدة طبيعية للزخم الزاوي .

انّ العدد الكمي المداري لحركة الكواكب كبير جداً ، بحيث لايمكن تكمم زخمها الزاوي . فمثلا ، الكترون أو اي جسم عدده الكمي المداري 2 له زخم زاوي

$$\begin{aligned} L &= \sqrt{2(2+1)}\,\hbar \\ &= \sqrt{6}\,\hbar \\ &= 2.6 \times 10^{-34}\ \text{J-s} \end{aligned}$$

في حين أن الزخم الزاوي للارض حول الشمس هو 2.7×10^{40} J-s! ، وهذا يعود الى عدد كمي مداري كبير جداً .

من الشائع تمييز الحالات المدارية بواسطة حروف ، حيث s ترمز الى الحالة المدارية $l = 0$ ، و p ترمز للحالة المدارية $l = 1$ ، .... وهكذا على النحو التالي .

	$l = 0$	1	2	3	4	5	6...
حالات الزخم الزاوي	s	p	d	f	g	h	i...

ان اساس هذه الرموز الغريبة ، هو التصنيف التجريبي للاطياف الى سلاسل تدعى حادة sharp اساس principal ، ومنتشرة diffuse ، ورئيسية fundamental للرموز الاربعة الاولى ، على التوالي ؛ فكل رمز يمثّل الحرف الاول من التسمية الانكليزية لهذه السلاسل . اما الرموز الاخرى g، h، i ... هي استمرار الحروف الابجدية اللاتينية بعد الحرف f فالزخم الزاوي للحالة s يساوي صفراً وللحالة p يساوي $\sqrt{2}\hbar$ وهكذا .

ان استخدام العدد الكمي الاساس مع الرمز الذي يمثل الزخم الزاوي يكوّن صيغة مناسبة لوصف الحالات الذرية . في هذه الصيغة ، مثلا ، الحالة $n = 2$ و $l = 0$ تاخذ الرمز $2s$. في حين تاخذ الحالة $n = 4$ و $l = 2$ الرمز $4d$. والجدول (٦-٢) يوضح تسميات الحالات الذرية للهيدروجين لغاية $n = 6$ و $l = 5$.

	s $l = 0$	p $l = 1$	d $l = 2$	f $l = 3$	g $l = 4$	h $l = 5$
$n = 1$	$1s$					
$n = 2$	$2s$	$2p$				
$n = 3$	$3s$	$3p$	$3d$			
$n = 4$	$4s$	$4p$	$4d$	$4f$		
$n = 5$	$5s$	$5p$	$5d$	$5f$	$5g$	
$n = 6$	$6s$	$6p$	$6d$	$6f$	$6g$	$6h$

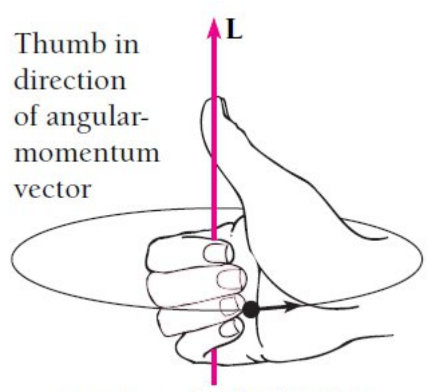
الجدول (٦-٢) تسميات حالات ذرة الهيدروجين

٦ – العدد الكمّي المغناطيسي MAGNETIC QUANTUM NUMBER

العدد الكميّ المداري يحددّ قيمة الزخم الزاوي للالكترون . لكن الزخم الزاوي ، كالزخم الخطي ، كمية متجه vector quantity ، ولذلك يتطلب تحديد قيمته واتجاهه (نتذكر أن المتجه L هو عمود على مستوى الحركة الدورانية ، حيث انّ اتجاهه يتحدد بقاعدة اليد اليمنى : حيث لو جعلنا أصابع اليد اليمنى الاربع تلتف باتجاه الحركة الدورانية ، فان الابهام يشير الى اتجاه L (لاحظ الشكل (٦ – ٣)

ماذا يمكن أن تكون أهمية هذا المتجه بالنسبة لذرة الهيدروجين ؟ انّ الكتروناً يدور حول النواة ، يكون حلقة صغيرة من تيار ، الذي بدوره يكون مجالاً مغناطيسياً يشبه مجال

ثنائي قطب مغناطيسي ، وكذلك ان الكتروناً ذرياً ذا زخم زاوي ، يتفاعل مع مجـــال مغناطيسي B خارجي . والعدد الكمي المغناطيسي m_l يحدد مركبة L باتجاه المجال . ان تكمم هذه المركبة كثيراً مايدعى بتكمم الفضاء *space quantization* .



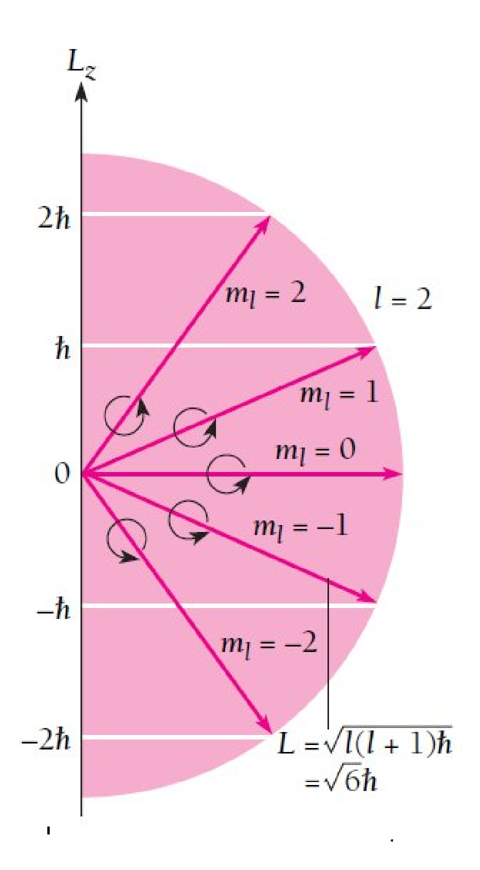
الشكل (٦-٣) قاعدة اليد اليمنى للزخم الزاوي .

لو افترضنا ان المجال المغناطيسي هو باتجاه محور z ، فان مركبة L بهذا الاتجاه تتحدد بالقيم .

(٦ - ٢٢) $L_z = m_l\hbar$ تكمم الفضاء

ان القيم المسموحة لـ m_l التابعة لقيمة معينة لـ l تمتد بين $+l$ و $-l$ مارة بالقيمة 0 . وكذلك فان عدد الاتجاهات المختلفة الممكنة للمتجه L بالنسبة لاتجاه المجال المغناطيسي هي $2l + 1$. فإذا كانت $l = 0$ ، فان L_z تاخذ قيمة واحدة تساوي 0 . واذا كانت $l = 1$ فان L_z يمكن ان تاخذ القيم $\hbar, 0, -\hbar$ ، واذا كانت $l = 2$ فان L_z يمكن أن تاخذ القيم $2\hbar, \hbar, 0, -\hbar, -2\hbar$ ... وهكذا . ونلاحظ ان المتجه L لايمكن ان يوازي اويعاكس تماما اتجاه B : ذلك لأن L_z هي دائما أصغر من قيمة الزخم الزاوي الكلي $\sqrt{l(l+1)}\hbar$

الشكل (٦ - ٤) يوضح تكمم الفضاء للزخم الزاوي المداري لذرة الهيدروجين . ويمكن تصور حالة ذرة ذات قيمة معينة لـ m_l بانها الحالة التي لو سلط فيها مجالاً مغناطيسياً خارجياً على الذرة ، لكانت مركبة زخم الذرة باتجاه المجال هي $m_l\hbar$

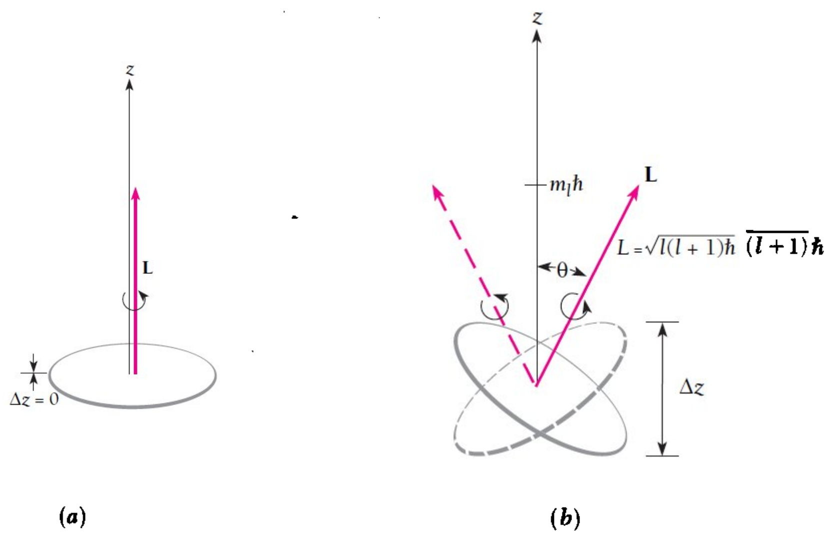


الشكل (٦-٤) تكمّم الفضاء للزخم الزاوي المداري

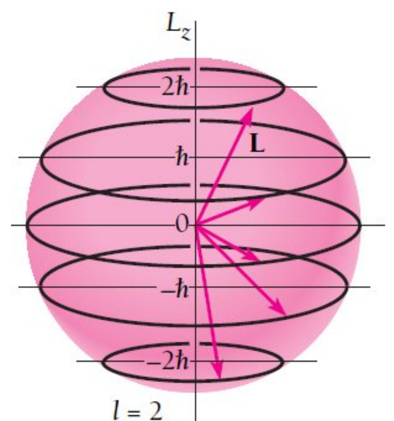
وفي حالة عدم وجود مجال مغناطيسي خارجي ، فان محور z يكون غير محددة . ففي هذه الحالة تكون مركبة L في أي اتجاه تختاره تساوي $m_l\hbar$. ان اهمية المجال المغناطيسي الخارجي هو تحديد محور z على اساس ذي معنى تجريبي . ومن جهة اخرى ان المجال المغناطيسي ليس هو المرجع الوحيد لتحديد الاتجاه ؛ فمثلا ، ان الخط الواصل بين ذرتي H في جزيئة الهيدروجين H_2 يمكن ان يكون مرجعا مناسبا لتحديد مركبة الزخم الزاوي لـ H. ومركبة L على طول هذا الخط ايضا تتحدد بالقيم $m_l\hbar$.

فلماذا مركبة واحدة لـ L تكون مكممة ؟ وجواب هذا السؤال هو أن المتجه L في الحقيقة لايشير الى اتجاه ثابت ، بل يرسم مخروطا في الفضاء مسقطة على المحوز z يساوي $m_l\hbar$. وسبب هذه الحالة هو مبدأ عدم التحديد ، اذ لوكان L يشير الى اتجاه ثابت في الفضاء لنتج أن L_x، و L_y بالاضافة الى L_z تمتلك قيم ثابتة . وهذا يعني ان موقع الالكترون يتحدد بمستو . فمثلا لوكان L باتجاه z تماماً لتحددت حركة الالكترون بالمستوى

xy (الشكل ٦ – ٥أ) . وهذه الحالة يمكن ان تحدث فقط عندما يكون الخطأ في زخم الالكترون p_z باتجاه z يساوي مالانهاية ، وهذه الصفة مستحيلة لحالة الكترون مرتبط بالذرة . ولماكانت النتائج تشير الى أن L_z و $|L|$ هي المحدودة فقط وان $|L| > L_z$ نجد أن الالكترون ليس متحدد بمستو واحد (الشكل ٦–٥ ب).ومن هذا نلاحظ ان مبدأ عدم التحديد يتحقق بصورة تلقائية في ذرة الهيدروجين . ان اتجاه L يتغير باستمرار ، وعليه فان معدل L_x و L_y يساوي 0 ، على الرغم من ان L_z دائماً تاخذ القيمة المحددة $m_l\hbar$ (لاحظ الشكل ٦ – ٦) .



الشكل (٦–٥) مبدأ عدم التحديد يمنع متجه الزخم الزاوي L من أن يأخذ اتجاهاً ثابتاً في الفضاء .

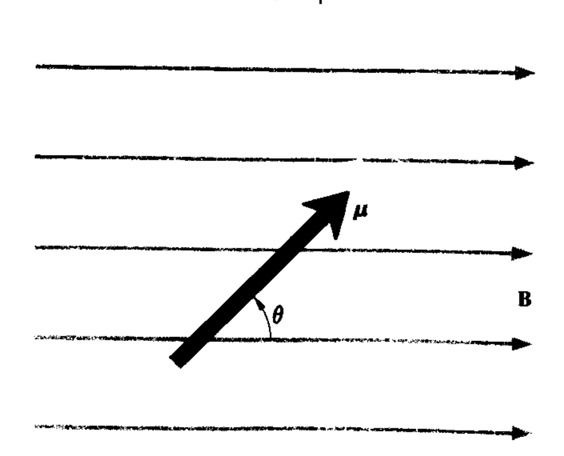


الشكل (٦–٦) متجه الزخم الزاوي L يدور بأستمرار حول

٦–٧ ظاهرة زيمان البسيطة

ان ثنائي مغناطيسي موجود في مجال مغناطيسي B خارجي يمتلك طاقة كامنة V_m تعتمد على كل من قيمة العزم المغناطيسي μ واتجاهه بالنسبة للمجال (الشكل٦ – ٧) . والعزم τ المسلط على ثنائي قطب مغناطيسي موجود في مجال مغناطيسي شدته B هو

$$\tau = \mu B \sin \theta$$



الشكل (٦–٧) : ثنائي قطب مغناطيسي ذي عزم μ باتجاه يصنع زاوية θ بالنسبة لمجال مغناطيسي B خارجي .

حيث θ الزاوية بين μ و B . ان العزم المسلطّ يكون ذا قيمة عظمى عندما يكون ثنائي القطب عموديا على المجال ، ويساوي صفرا عندما يكون موازيا او معاكسا للمجال ولكي نحسب الطاقة الكامنة V_m ، علينا اولاً ان نحدد اتجاها مناسبا نعتبر عنده V_m تساويّ صفرا .

لما كان التغيّر بالطاقة الكامنة فقط يمكن قياسه عمليا ، لذلك فان مرجع الطاقة هو تماما اختياري arbitrary ومن المناسب ان نجعل $V_m = 0$ عندما $\theta = 90°$ ، أي عندما μ تكون عموديا على B . ان الطاقة الكامنة عند اتجاهات اخرى لـ μ تساوي الشغل اللازم لتدوير ثنائي القطب من $\theta_0 = 90°$ الى الزاوية θ التي تحدد تلك الاتجاهات وعليه :

$$V_m = \int_{90°}^{\theta} \tau \, d\theta$$

$$= \mu B \int_{90°}^{\theta} \sin \theta \, d\theta$$

$$= -\mu B \cos \theta \qquad (٦ - ٢٣)$$

عندما μ تشير الى نفس اتجاه B فان V_m تاخذ اصغر قيمة وتساوي $-\mu B$. وهذه النتيجة منطقية . ذلك لأن ثنائي القطب يحاول أن يأخذ نفس اتجاه المجال المغناطيسي الخارجي

ولما كان العزم المغناطيسي لالكترون مداري في ذرة الهيدروجين يعتمد على زخمة الزاوي L ، لذا فان قيمة واتجاه L بالنسبة لمجال مغناطيسي خارجي يحدد الطاقة المغناطيسية للذرة في المجال والعزم المغناطيسي لحلقة من تيار هو

$$\mu = iA$$

حيث i قيمة التيار و A المساحة المحصورة داخل الحلقة . والكترون يعمل ν من الدورات لكل ثانية في مدار دائري ذي نصف قطر r يكون تياراً $-e\nu$ (لاحظ ان شحنة الالكترون سالبة) . ولذا فان العزم المغناطيسي المتولد هو :

$$\mu = -e\nu\pi r^2$$

ولكنّ السرعة الخطية v للالكترون هي $2\pi\nu r$ ، وعليه فان الزخم الزاوي للالكترون يكون

$$\begin{aligned} L &= mvr \\ &= 2\pi m\nu r^2 \end{aligned}$$

وبمقارنة المعادلتين للعزم الزاوي μ والزخم الزاوي L نجد :

العزم المغناطيسي للالكترون $\mu = -\left(\frac{e}{2m}\right)\mathbf{L}$ (٦ – ٢٤)

التي تصف الحركة الدورانية للالكترون . والكمية $(-e/2m)$ ، التي تتضمن شحنة وكتلة الالكترون ، تدعى بنسبة العزم المغناطيسي الى الزخم الزاوي *gyromagnetic ratio* والاشارة السالبة تعني أن اتجاه μ عكس اتجاه L . وفي الوقت الذي نلاحظ أن الطريقة التي اتبعناها للحصول على العزم المغناطيسي لالكترون مداري هي كلاسيكية ، فان التحليلات الكمية الدقيقة تؤدي الى نفس النتيجة . وبذلك ، وحسب المعادلة (٦ – ٢٣) تكون الطاقة الكامنة المغناطيسية لذرة في مجال مغناطيسي

$$V_m = \left(\frac{e}{2m}\right) LB\cos\theta \qquad (٦–٢٥)$$

وهذه الطاقة هي دالة لكل من B و θ .

ومن الشكل (٦–٥) نلاحظ ان الزاوية θ بين L ومحور z تأخذ قيما معينه تحقق العلاقة .

$$\cos\theta = \frac{m_l}{\sqrt{l(l+1)}}$$

حيث ان القيم المسموحة لـ L هي

$$L = \sqrt{l(l+1)}\,\hbar$$

ونستطيع الان ايجاد الطاقة المغناطيسية لذرة عددها الـكمي المغناطيسي m_l موجودة في مجال مغناطيسي B ، وذلك بتعويض قيمة $\cos\theta$ و L في المعادلة (٦–٢٥) .حيث نجد :

$$V_m = m_l\left(\frac{e\hbar}{2m}\right)B \qquad (٦-٢٦)$$

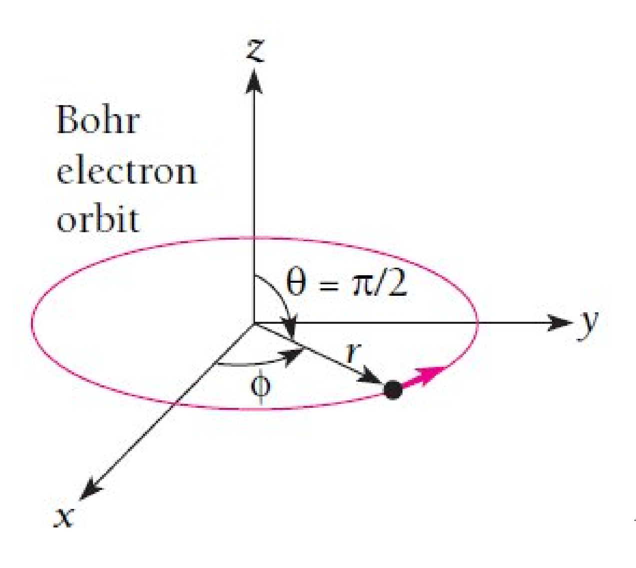
وتدعى الكمية $e\hbar/2m$ بمغنيط بور *Bohr magneton* وقيمته تساوي 9.27×10^{-24} J/tesla (T)

وبذلك نجد ان طاقة ذرة في مجال مغناطيسي تعتمد على كل من m_l والعدد الـكمي الاساس n . فعندما توضع ذرة في مجال مغناطيسي خارجي ، فأن مستوى الطاقة n ينقسم الى عدة مستويات ثانوية substates طاقاتها اقل او اكثر بقليل من طاقة المستوى الاصلي في حالة عدم وجود المجال المغناطيسي . وهذه الظاهرة تؤدي الى ان عندما توجد الذرة في مجال مغناطيسي ، فان كل من خطوط الطيف تنشطر الى خطوة ثانوية منفصلة . والمسافات الفاصلة بين الخطوط الثانوية تعتمد على شدة المجال المغناطيسي المسلط . ان انشطار خطوط الطيف بواسطة المجال المغناطيسي يدعى بظاهرة زيمان *Zeeman effect* ، نسبة للعالم الهولندي Zeeman الذي اكتشفها عام 1896 . ان ظاهرة زيمان تشكل برهانا قويا على تكمم الفضاء الموضح في البند السابق . وسوف نناقش هذه الظاهرة بصورة اوسع في الفصل السابع .

٦–٨ كثافة الاحتمالية للالكترون ELECTRON PROBABILITY DENSITY

حسب أنموذج بور لذرة الهيدروجين ، يتحرك الالكترون بمدار دائري حول النواة . ان الشكل (٦–٨) يوضح هذا النموذج بدلالة احداثيات قطبية . ونلاحظ من هذا الشكل انه لو اجرينا تجربة مناسبة لوجدنا ان الالكترون دائما موجود على مسافة $r = n^2a_0$ من النواة (n هو العدد الـكمي الاساسي و $a_0 = 0.53$ Å يمثل نصف قطر اول مدار) وان حركة الالكترون محددة في المستوى الاستوائي $\theta = 90°$ بينما زاوية الزوال ϕ وحدها تتغير مع الزمن .

ان النظرية الـكمية لذرة الهيدروجين تصحح نظرية بور من جانبين . اولا ، لايمكن تحديد احداثيات الالكترون r ، θ و ϕ : حيث ان النظرية الـكمية تحدد فقط توزيع احتمال وجود الالكترون في المناطق المختلفة ، وعدم التحديد هذا ناتج من الصفة الموجية للالكترون ، وثانيا ، لانستطيع ان نتصور الالكترون يتحرك حول النواة بمدارات تقليدية ، وذلك لان كثافة الاحتمالية $|\psi|^2$ لاتعتمد على الزمن ، وهي تتغير بصورة كبيرة من موقع الى آخر .



الشكل (٦-٨) أنموذج بور لذرة الهيدروجين بدلالة احداثيات قطبية .

دالة موجة الالكترون ψ في ذرة الهيدروجين هي $\psi = R\Theta\Phi$ حيث ان : $R = R_{nl}(r)$

تصف تغير ψ ، التابعة للعدد الـكمي المداري l والعدد الـكمي الاساسي n ، مع المسافة r، و

$$\Theta = \Theta_{lm_l}(\theta)$$

تصف تغير ψ ، التابعة للعدد الـكمي المغناطيسي m_l والعدد الـكمي المداري l ، مع الزاوية θ ، و

$$\Phi = \Phi_{m_l}(\phi)$$

تصف تغير ψ ، التابعة للعدد الـكمي المغناطيسي m_l ، مع الزاوية ϕ . وعليه فان كثافة الاحتمالية $|\psi|^2$ تأخذ الشكل

$$|\psi|^2 = |R|^2|\Theta|^2|\Phi|^2 \qquad (٦-٢٧)$$

حيث نفهم من هذه الصيغة ان في حالة الدالات المعقدة ، مربع القيمة المطلقة للدالة يعني حاصل ضرب الدالة مع مرافقها المعقد complex conjugate

وكثافة الاحتمالية الزوالية $|\Phi|^2$ ، التي تصف توزيع احتمالية وجود الالكترون كدالة لزاوية الزوال ϕ ، هي كميّة ثابتة لاتعتمد كلياً على الزاوية Φ . وعليه فإن كثافة احتمالية وجود الالكترون تكون متوزعة بصورة متناظرة حول محور . بصرف النظر عن

الحالة الكمية التي تصف حالة الالكترون : هناك نفس الأحتمال لتواجد الالكترون عند كل زاوية ϕ من زوايا الزوال .

على نقيض Φ ، فأن الدالة النصف قطرية R لدالة الموجة ψ لاتتغير فقط مع الموقع r ، بل تاخذ اشكالا مختلفة لاعداد كمية n و l مختلفة . والشكل (٦-٩) يوضح تغير R مع r للحالات $1s, 2s, 2p, 3s, 3p,$ لذرة الهيدروجين . فنلاحظ من الشكل ان $\bar{R}$ لجميع حالات s تأخذ قيمة عظمى عندما $r = 0$ (اي عند موقع النواة) . في حين للحالات ذات الزخم الزاوي الذي لايساوي صفرا ، تكون قيمة R صفرا عندما $r = 0$.

ان كثافة الاحتمالية للالكترون عند النقطة r, θ, ϕ تتناسب مع $|\psi|^2$ ، على حين الاحتمالية لوجود الالكترون في حجم صغير dV هي $|\psi|^2 dV$. وصيغة dV بدلالة الاحداثيات القطبية هي

$$dV = r^2 \sin\theta \, dr \, d\theta \, d\phi$$

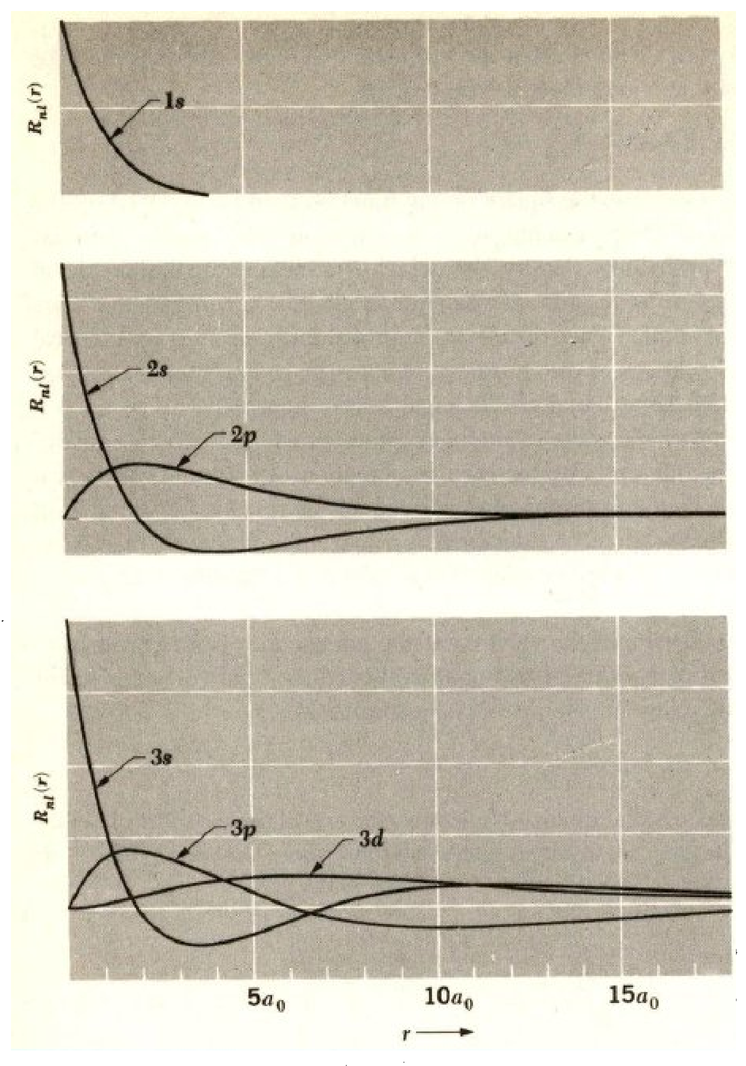
ولما كانت كل من Θ ، Φ و R دالات مقومة (لاحظ الجدول ٦-١) فان الاحتمالية $P(r)dr$ لايجاد الالكترون في ذرة الهيدروجين على مسافة بين r و $r + dr$ من النواة هي :

$$P(r)dr = r^2|R|^2 dr \int_0^{\pi} |\Theta|^2 \sin\theta \, d\theta \int_0^{2\pi} |\Phi|^2 d\phi \qquad (٦-٢٨)$$

$$= r^2 |R|^2 \, dr$$

الشكل (٦-١٠) يوضح المعادلة (٦-٢٨) لنفس الدالات النصف قطرية المبينة في الشكل (٦-٩) . نلاحظ المنحنيات في الشكل (٦-١٠) تختلف تماما عن منحنيات الشكل (٦-٩) . مثلا للحالات s لاتأخذ P قيمة عظمى عند موقع النواة على حين لهاقيمة عظمى عند مسافات r معينة . ومما يلفت النظر هو ان موقع القيمة العظمى لـ P لالكترون في الحالة $1s$ تكون عند a_0 ، التي تمثل نصف قطر مدار بور الارضي . ولكن معدل r للحالة $1s$ هو $1.5a_0$. ان هذه النتيجة تبدو لاول وهلة غريبة لان مستويات الطاقة تأخذ نفس القيم في كل من انموذج بور والنظرية الكمية لذرة الهيدروجين . والحقيقة هي ان هذا الاختلاف في قيمة r ليس مهما ؛ اذ ان طاقة الالكترون تتغير مع $1/r$ وليس طرديا مع r . ان حسابات مباشرة تشير الى ان معدل $1/r$ لالكترون في الحالة $1s$ هو تماما $1/a_0$.

الدالة السمتية Θ تتغير مع زاوية السمت θ لجميع الحالات الكمية l و m_l عدا $l = m_l = 0$. الحالات $l = m_l = 0$ تمثل الحالات s . مربع القيم المطلقة $|\Theta|^2$ للحالة s هي كمية ثابتة وتساوي $\frac{1}{2}$. وبما أن $|\Phi|^2$ هي أيضاً ثابتة ، لذلك فان كثافة الاحتمالية $|\psi|^2$ تأخذ نفس القيمة لبعد معين r في جميع الاتجاهات . في حين أن كثافة الاحتمالية لالكترون في الحالات المدارية الاخرى تتغير مع الزاوية θ ، وبصورة

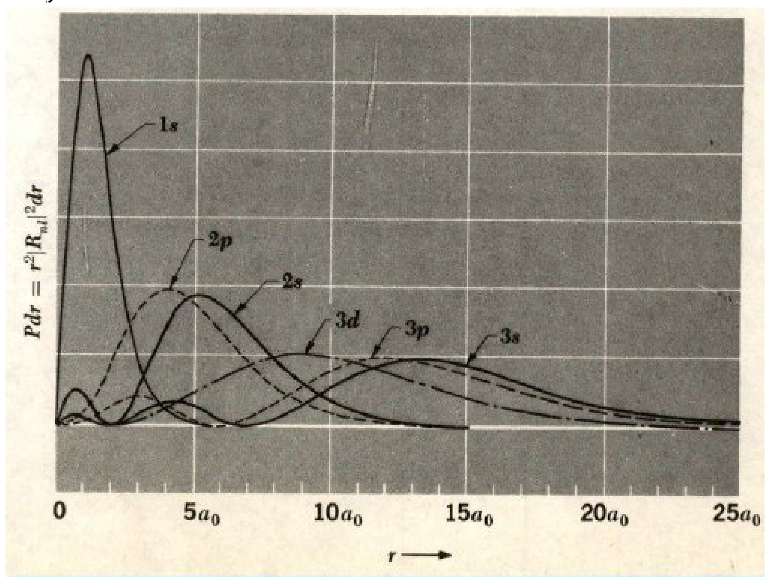


الشكل (٦-٩) : تغيّر الدالة القطرية R مع المسافة r من النواة في ذرة الهيدروجين ، لحالات كميّة مختلفة . الكميّة $a_0 = \hbar^2/me^2 = 0.53$ Å هي نصف قطر مدار بور الاول .

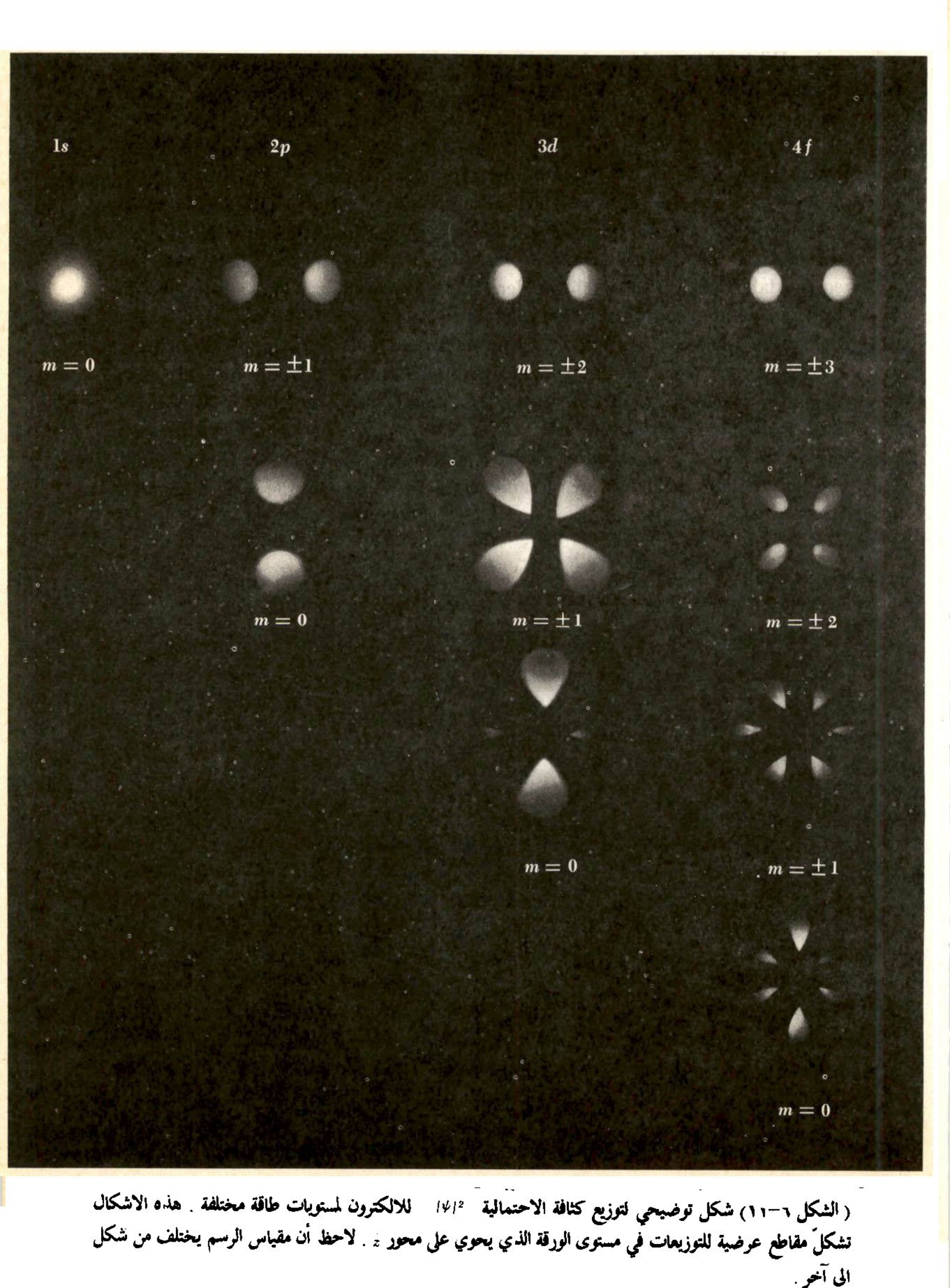
معقدة في بعض الاحيان : ويمكن ملاحظة ذلك من الشكل (٦-١١) ، الذي يوضح كثافة احتمالية الكترون كدالّة لـ r و θ لعدد من الحالات الذرية . (لاحظ أن الكميّة المرسومة هي $|\psi|^2$ وليست $|\psi|^2 dV$.) . لما كانت $|\psi|^2$ لا تعتمد على ϕ ، لذلك يمكننا الحصول على الصورة المجسمة لـ $|\psi|^2$ بتدوير كل من الرسوم حول المحور العمودي . وعليه نجد أن كثافة الاحتمالية للحالة ٠ متناظرة كروياً في حين أنّ الحالات

الاخرى لا تحقق هذا التناظر . ان النتوءات lobe التي تميز الحالات المختلفة ، تمتلك أهمية بالغة في الكيمياء . هذه النتوءات تحدد ترابط الذرات المتجاورة لتكوين الجزيئات ، وسوف نعالج هذه الفكرة ببعض التفصيل في الفصل الثامن .

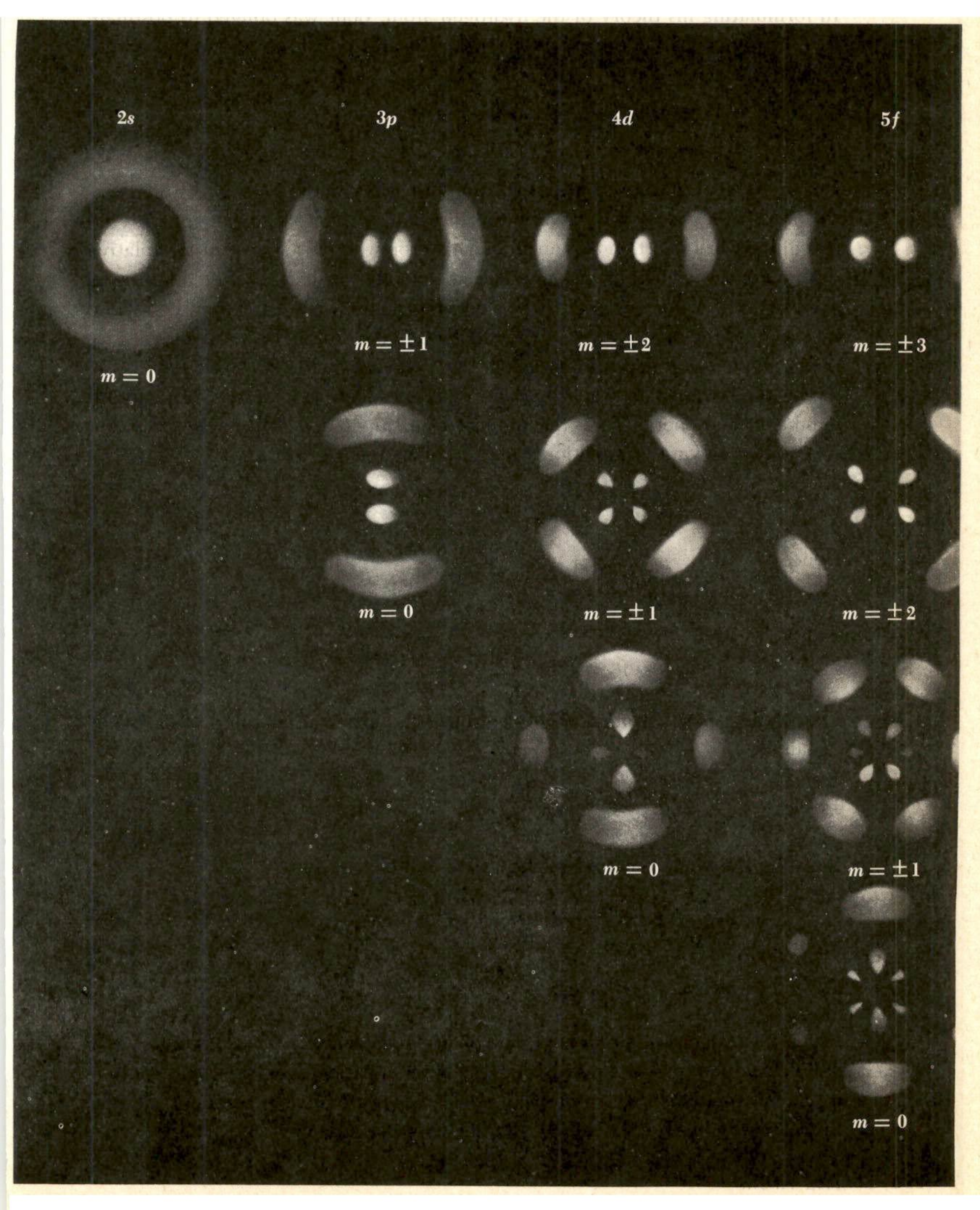
انّ دراسة الشكل (٦-١١) تكشف عن تشابه ملحوظ بين الحالات الكميّة والمدارات الذرية في أنموذج بور . فمثلاً ، توزيع كثافة الاحتمالية للحالة $2p$ التابعة للعدد الكمي المغناطيسي $m_l = \pm 1$ ، يكون على شكل حلقة في المستوى الاستوائي للذرة ، ومتمركزة عند النواة . وبالاضافة الى ذلك فمن حسابات تفصيلية نجد أن المسافة الاكثر احتمالاً بين الالكترون والنواة هي $4r_0$ ، التي تساوي تماماً نصف قطر بور لنفس العدد الكمّي الاساس . ونفس التشابه يحدث للحالة $3d$ التابعة لعدد كمّي مغناطيسي $m_l = \pm 2$ والحالة $4f$ التابعة لعدد كمّي مغناطيسي $m_l = \pm 3$ ، .... وهكذا . في جميع هذه الحالات يكون الزخم الزاوي اكبر ما يمكن ان يأخذه الالكترون في الحالة التابعة لعدد كمّي اساس معيّن ، وان متجه الزخم الزاوي هو أقرب ما يكون الى اتجاه محور z . ففي هذه الحالات تكون كثافة الاحتمالية محصورة في منطقة قريبة جداً من المستوى الاستوائي للذرة . ولذلك فان أنموذج بور يعطينا المدار الاكثر احتمالاً للالكترون في واحد من الحالات المتعددة التابعة لمستوى طاقة معيّن .



الشكل (٦-١٠) احتمالية وجود الالكترون في ذرة الهيدروجين عند مسافة محصورة بين r و $r + dr$ من النواة ، للحالات الكميّة المبينّة في الشكل (٦-٩) .



(الشكل ٦–١١) شكل توضيحي لتوزيع كثافة الاحتمالية $|\psi|^2$ للالكترون لمستويات طاقة مختلفة . هذه الاشكال تشكلّ مقاطع عرضية للتوزيعات في مستوى الورقة الذي يحوي على محور z . لاحظ أن مقياس الرسم يختلف من شكل الى آخر .


2s
3p
4d
5f
m = ±1
m = ±2
m = ±3
m = 0
m = 0
m = ±1
m = ±2
m = 0
m = ±1
m = 0

*

٦ – ٩ الانتقالات الاشعاعية RADIATIVE TRANSITIONS

أفترض بور في ا نموذجة لذرة الهيدروجين ان تردد الاشعاعات المنبعثة من ذرة منتقلة من مستوى طاقة E_m الى مستوى طاقة أوطأ E_n هو

$$\nu = \frac{E_m - E_n}{h}$$

ليس من الصعب أن نبرهن على أن هذه العلاقة تنتج بصورة طبيعيّة من النظرية الكميّة للذرة . ولكي نثبت ذلك ، نفترض أولا أنه اذا كان معدل بعد الالكترون من النواة ثابتا لا يتغير مع الزمن فإن الذرة لا تبعث اشعاعات . لكن اذا كان معدل البعد يتذبذب فإن اشعاعات كهرومغناطيسية ترددها يساوي تردد هذه الذبذبة سوف تنبعث من الذرة . وللسهولة ندرس مركبة حركة الالكترون بأتجاه محور x فقط .

ان دالة الموجة المعتمدة على الزمن time-dependent wave function ψ_n لالكترون في حالة ذات عدد كمي اساسي n وطاقة E_n ، هي حاصل ضرب دالة الموجة غير المعتمدة على الزمن ψ_n ودالة الزمن ذات التردد

أي أن :

$$\nu_n = \frac{E_n}{h}$$

$$\Psi_n = \psi_n e^{-(iE_n/\hbar)t} \qquad (٦ - ٢٩)$$

ومنها

$$\Psi_n^* = \psi_n^* e^{+(iE_n/\hbar)t} \qquad (٦ - ٣٠)$$

انَّ معدل موقع هذا الالكترون هو (لاحظ البند (٥ – ٤) :

$$\langle x \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} x\Psi_n^*\Psi_n \, dx \qquad (٦ - ٣١)$$

وبالتعويض عن ψ_n و ψ_n^* من المعادلتين (٩ – ٢٩) و (٩ – ٣٠) نحصل على :

$$\langle x \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} x\psi_n^*\psi_n e^{[(iE_n/\hbar)-(iE_n/\hbar)]t} \, dx$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} x\psi_n^*\psi_n \, dx \qquad (٦ - ٣٢)$$

وهذه الكميّة ثابتة لا تتغيّر مع الزمن ذلك لأن ψ_n و ψ_n^* هما دالتان للموقع فقط . وعليه فإن الكترون في أحدى الحالات الكميّة Ψ_n النقية لا يتذبذب ، ولذلك لا يبعث اشعاعات. وهذه النتيجة تتفق مع المشاهدات العملية وان كانت لا تتفق مع الفيزياء الكلاسيكية .

ندرس الآن الكترونا ينتقل من مستوى طاقة الى آخر ، ونحدد المسألة بما يأتي : ذرة في الحالة الارضية تتهيج عند $t = 0$ بواسطة عملية ما ، كإسقاط أشعاع عليها ، أو تصادمها

مع جسيمة أخرى ، .... الخ الى مستوى طاقة أعلى E_m . وبعد ذلك تبعث الذرة اشعاعاً نتيجة انتقالها من الحالة المتهيجّة الى الحالة الأرضية . فما هو تردد الاشعاع المنبعث ؟

خلال الفترة الزمنية ما بين تهيّج الذرة عند $t = 0$ ورجوع الذرة الى حالتها الأرضية ، تكون حالة الالكترون غير محددة ، اذ أن هذه الحالة تمثل مزيجا من الحالة المتهيجّة والحالة الأرضية . ودالة الموجة Ψ للالكترون في حالة مزيج من الحالة n و m هي

$$\Psi = a\Psi_n + b\Psi_m \qquad (٦ - ٣٣)$$

حيث a^*a هي احتمالية وجود الألكترون في الحالة n و b^*b احتمالية وجوده في الحالة m .وبطبيعة الحال ان $a^*a + b^*b$ يجب أن تساوي 1 . فعند $t = 0$ يكون $a = 1$ و $b = 0$؛ حيث أن الالكترون في البداية يكون في الحالة الارضية . وعند تهيج الذرة الى المستوى m تصبح $a = 0$ و $b = 1$، وأخيرا عندما ترجع الذرة الى حالتها الأرضية فان $a = 1$ و $b = 0$.
عندما يكون الالكترون في أي من الحالتين النقيتين فانه لاينبعث اشعاعا . لكن عندما يكون الالكترون في حالة مشتركة بين m و n (كل من a و b لاتساوي صفرا) ، فان الذرة تبعث موجات كهرومغناطيسية . فبالتعويض عن الدالة الموجية المركبة من المعادلة (٦–٣٣)في المعادلة (٦–٣١) ، نجد أن معدل موقع الألكترون يأخذ الصيغة الآتية :

$$\langle x\rangle = \int_{-\infty}^{\infty} x(a^*\Psi_n^* + b^*\Psi_m^*)(a\Psi_n + b\Psi_m)\,dx$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} x(a^2\Psi_n^*\Psi_n + b^*a\Psi_m\Psi_n + a^*b\Psi_n^*\Psi_m + b^2\Psi_m^*\Psi_m)\,dx \qquad (٦ - ٣٤)$$

(لاحظ أننا كتبنا هنا $a^*a = a^2$ و $b^*b = b^2$) . وبناء على المعادلة (٦– ٣٢) لكون التكامل الأول والأخير ثابتا ، فالتكاملان الثاني والثالث فقط يؤديان الى تغيّر $\langle x\rangle$ مع الزمن .
بأستخدام المعادلات (٦ – ٢٩) الى (٦ – ٣١) نستطيع فك المعادلة (٦ – ٣٤) لنحصل على :

$$\langle x\rangle = a^2\int_{-\infty}^{\infty} x\psi_n^*\psi_n\,dx + b^*a\int_{-\infty}^{\infty} x\psi_m^* e^{+(iE_m/\hbar)t}\psi_n e^{-(iE_n/\hbar)t}\,dx$$

$$+ a^*b\int_{-\infty}^{\infty} x\psi_n^* e^{+(iE_n/\hbar)t}\psi_m e^{-(iE_m/\hbar)t}\,dx + b^2\int_{-\infty}^{\infty} x\psi_m^*\psi_m\,dx \qquad (٦ - ٣٥)$$

ونفترض كحالة خاصة أن *

---

* ملاحظة المترجمين : ان طريقة التحليل التالية غير دقيقة ولكن لا بأس فانها تعطينا الفكرة الاساس للموضوع تحت البحث

$$\psi_n^*\psi_m = \psi_m^*\psi_n \qquad و \qquad a^*b = b^*a$$

وعليه يمكننا جمع الحدين المعتمدين على الزمن في المعادلة (٦ – ٣٥) لنحصل على :

$$a^*b \int_{-\infty}^{\infty} x\psi_n^*\psi_m[e^{(i/\hbar)(E_m-E_n)t} + e^{-(i/\hbar)(E_m/E_n)t}]\,dx \qquad (٦ - ٣٦)$$

لكن

$$e^{i\theta} + e^{-i\theta} = 2\cos\theta$$

وعلى ذلك نجد من (٦ – ٣٦) أن :

$$2a^*b\cos\left(\frac{E_m - E_n}{\hbar}\right)t\int_{-\infty}^{\infty} x\psi_n^*\psi_m\,dx$$

انّ المعامل المعتمد على الزمن في هذه الكمية هو

$$\cos\left(\frac{E_m - E_n}{\hbar}\right)t = \cos 2\pi\left(\frac{E_m - E_n}{h}\right)t$$
$$= \cos 2\pi\nu t$$

ومن هذا نجد أن موقع الالكترون يتذبذب بصورة جيبية مع الزمن بتردد

$$\nu = \frac{E_m - E_n}{h} \qquad (٦ - ٣٧)$$

والصيغة الكاملة لـ $\langle x\rangle$ تكون

$$\langle x\rangle = a^2\int_{-\infty}^{\infty} x\psi_n^*\psi_n\,dx + b^2\int_{-\infty}^{\infty} x\psi_m^*\psi_m\,dx \qquad (٦ - ٣٨)$$
$$+ 2a^*b\cos 2\pi\nu t\int_{-\infty}^{\infty} x\psi_n^*\psi_m\,dx$$

فعندما يكون الالـكترون في الحالة n ، فان الاحتمالية b^2 ، تساوي صفراً ، وعندما يكون الالكترون في الحالة m ، فان الاحتمالية a^2 تساوي صفراً . وعند هاتين الحالتين يكون معدل موقع الالكترون ثابت لا يتغير مع الزمن . لكن عند انتقال الالكترون بين هاتين الحالتين نجد أن موقعه يتذبذب بترددفي المعادلة (٦–٣٧)هذا التردد يساوي تماما تردد الفوتون الذي فرضه بور والذي أثبت عمليا . وبهذا نجد أن النظرية الكميّة تعطينا المعادلة (٦ – ٣٧) بصورة طبيعية ومن دون أية فرضية خاصة .

مما يلفت النظر أن تردد الاشعاع المنبعث يساوي تردد الضربات beats التي تتكون من تداخل الحالتين n و m ذات التردد E_n/h و E_m/h ، على التوالي .

٦ - ١٠ قواعد الاختيار SELECTION RULES

مما ورد في البند السابق أنه ليس من الضروري أن نعرف a و b أو دالتي الموجة ψ_n و ψ_m لكي نحدد التردد ν . لكن علينا أن نعرف هذه الكميّات اذا أردنا حساب احتمالية حدوث انتقال معيّن . والشرط الأساسي لكي يتم الأنتقال بين الحالتين ψ_n و ψ_m هو أن التكامل

$$\int_{-\infty}^{\infty} x\psi_n\psi_m^* \, dx$$

لا يساوي صفراً ؛ لأن شدة الأشعاع المنبعث تتناسب مع هذه الكمية . واذا كان التكامل لا يساوي صفرا يكون الأنتقال مسموحا *allowed transitions* ، لكن اذا كان التكامل يساوي صفرا فإن الأنتقال هو غير مسموحا *forbidden transitions*

ان ذرة الهيدروجين تتصف بثلاثة أعداد كمية تحدد كلا الحالة الأبتدائية والحالة النهائية في الأنتقالات الاشعاعية radiative transition واذا كان العدد الكمّي الأساسي ، والعدد الكمي المداري،والعدد الكمي المغناطيسي للحالة الابتدائية هي n', l', m_l' ، على التوالي ، والأعداد الكمية للحالة النهائية هي n, l, m_l ، وكانت u تمثّل أيّا من الاحداثيات $x, y,$ فان شرط الحصول على انتقال مسموح هو :

$$\int_{-\infty}^{\infty} u\psi_{n,l,m_l}\psi^*_{n',l',m_l'} \, du \neq 0 \qquad (٦- ٣٩)$$

واذا كانت u تمثل x فالأشعاع المنبعث يكافىء اشعاع هوائي antenna ثنائي القطب ينطبق على محور x . ولما كانت دالات الموجة ψ_{n,l,m_l} لذرة الهيدروجين معروفة فيمكننا ايجاد قيمة الطرف الأيسر في المعادلة(٦-٣٩)لحالة $u = x$ ، $u = y$ و $u = z$ لكل زوج من الحالات التي تختلف فيما بينها بعدد كمّي واحد على الأقل . وعندما نجري هذه الحسابات نجد أن الأنتقالات المسموحة تتميز بتغير l بـ $+1$ أو -1 ، في حين لايتغير العدد الكمّي المغناطيسي m_l ، أو يتغيّر بمقدار $+1$ أو -1 . أوبعبارة أخرى ، ان الشروط اللازمة للحصول على انتقالات مسموحة هي :

قواعد الاختيار

$$\Delta l = \pm 1 \qquad (٦-٤٠)$$

$$\Delta m_l = 0, \pm 1 \qquad (٦-٤١)$$

في حين يمكن أن يأخذ التغيّر في العدد الكمّي الاساسي n ، أية قيمة . وتدعى المعادلتان (٦-٤٠) و (٦-٤١) بقواعد الاختيار *selection rules* للانتقالات المسموحة .

ولكي نتصور المعنى الفيزياوي لقواعد الاختيار نشير الى الشكل (٦-١١) . من هذا الشكل نلاحظ ، مثلاً ، أن الانتقال من الحالة $2p$ الى الحالة $1s$ يتضمّن تغيّر توزيع كثافة الاحتمالية بحيث أن الشحنة المتذبذبة خلال الانتقال تتصرف كهوائي ثنائي القطب . ومن ناحية اخرى ، يتضمن الانتقال من الحالة $2s$ الى الحالة $1s$ تغيراً من توزيع متناظر كروي الى توزيع متناظر كروي آخر . وهذا يعني ان التذبذب الذي يحدث خلال الانتقال يشبه تذبذب شحنة كروية تتمدد وتتقلص بصورة متناوبة . ان هذا التذبذب لا يؤدي الى اشعاع موجات كهرومغناطيسية .

انّ قاعدة الاختيار $\Delta l = \pm 1$ تعني أن الفوتون المنبعث يحمل معه زخماً زاوياً يساوي الفرق بين الزخم الزاوي للذرة في الحالتين الابتدائية والنهائية . ان الانموذج الكلاسيكي لفوتون يحمل زخماً زاوياً هو موجات كهرومغناطيسية مستقطبة دائرياً . وعليه فالصفة أن الفوتون يمكن أن يحمل زخماً زاوياً هي ليست ظاهرة كمية بحتاً .

ان التحليلات السابقة للانتقالات الاشعاعية للذرة ، هي مزيج من مفاهيم كمية ومفاهيم وكلاسيكية : فعندما ينتقل الكترون في ذرة من حالة ابتدائية الى حالة نهائية ذات طاقة اوطأ فان معدل موقعة يتذبذب بتردد ν المبيّن في المعادلة (٦-٣٧) . وحسب النظرية الكلاسيكية تبعث الشحنة المتذبذبة في الذرة موجات كهرومغناطيسية بنفس التردد ν . وقد لوحظ عملياً أن هذا التردد يساوي تردد الاشعاع المنبعث من الذرة . لكن المفاهيم الكلاسيكية ليست صحيحة دائماً لوصف العمليات الذرية ، ولذلك علينا أن نبحث عن معالجات أكثر عمقاً . ومثل هذه المعالجات تدعى بالنظرية الكهروداينميكية الكمية *quantum electrodynamics* هذه النظرية تصحّح الصورة السابقة للانتقالات الذرية حيث يتبين أن نتيجة الانتقال من الحالة n الى الحالة m ينبعث فوتونا واحداً طاقته $h\nu$ ، بدلاً من اشعاع ثنائي قطب كهربائي ينتشر في جميع الاتجاهات – عدا اتجاه خط حركة الالكترون .

والنظرية الكهروديناميكية الكمية تفسر لنا أيضاً الأنتقالات التلقائية spontaneous transition . للذرة من مستوى طاقة الى مستوى طاقة أوطأ . ووفق هذه النظرية ، تتذبذب المجالات الكهربائية والمغناطيسية باستمرار حول E و B المحسوبة كلاسيكيا . ان هذه التذبذبات تحدث حتى في حالة عدم وجود موجات كهرومغناطيسية ، أي عندمـــا $E = B = 0$ كلاسيكيا . و هذه التذبذبات ، التي تدعى بتذبذبات الفراغ vacuum fluctuation ، تشبه الى حد ما طاقة الصفر zero-point energy لمتذبذب توافقي بسيط. وهي المسؤولة عن الأشعاعات التلقائية المنبعثة من الذرات المتهيجّة .

تمرينات

١- أثبت أن المعادلة (٦ - ١) تكافىء المعادلة (٦ - ٣) .

٢*- أثبت أن

$$\Theta_{20}(\theta) = \frac{\sqrt{10}}{4}(3\cos^2\theta - 1)$$

هي حل للمعادلة (٦ - ١٣) وأنها مقوّمة .

٣*- أثبت أن

$$R_{10}(r) = \frac{2}{{a_0}^{3/2}} e^{-r/a_0}$$

هي حل للمعادلة (٦ - ١٤) وأنها مقوّمة .

٤- بينا في البند (٦- ٨) أن الاحتمالية $P\,dr$ لايجاد الالكترون في ذرة الهيدروجين على مسافة بين r و $r + dr$ من النواة هي $P\,dr = r^2|R_{nl}|^2\,dr$. أثبت أن P للحالة $1s$ لها قيمة عظمى عند $r = a_0$ ، حيث a_0 نصف قطر بور .

٥- نلاحظ من الشكل (٦-١٠) أن P للحالة $2s$ لها ذروتان ، أوجد موقعي هاتين الذروتين .

٦- ان دالة الموجة $2p$ لذرة الهيدروجين تتغيّر مع الاتجاه والمسافة النصف قطرية فاذا كان الالكترون في الحالة $2p$ و $m_l = 0$ ، اين يكون موقع ذروة الاحتمالية P في الاتجاه z؟ في المستوى xy ؟

٧- احتمالية وجود الكترون ذرة خارج كرة نصف قطرها r_0 متمركزة عند النواة هي

$$\int_{r_0}^{\infty} |R(r)|^2 r^2\,dr$$

حيث $R(r)$ هي الدالة القطرية للالكترون . وفي التمرين (٣) تمثل الدالة القطرية $R_{10}(r)$ الحالة الأرضية لذرة الهيدروجين (a_0 هو نصف قطر بور التابع لتلك الحالة) . (أ) أحسب احتمالية ايجاد الالكترون في الحالة الأرضية في ذرة الهيدروجين عند نقاط تبعد عن النواة بمسافة أكبر من a_0 . (ب) كلاسيكيا تكون جميع طاقة الالكترون في الحالة الأرضية في ذرة الهيدروجين كامنة عندما يبتعد الالكترون بمسافة $2a_0$ من النواة . وعليه ، حسب الفيزياء الكلاسيكية ، لايستطيع الكترون أن يبتعد الى مسافة أكبر من $2a_0$ من النواة . جد احتمالية وجود الالكترون على مسافات $r > 2a_0$ من النواة حسب الفيزياء الكمية .

٨- تنص نظرية أونزولد *Unsöld's theorem* على أن (ولكل عدد كمّي مداري) مجموع كثافات الاحتمالية لجميع الحالات المسموحة من $m_l = -l$ الى $m_l = +l$ هي كمية ثابتة لاتعتمد على الزاويتين θ و ϕ . أي أن .

$$\sum_{m_l=-l}^{+l} |\Theta|^2|\Phi|^2 = \text{constant}$$

وهذه النظرية تعني أن توزيع الشحنة في كل مدار ثانوي (ذري أو أيوني) مشبع (البند ٧-٥) يكون متناظرا كرويا . أثبت نظرية أونزولد لحالة $l = 0$ ، $l = 1$ ، و $l = 2$ ، وذلك مستعينا بالجدول (٦ - ١) .

٩- جد النسبة المئوية للفرق بين L وقيمة L_z العظمى لالكترون ذري في الحالات f و d, p .

١٠*- قاعدة الاختيار للانتقالات بين حالات متذبذب توافقي بسيط هي $\Delta n = \pm 1$ (أ) ناقش هذه القاعدة كلاسيكيا . (ب) بإستخدام الدالات الموجية المناسبة ، أثبت أن الانتقالات $n = 1 \rightarrow n = 0$ و $n = 1 \rightarrow n = 2$ هي مسموحة للمتذبذب . على حين أن الانتقال $n = 1 \rightarrow n = 3$ غير مسموح .

١١- بإستخدام الدالات الموجيّة في الجدول (٦-١) ، أثبت قاعدة الاختيار $\Delta l = \pm 1$ للانتقالات $n = 2 \rightarrow n = 1$ في ذرة الهيدروجين .

الفصل السابع

ذرات ذات الكترونات متعددة

على الرغم من دقة وبساطة النظرية الكمية لفهم بعض صفات ذرة الهيدروجين ، فان هذه النظرية لا تستطيع أن تعطينا جميع صفات هذه الذرة أو الذرات الأخرى ، من دون أن نأخذ بنظر الاعتبار برم الالكترون electron spin ومبدأ الانفراد exclusion principle الناتج عنه. وسندرس في هذا الفصل دور برم الالكترون في تحديد الصفات الذرية وكذلك نناقش مبدأ الانفراد الذي يشكل القاعدة الأساس لفهم تركيب الذرات المعقدة .

٧-١ بـرم الالكترون ELECTRON SPIN

دعنا نشير أولاً الى نقطتي ضعف واضحتين في النظرية الواردة في الفصل السابق . **النقطة** الاولى ، عدم اتفاق هذه النظرية مع الحقيقة التجريبية ، وهي أن عدداً من خطوط الطيف تتكون من خطين متقاربين جداً بعضهما من بعض . وكمثـال لهذا التركيب الدقيق *fine structure* الخط الاول في سلسلة بالمـر Balmer series لذرة الهيدروجين ، الذي ينشأ من الانتقال من الحالة $n = 3$ الى $n = 2$. ففي هذه الحالة تشير التوقعات المبنية على النظرية السابقة الى وجود خط واحد طوله الموجي 6,563 Å ، على حين نلاحظ تجريبيا خطين منفصل احدهما عن الآخر بفاصل 1.4 Å . وهذا تأثير صغير ، ولكنه يشكل فشلاً ملحوظاً في النظرية .

ونقطة الضعف الثانية في النظرية الكمية البسيطة ، هي اختلاف نتائجها عن النتائج التجريبية لظاهرة زيمان Zeeman effect . فلقد لاحظنا في البند (٦-٧) ان ذرة

هيدروجين ذات عدد كمي مغناطيسي m_l ،موجودة في مجال مغناطيسي خارجي B ، تمتلك طاقة مغناطيسية مقدارها :

$$V_m = m_l \frac{e\hbar}{2m} B \qquad (١-٧)$$

على حين أن العدد m_l يأخذ قيما صحيحة مختلفة عددها $2l+1$ ، من $+l$ الى $-l$ مارة بـ 0 . وعليه عندما تكون الذرة في مجال مغناطيسي B خارجي ، فان الحالة ذات العدد الكمي المداري l تنشطر الى $2l+1$ حالة ثانوية ، فرق الطاقة بينها يساوي $(e\hbar/2m)B$. ولكن تغير m_l يتحدد بـ $\Delta m_l = 0, \pm 1,$ ، ولذا فان خط الطيف الناتج من انتقال بين حالتين ذواتي عدد كمي مداري l مختلف، ينشطر الى ثلاثة خطوط فقط (لاحظ الشكل ٧-١) . وبناء على هذا ، نتوقع أن ينشطر خط طيف تردده ν_0 الى ثلاثة خطوط ترددها

$$\nu_1 = \nu_0 - \frac{e\hbar}{2m}\frac{B}{h} = \nu_0 - \frac{e}{4\pi m}B$$

$$\nu_2 = \nu_0 \qquad (٢-٧)$$

$$\nu_3 = \nu_0 + \frac{e\hbar}{2m}\frac{B}{h} = \nu_0 + \frac{e}{4\pi m}B$$

وهذه النتيجة تدعى بظاهرة زيمان البسيطة normal Zeeman effect

ان ظاهرة زيما البسيطة تتحقق في طيف عدد قليل من العناصر وتحت ظروف خاصة، على حين نجدها لاتتحقق لأغلبية العناصر . اذ نلاحظ في معظم العناصر ان خطوط الطيف تنشطرالى اربعة خطوط اوستة او اكثر . وعندما ينشطر خط الطيف الى ثلاثة خطوط ، نلاحظ في معظم الاحيان أن المسافات الفاصلة بينها لاتتفق مع المعادلة (٧-٢) . والشكل (٧-٢) يبين عددا من تراكيب زيمان المعقدة anomalous Zeeman والنتائج المتوقعة من المعادلة (٧-٢) .

ولغرض تفسير التركيب الدقيق لخطوط الطيف وظاهرة زيمان المعقدة اقترح كودسمت S. A. Goudsmit وأهلنبيك G. E. Uhlenbeck عام 1925 بان الالكترون يمتلك زخما زاويا ذاتيا بالاضافة الى زخمه الزاوي المداري ، ويرافق الزخم الزاوي الذاتي عزما مغناطيسيا معينا . وفي الحقيقة كان تصور كودسمت وأهلنبيك للالكترون بأنه شحنة كروية تدور حول محورها . ان عملية الدوران هذه تؤدي الى تكوين زخم زاوي . ولما كان الالكترون ذا شحنة سالبة سوف يمتلك ايضا عزما مغناطيسيا μ_s بالاتجاه المعاكس لمتجه الزخم الزاوي L_s .

No magnetic field

Magnetic field present

$l = 2$

$h\nu_0$

$l = 1$

$m_l = 2$

$m_l = 1$

$m_l = 0$

$m_l = -1$

$m_l = -2$

$\left(h\nu_0 - \frac{e\hbar B}{2m}\right)$

$\left(h\nu_0 + \frac{e\hbar B}{2m}\right)$

$h\nu_0$

$m_l = 1$

$m_l = 0$

$m_l = -1$

$\Delta m_l = -1$ $\Delta m_l = 0$ $\Delta m_l = 1$

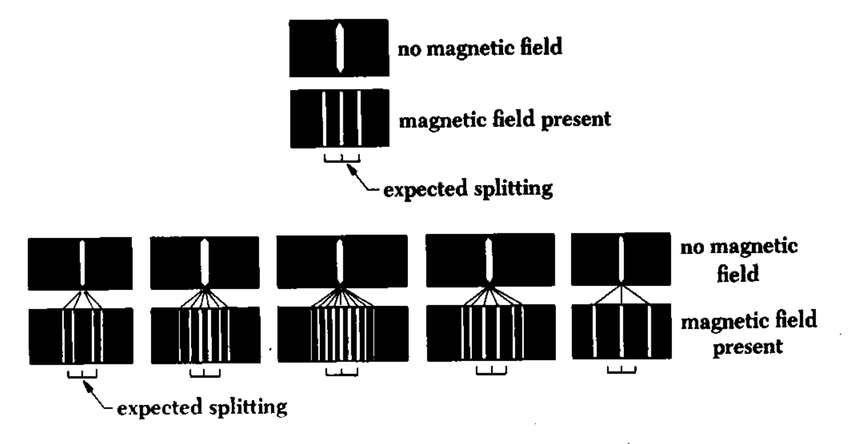
ν_0

$\left(\nu_0 - \frac{eB}{4\pi m}\right)$ ν_0 $\left(\nu_0 + \frac{eB}{4\pi m}\right)$

Spectrum without magnetic field

Spectrum with magnetic field present

الشكل (٧-١) ظاهرة زيمان البسيطة .



الشكل (٧-٢) ظاهرة زيمان البسيطة والمعقدة لعدد من خطوط الطيف

ان فكرة برم الالكترون قد أثبتت نجاحها ليس فقط في تفسير التركيب الدقيق لخطوط الطيف وظاهرة زيمان المعقدة . بل وكذلك في تفسير عدد كبير من الظواهر الذرية .

وبطبيعة الحال ، إن تصور الالكترون بأنه شحنة كروية تدور حول محورها ، لايتفق مع الميكانيك الكّمي . وقد تمكن ديراك Dirac عام 1928 أن يضع نظرية كمية نسبيةrelativistic quantum-theoretical للالكترون التي تعطينا نفس الزخم الزاوي والعزم المغناطيسي الذاتيتين للالكترون اللذين افترضهما كودسمت وأهلنبيك .

ويستخدم العدد الكمي s لوصف الزخم الزاوي البرمي spin angular momentum للالكترون . والقيمة الوحيدة التي يأخذها s هي $s = \frac{1}{2}$. فكما سنلاحظ أن هذا التحديد ينتج من نظرية ديراك ، وكذلك يمكن أن تستدل عليه تجريبيا من دراسة خطوط الطيف .

ان قيمة الزخم الزاوي البرمي s الناتج من برم الالكترون يتحدد بالعلاقة

$$S = \sqrt{s(s+1)}\,\hbar = \frac{\sqrt{3}}{2}\hbar \qquad (٣-٧)$$

وهذه نفس الصيغة التي تعطينا الزخم الزاوي المداري L بدلالة العدد الكمي المدار l : /

$$L = \sqrt{l(l+1)}\,\hbar$$

ان العدد الكمي المغناطيسي البرمي m_s يصف تكمم الفضاء لبرم الالكترون . فمثلما يأخذ متجه الزخم الزاوي المداري ($2l + 1$) اتجاها مختلفا (في حالة وجود الذرة في مجال مغناطيسي خارجي) ، يستطيع متجه الزخم الزاوي البرمي أن يأخذ اتجاهين $2s + 1 = 2$: وهذا الاتجاهان يتحددان بـ $m_s = +\frac{1}{2}$ و $m_s = -\frac{1}{2}$ (لاحظ الشكل ٧-٣) . أن مركبة الزخم الزاوي البرمي S_z ، لالكترون في مجال مغناطيسي باتجاه z ، تتحدد بالعدد الكمي المغناطيسي البرمي حسب العلاقة :

$$S_z = m_s\hbar = \pm\frac{1}{2}\hbar$$

ان نسبة العزم المغناطيسي الى الزخم الزاوي الناشئة من برم الالكترون ، تساوي تقريباً ضعف القيمة التابعة للحركة المدارية للالكترون . وعليه فان العزم المغناطيسي البرمي μ_s يرتبط بالزخم الزاوي البرمي S بالعلاقة :

$$\mu_s = -\frac{e}{m}S \qquad (٥-٧)$$

ومن هذه المعادلة نجد ان قيم مركبة μ_s الممكنة باتجاه z ، هي :

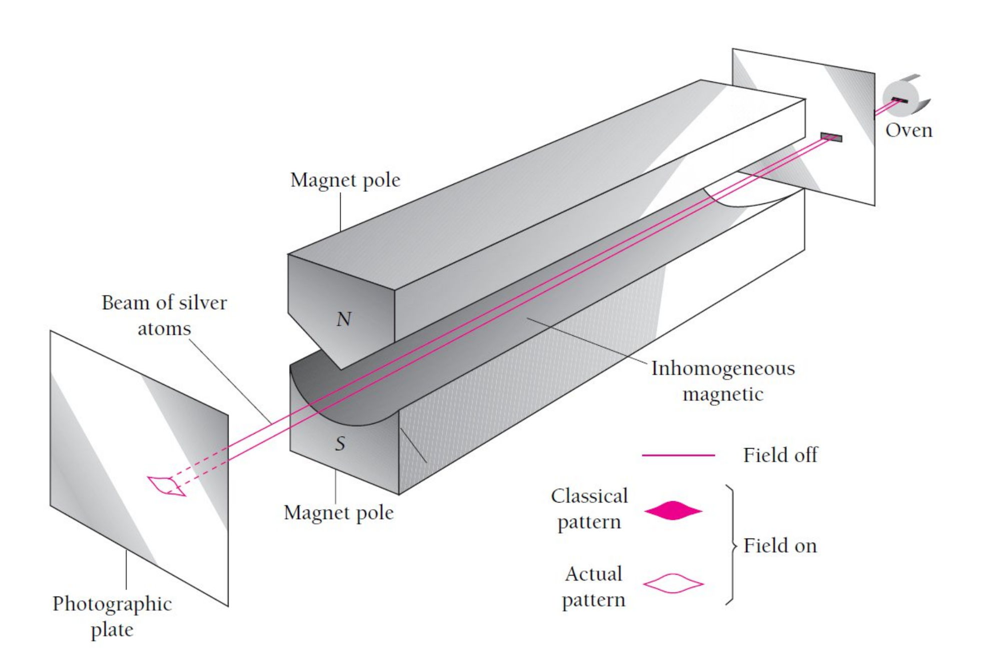
$$\mu_{sz} = \pm\frac{e\hbar}{2m} \qquad (٦-٧)$$

الشكل (٧-٣) الاتجاهان الممكنان لمتجه الزخم الزاوي البرمي

لاحظ ان الكمية $(e\hbar/2m)$ هي نفس مغنيط بور Bohr magneton ، التي مرذكرها في الفصل السابق .

ولقد أثبت شتيرن O. Stern وكير لاغ W. Gerlach عام 1921 تكمم الفضاء بصورة تفصيلية. فوجه هذان العالمان حزمة مسددة من ذرات الفضة المتعادلة الخارجة من فرن، نحو مجال مغناطيسي غير منتظم (كما في الشكل ٧ - ٤). هناك صفيحة فوتوغرافية لتصوير شكل الحزمة بعد اختراقها منطقة المجال المغناطيسي. ان ذرة الفضة، في الحالة الارضية ، تمتلك عزماً مغناطيسياً ناتجا من برم واحد من الكتروناتها. فعندما توجد هذه الذرة في مجال مغناطيسي منتظم، فسوف تعاني من عزم يحاول تدوير عزمها المغناطيسي نحو اتجاه المجال المسلط فقط . ولكن عند وجود مجال غير منتظم، يتأثر قطبا ثنائي القطب

المغناطيسي بقوتين مختلفتين، فتتكون محصلة قوة مغناطيسية على الذرة. وهذه القوة تعتمد على مركبة العزم المغناطيسي باتجاه المجال المسلط. كلاسيكيا يكون جميع اتجاهاتها ثنائي القطب ممكنة. ولذلك فالمجال المغناطيسي غير المنتظم يؤدي الى انتشار حزمة ذرات الفضة على الصفيحة الفوتوغرافية، بدلا من ان يكون خطا دقيقا. ولكن نتيجة شتيرن وكيرلاغ اظهرت عكس هذا التوقع. حيث تبين ان الحزمة الابتدائية تنشطر الى حزمتين متميزتين تمثلان الاتجاهين المتعاكسين المسموحين لبرم الالكترون، وذلك حسب صفة تكمم فضاء البرم .



الشكل (٧-٤) : تجربة شتيرن وكيرلاخ

٧ - ٢ شد البرم مع المدار SPIN-ORBIT COUPLING

يمكن تفسير التركيب الدقيق في خطوط الطيف على اساس التفاعل بين العزوم المغناطيسية الناشئة من برم الالكترون وحركته المدارية في الذرة. ونوضح هنا شد البرم مع المدار، بدلالة مفاهيم كلاسيكية بسيطة .

ان الكترون يدور حول بروتون يجد نفسه في مجال مغناطيسي ، ذلك لأن يبدو البروتون بالنسبة للالكترون وكأنه يدور حوله .

ان المجال المغناطيسي المتكون يؤثر على العزم المغناطيسي لبرم الالكترون ، مكونا مايشبه تأثير زيمان داخلي. والطاقة الكامنة V_m لثنائي قطب مغناطيسي ذي عزم μ ، موجود في مجال مغناطيسي B ، هي :

$$V_m = -\mu B \cos\theta \tag{٧ - ٧}$$

حيث θ هي الزاوية بين μ و B . الكمّية $\mu\cos\theta$ تمثل مركبة μ باتجاه B ، وهذه تساوي μ_{sz} لحالة العزم المغناطيسي البرمي للالكترون . أي ان

$$\mu \cos\theta = \mu_{sz} = \pm\frac{e\hbar}{2m}$$

وعليه :

$$V_m = \pm\frac{e\hbar}{2m}B \tag{٨ - ٧}$$

ومن هذه النتيجة نجد ان طاقة الكترون في حالة مدارية معيّنة تكون اكبر او أصغر بمقدار $(e\hbar/2m)B$ من طاقته في حالة عدم وجود شدّ بين البرم والمدار . وهذا التأثير يؤدي الى انشطار كل من الحالات الكمية (عدا الحالات s) الى حالتين ثانويتين منفصلتين ، وبالتالي انشطار كل من خطوط الطيف الى خطين متقاربين .

ان القيمة $s = ½$ هي القيمة الوحيدة التي تتفق مع التركيب الدقيق لازدواج خطوط الطيف المشاهد عمليا . وهذا الاستنتاج يأتي من الحقيقة ، انه يجب ان يكون هناك اتجاهان فقط للزخم الزاوي البرمي S ، وذلك لكي نحصل على الحالتين الثانويتين المذكورتين في اعلاه . لما كان عدد الاتجاهات الممكنة للبرم التابعة للعدد الكمي s هي $2s + 1$ ، لذلك عندما يكون $s = ½$ ، فان عدد الاتجاهات الممكنة هي .

$$2s + 1 = 2$$

كما هو مطلوب

وللتاكد من أن التركيب الدقيق لخطوط الطيف ينتج من انشطار مستويات الطاقة المتوقع حسب المعادلة (٧ - ٨) ، علينا ان نسحب قيمة B التي تؤثر على العزم المغناطيسي للالكترون. ويمكننا تقدير قيمة B بسهولة . فحلقة دائرية نصف قطرها r تحمل تيار i ، تكوّن مجالاً مغناطيسيا في مركز الحلقة ، شدتّه

$$B = \frac{\mu_0 i}{2r}$$

فالكترون مداري في ذرة الهيدروجين ، مثلا ، يرى البروتون ، ذات الشحنة $+e$ ، يدور حوله f من المرات في كل ثانية . وشدة المجال المغناطيسي الناتج الذي يؤثر على الالكترون

يكون :

$$B = \frac{\mu_0 f e}{2r}$$

لدينا في حالة ذرة بور في الحالة الأرضية $f = 6.8 \times 10^{15}$ و $r = 5.3 \times 10^{-11}$ m ،
وعليه فانّ :

$$B \approx 13 \text{ T}$$

وهذه القيمة تمثل مجالاً مغناطيسيا قويا . وبالتعويض عن قيمة مغنيط بور ،

$$\frac{e\hbar}{2m} = 9.27 \times 10^{-24} \text{ J/T}$$

في المعادلة (٧ – ٨) نجد أن الطاقة المغناطيسية V_m للالكترون هي :

$$V_m = \frac{e\hbar}{2m} B$$

$$\approx 9.27 \times 10^{-24} \text{ J/T} \times 13 \text{ T}$$

$$\approx 1.2 \times 10^{-22} \text{ J}$$

ان هذه الطاقة تسبب انشطار خط طيف طوله الموجي 6,563 Å الى خطين ثانويين بفاصل 2 Å بينهما ، وهذا الانشطار نوعا ما اكبر من القيمة المشاهدة عمليا في الانتقال من $n = 3$ الى $n = 2$ في ذرة الهيدروجين . وسبب التباين هو أن شدة المجال المغناطيسي المؤثر على المدارات العالية ، هي أقل من الشدة المؤثر على المدار الارضي .

٧ – ٣ مبدأ الإنفراد THE EXCLUSION PRINCIPLE

في الحالة الطبيعية لذرة الهيدروجين يكون الالكترون في المدار الأرضي . فماذا يكون اذن التوزيع الاعتيادي لالكترونات ذرة أكثر تعقيداً ؟ فهل يمكن لجميع الالكترونات في ذرة اليورانيوم التي عددها 92 ، أن تكون في نفس الحالة الكمية ، أو ان نتصورها تدور معاً حول النواة في نفس مدار بور ؟ ان هناك عدة ظواهر تجريبية تستبعد هذا الافتراض ، واحدى هذه الظواهر هو الفرق الكبير في الصفات الكيمياوية التي تظهرها بعض العناصر التي تختلف فيما بينها بالكترون واحد . فمثلاً ، العناصر التي عددها الذري 9 و10 و11 تمثل ، على التوالي ، غاز الفلور الهلوجيني ، وغاز النيون الخامل ، ومعدن الصوديوم القلوي . ومن هذا نجد أن التركيب الالكتروني للذرة يحدد تفاعلها مع الذرات الاخرى . واذا افترضنا ان جميع الالكترونات توجد في نفس الحالة الكمية ، فسيكون من الصعب فهم السبب في اختلاف الصفات الكيمياوية للعناصر بصورة فجائية ، نتيجة اختلاف بسيط في اعدادها الذرية .

اكتشف باولي W Pauli عام 1925 قاعدة اساسياً تحدد التركيب الالكتروني للذرات التي تحتوي على اكثر من الكترون واحد .وهذه القاعدة تدعى بمبدأ الانفراد *exclusion*

principle ، التي تنص على انه لايمكن لاكثر من الكترون واحد ان يوجد في حالة كمية معيّنة . فكل من الكترونات ذرة يجب ان يأخذ مجموعة مختلفة من الاعداد الكمية n, l, m_l, m_s .

ولقد توصّل باولي الى مبدأ الانفراد من دراسته للاطياف الذرية . انه من الممكن تحديد الحالات المختلفة للذرة ، وبالتالي تعين اعدادها الكمية ، من دراسة طيفها الذري . لوحظ أن في جميع أطياف العناصر ، عدا طيف الهيدروجين ، توجد هناك خطوط مفقودة تابعة لانتقالات ممنوعة من والى حالات تمتلك مجاميع محددة من الاعداد الكمية . فمثلاً ، لانشاهد انتقال ذرة الهليوم من والى الحالة الأرضية التي يكون فيها برما الالكترونين في نفس الاتجاه ، لتظهر الذرة برما كليا يساوي 1 ، على حين نشاهد انتقالات أخرى من والى الحالة الارضية الثانية التي فيها برمي الالكترونين متعاكسين ، أي مجموع برميهما يساوي 0 . والحالة المفقودة تتمثل بالاعداد الكمية $n = 1$ و $l = 0$ و $m_l = 0$ و $m_s = \frac{1}{2}$ ، لكل من الالكترونين . في حين في الحالة الأرضية الموجودة لأحد الالكترونين $m_s = \frac{1}{2}$ ، وللآخر $m_s = -\frac{1}{2}$. ولقد اثبت باولي ان جميع الحالات الذرية المفقودة تتضمن الكترونين او أكثر بنفس الاعداد الكمية. و مبدأ الانفراد هو صيغة لهذه النتيجة العملية.

وقبل أن ندرس دور مبدأ الانفراد في تحديد التركيب الذري ، دعنا نتفحص النتائج الكمية لهذا المبدأ. لقد لاحظنا في الفصل السابق بان الدالة الموجية الكلية ψ للالكترون في ذرة الهيدروجين تكون حاصل ضرب ثلاث دالات موجية ، كل منها تصف تغير ψ مع احد الاحداثيات الثلاث r, θ, ϕ . ويمكننا بنفس الطريقة اثبات ان الدالة الموجية الكلية $\psi(1, 2, 3, \ldots, n)$ لنظام من n من الجسيمات ، يمكن كتابتها بصورة تقريبية على شكل حاصل ضرب الدالات الموجية $\psi(1), \psi(2), \psi(3), \ldots, \psi(n)$ للجسيمات المنفردة . أي

$$\psi(1, 2, 3, \ldots, n) = \psi(1)\,\psi(2)\,\psi(3)\ldots\psi(n) \qquad (٧-٩)$$

وسنستخدم هذه النتيجة لايجاد الدالة الموجية اللازمة لوصف نظام من جسيمين متماثلين . فدعنا نفترض ان احد الجسيمين هو في الحالة الكمية a والجسيم الاخر في الحالة الكمية b . ولما كان الجسيمان متماثلين ، وجب ان تبقى كثافة الاحتمالية $|\psi|^2$ للنظام نفسها في حالة تبديل a بـ b و b بـ a . رياضيا

$$|\psi|^2(1,2) = |\psi|^2(2,1) \qquad (٧-١٠)$$

ولذا فدالة الموجة $\psi(2,1)$ ، التي تمثل دالة موجة الجسيمين بعد تبديلهما ، يجب ان تكون اما

$$\psi(2,1) = \psi(1,2) \qquad \text{دالة متناظرة} \qquad (٧-١١)$$

أو
$$\psi(2,1) = -\psi(1,2) \quad \text{دالة ضديدة التناظر}$$

وهاتان الدالتان تحققان المعادلة (٧–١٠) . وبما انه لايمكن قياس الدالة الموجية للنظام ، عليه فمن الممكن ان تتغير اشارتها بتبديل الجسيمين . ان الدالات الموجية التي لاتتغير اشارتها بتبديل الجسيمات ، تدعى بدالات موجية متناظرة .
في حين تدعى الدالات التي تتغير اشارتها بتبديل الجسيمات ، بدالات موجية ضديدة التناظر
antisymmetric wave function

فأذا كان الجسيم 1 في الحالة a والجسيم 2 في الحالة b ، فدالة موجة النظام حسب المعادلة (٧–٩) هي

$$\psi_{\text{I}} = \psi_a(1)\,\psi_b(2) \qquad (\text{٧ – ١٣ أ})$$

ولكن اذا كان الجسيم 2 في الحالة a والجسيم 1 في الحالة b ، اخذت دالة موجة النظام الصيغة :

$$\psi_{\text{II}} = \psi_a(2)\,\psi_b(1) \qquad (\text{٧–١٣ ب})$$

ولما كان الجسيمان متماثلين تعذر معرفة فيما اذا ψ_{I} او ψ_{II} تصف النظام في لحظة معينة . وحيث ان احتمالية صحة ψ_{I} في لحظة معينة هي نفس احتمالية صحة ψ_{II} ، فنستطيع القول ان النظام يقضي نصف الوقت في الحالة ψ_{I} ، والنصف الاخر في الحالة ψ_{II} وعلى هذا فالوصف الدقيق للنظام يكون على شكل تركيب خطي من ψ_{I} و ψ_{II} . وهناك تركيبان خطيان ممكنان لدالتي الموجة . التركيب المتناظر :

$$\psi_S = \frac{1}{\sqrt{2}}[\psi_a(1)\,\psi_b(2) + \psi_a(2)\,\psi_b(1)]$$

والتركيب ضديد التناظر :

$$\psi_A = \frac{1}{\sqrt{2}}[\psi_a(1)\,\psi_b(2) - \psi_a(2)\,\psi_b(1)] \qquad (\text{٧–١٠})$$

ان المعامل $1/\sqrt{2}$ هو ضروري لتقويم ψ_S و ψ_A . فبتبديل الجسيمين 1 و 2 ، تبقى ψ_S من دون تغير على حين ان ψ_A تتغير اشارتها . وكل من ψ_S و ψ_A تحقق المعادلة (٧–١٠) .
هناك عدد من الاختلافات المهمة بين سلوك جسيم في نظام دالته الموجية متناظر وسلوك جسيم دالته الموجية ضديدة التناظر . ولتوضيح هذه الاختلافات ، نذكر انه في الحالة الاولى يمكن للجسيمين 1 و 2 ان يكونا آنيا في نفس الحالة الكمية ، اي $a = b$. في حين في الحالة الثانية ، اذا كانت $a = b$ نجد ان $\psi_A = 0$. وهذا يعني انه لايمكن للجسيمين ان يكونا في نفس الحالة الكمية . وبمقارنة هذه النتيجة مع مبدأ الانفراد لباولي ، الذي ينص على انه لايمكن لأكثر من الكترون واحد في ذرة ان يأخذ نفس الحالة الكمية ، نستنتج ان

الدالة الموجية لنظام من الالكترونات يجب ان تكون ضديدة التناظر بالنسبة لتبادل اي زوج من الالكترونات المكونة للنظام .

ان النتائج العملية تشير الى ان الدالة الموجية لنظام من جسيمات ذات برم ½ يجب ان تكون ضديدة التناظر بالنسبة لتبادل اي زوج من هذه الجسيمات في ذلك النظام.وهذه الجسيمات ، التي تتضمن البروتونات والنيوترونات بالاضافة الى الالكترونات ، تخضع لمبدأ الانفراد عندما تكون نظاما معينا . اي ، عندما تكون مجموعة منها تحت تأثير نفس المجال ، فأن كل جسيم يأخذ حالة كمية مختلفة . الجسيمات التي برمها ½ تدعى بجسيمات فيرمي *Fermi particles* او الفيرميونات *fermions* ، وذلك لان سلوك مجاميع من هذه الجسيمات يخضع — كما سنلاحظ في الفصل التاسع — لقانون التوزيع الاحصائي لفيرمي Fermi وديراك Dirac . ان نظاما من جسيمات برمها 0 أو عددا صحيح ، ياخذ دالةموجية متناظرة بالنسبة لتبادل ايزوج من الجسيمات المكونة. وهذه الجسيمات لاتخضع لمبدأ الانفراد وتدعى بجسيمات بوز *Bose particles* او البوزونات *bosons* ؛ ذلك لأنها تتبع قانون التوزيع الاحصائي لبوز Bose واينشتين Einstein . ان الفوتونات ، وجسيمات الفا ، وذرات الهليوم هي أمثلة لجسيمات بوز .

وهناك صفات مهمة أخرى للدالات الموجية المتناظرة وضديدة التناظر ، بالاضافة الى علاقتها بمبدأ الانفراد . وهذه الصفات هي سبب تصنيف الجسيمات على اساس طبيعة دالاتها الموجية (متناظرة او ضديدة التناظر) ، بدلاً من كونها تتبع او لا تتبع مبدأ الانفراد .

٧–٤ التركيب الالكتروني ELECTRON CONFIGURATIONS

هناك قاعدتان أساسيتان تحددان التركيب الالكتروني للذرات المتعددة الالكترونات

١ . يكون أي نظام من جسيمات مستقراً اذا كانت طاقته الكلية ذات قيمة دنيا .

٢ . لا يمكن ان يوجد اكثر من الكترون واحد في نفس الحالة الكمية في الذرة.

ولكي نطبقّ هاتين القاعدتين على التركيب الالكتروني للذرات ، ندرس اولاً تغيّر مستويات الطاقة مع الحالات الكمية .

انه من الممكن فهم التركيب الذري بتصور ان كل الكترون في الذرة يتأثر بمجال قوة ثابت يمثل تأثير النواة ومعدل تأثير الالكترونات الاخرى . الكترون معين ، ضمن هذا التقريب ، يتأثر بشحنة فعلية مقدارها *Ze* ، ناقصاً شحنة الالكترونات القريبة من النواة داخل مدار الالكترون تحت الدرس . انّ جميع الالكترونات التي لها نفس العدد الكمي الاساس تكون (بالمعدل) تقريباً على نفس المسافة من النواة . وعليه فان هذه الالكترونات تتأثر

تقريباً بنفس المجال الكهربائي ، وبذلك تمتلك حوالي نفس الطاقة . فمن المناسب اذاً ان نتصور هذه الالكترونات تقع في نفس القشرة الذرية atomic *shell* ونرمز للقشرات الذرية المختلفة بحروف لاتينية كبيرة تتمثل بما يأتي :

$n = 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \ldots$

القشرات الذرية . $K \quad L \quad M \quad N \quad O \ldots$

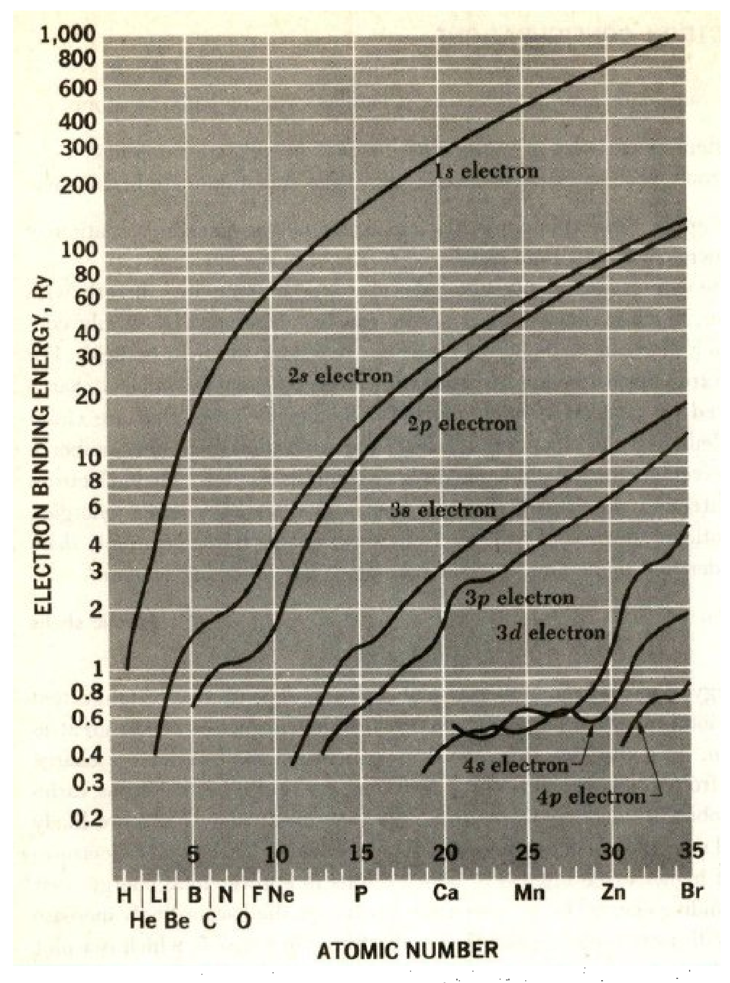
والحقيقة هي ان طاقة الالكترون في قشرة معينة تعتمد على عدده الكمي المداري l ، ولكن هذا الاعتماد يكون ضعيفا بالنسبة لتغير الطاقة مع العدد الكمي الأساس n . ولتوضيح اعتماد الطاقة على l ، نلاحظ أنه في حالة ذرة معقدة يكون مقدار حجب الشحنة النووية عن الكترون معين ، بواسطة الكترونات القشرات الداخلية ، معتمداً على توزيع احتمالية الالكترون المعين. وكلما صغر العدد الكمي المداري زادت احتمالية وجود الالكترون قرب النواة (لاحظ الشكل ٦-١١). لذلك في حالة ان l صغيرة، يكون مقدار حجب الشحنة النووية عن الالكترون بواسطة الالكترونات الأخرى قليلاً ، وبالتالي تكون الطاقة الكلية لهذا الالكترون اقل مما هي عليه لحالة الكترون ذي عدد كمي l كبير .وبعبارة اخرى تزداد طاقة الالكترونات في كل قشرة بزيادة العدد الكمي المداري . الشكل (٧-٥) يوضح هذه الحالة حيث يبين تغيّر طاقات الترابط للالكترونات في الحالات المختلفة كدالة للعدد الذري .

نعرّف القشرة الثانوية *subshell* بأنها تحوي الكترونات تمتلك نفس العدد الكمّي الاساس n والعدد الكمي المداري l . جميع الالكترونات في نفس القشرة الثانوية لها نفس الطاقات تقريباً ، ذلك لأن اعتماد طاقة الالكترون على m_l و m_s هو صغير جداً .

وتستخدم رموز الحالات الكمية لذرة الهيدروجين ، التي ادخلناها في الفصل السابق ، لكتابة التركيب الالكتروني للذرة . وكما هو موضح في الجدول (٦-٢) ، فالقشرات الثانوية تتميز بعددها الكمي الاساسي n ، يليه هذا العدد الحرف التابع للعدد الكمي المداري l للقشرة الثانوية . ونبيّن عدد الالكترونات في القشرة الثانوية برقم يوضع في الزاوية العليا اليمنى من الحرف الذي يشير للقشرة الثانوية . فمثلاً ، ان التركيب الالكتروني لذرة الصوديوم هو .

$$1s^2 2s^2 2p^6 3s^1$$

وهذه صيغة توضح ان كلاً من القشرتين الثانويتين $1s\ (n = 1, l = 0)$ و $2s\ (n = 2, l = 0)$ تحتوي على الكترونين ، والقشرة الثانوية $2p\ (n = 2, l = 1)$ تحتوي على ست الكترونات ، وأخيراً القشرة الثانوية $3s\ (n = 3, l = 0)$ تحتوي على الكترون واحد .



الشكل (٧–٥) طاقات الترابط للالكترونات الذرية مقاسة بوحدة Ry

(1 Ry = 1 Rydberg = 13.6 eV)

٧–٥ الجدول الدوري THE PERIODIC TABLE

عند ترتيب العناصر حسب تسلسل اعدادها الذرية ، فان العناصر المتشابهة في الخواص الكيماوية والفيزياوية تتكرر بصورة منتظمة . وقد أكتشف مندليف Mendeleev هذا القانون الدوري / periodic law قبل حوالي قرن من الزمن .وترتيب العناصر بشكل يوضّح دورية صفاتها ، يدعى بالجدول الدوري periodic table . ان الجدول (٧–١) هو أبسط جدول دوري. على حين ان هناك جداول دورية أكثر تعقيداً مصممة لتوضيح

دورية العناصر بصورة أدق .

ان كل عمود في الجدول (٧–١) يمثل مجموعة *groups* من العناصر ذات صفات مشتركة . فتتكون المجموعة I من الهيدروجين والمعادن القلوية . وهذه العناصر جدا فعالة كيمياويا وتكافؤ كل منها يساوي 1+ . والمجموعة VII تتكون من الهلوجينات halogens التي هي عناصر فعالة ، غير معدنية سريعة التبخر ، وتكافؤ كل منها 1− ، وتكون جزيئاتها في الحالة الغازية ثنائية الذرات . وتتكون المجموعة VIII من غازات خاملة لحد انها ليست فقط لاتتفاعل مع عناصر اخرى ، لتكوين مركبات ، بل ايضا لاترتبط بعضها مع بعض لتكوين جزيئات ثنائية او متعددة الذرات ، كبقية الغازات .

وتدعى الصفوف الافقية في الجدول (٧–١) بالدورات *periods* . فكل دورة تبدأ بمعادن فعالة جدا وتنتهي بغازات خاملة . وهناك ايضا تغيرات منتظمة في صفات العناصر داخل كل عمود في الجدول الدوري ، لكن هذه التغيرات اقل وضوحا مما هي عليه داخل الدورات . فمثلا بزيادة العدد الذري للمعادن القلوية تزداد فعاليتها الكيمياوية ، والعكس هو الصحيح لحالة الهلوجينات .

هناك سلسلة من العناصر الانتقالية *ransition elements* في كل الدورات بعد الدورة الثالثة . تنحصر هذه السلاسل بين المجموعة II والمجموعة III . والعناصر الانتقالية هي معادن تتشابه فيما بينها بالصفات الكيمياوية ، وهي لاتشبه المعادن في المجاميع الرئيسية . فهناك خمسة عشر معدنا انتقاليا في الدورة السادسة التي لها صفات متقاربة جدا بحيث يصعب تميز هذه العناصر بعضها عن بعض . هذه العناصر تدعى باللنثانيدات *lanthanide* او العناصر النادرة *rare earths* ، كذلك هناك مجموعة اخرى متشابهة تدعى بالاكتينات *actinide* التي تقع في الدورة السابعة .

ان فكرة القشرات shells والقشرات الثانوية subshells لتوزيع الالكترونات تنسجم مع التوزيع الدوري للعناصر . فدعنا هنا ندرس اساس ترتيب العناصر في الجدول الدوري .

ان مبدأ الانفراد يحدد عدد الالكترونات التي يمكن ان توجد في القشرات الثانوية . ان كل قشرة ثانوية تتميز بعدد كمي اساسي n وعدد كمي مداري l . حيث $l = 0, 1, 2, \ldots, (n-1)$

ولكل قيمة l هناك $2l+1$ قيمة مختلفة للعدد الكمي المغناطيسي m_l ، اذ ان :

$$m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots, \pm l$$

واخيرا لكل قيمة l ، m_l هناك قيمتان للعدد الكمي المغناطيسي البرمي m_s ($+\frac{1}{2}$ and $-\frac{1}{2}$)

وعليه فكل قشرة ثانوية تحوي في الاكثر $2(2l+1)$ من الالكترونات ، وكل قشرة تحوي في الاكثر :

$$\sum_{l=0}^{l=n-1} 2(2l+1) = 2[1+3+5+\cdots+2(n-1)+1]$$
$$= 2[1+3+5+\cdots+2n-1]$$

الـكترونا هناك n من الحدود داخل القوس ، ومتوسط هذه الحدود يساوي :
$\frac{1}{2}[1+(2n-1)]$ ولذا فالحد الاعلى لعدد الالكترونات في القشرة n هو

$$2 \times \frac{n}{2}[1+(2n-1)] = 2n^2$$

ان القشرات الذرية والقشرات الثانوية التي تحوي على اكبر عدد ممكن من الالكترونات تدعى قشرات مغلقة *closed*. قشرة ثانوية s مغلقة $(l=0)$ تحوي الـكترونين ، قشرة ثانوية p مغلقة $(l=1)$ تحوي ست الـكترونات ، وقشرة ثانوية d مغلقة $(l=2)$ تحوي عشرة الـكترونات ، وهكذا .....

ان مجموع الزخم الزاوي المداري والزخم الزاوي البرمي للالكترونات في قشرة ثانوية مغلقة يساو ، صفراً . وان توزيع شحنة الالكترونات في قشرة ثانوية مغلقة يكون متناظرا كرويا (راجع التمرين ٨ في الفصل السادس) . والكترونات قشرة مغلقة تكون مرتبطة بقوة الذرة ذلك لان الشحنة النووية الموجبة هي أكبر من شحنة الالكترونات السالبة في القشرات الداخلية (الشكل ٧-٦) . ولما كانت الذرات التي تحوي قشرات مغلقة فقط ليس لها عزم ثنائي قطب كهربائي ، لذلك فهي لاتجذب الـكترونات اخرى ، في حين تكون الـكتروناتها مرتبطة بقوة . وهذه الذرات تكون غير فعالة كيمياويا وهي تمثل الغازات الخاملة . والحقيقة هي ان قشرات الغازات الخاملة مغلقة او مايكافيء ذلك .
ان الذرات التي تحوي على الكترونا واحدا في قشرتها الخارجية تميل الى فقدان ذلك الالكترون

فهذا الالكترون يكون بعيداً نسبياً عن النواة ويتأثر بشحنة فعلية $+e$ ، التي تمثل محصلة شحنة النواة الموجبة وشحنة الالكترونات الداخلية السالبة . والهيدروجين والمعادن القلوية هي من هذا الصنف ، ومن هذا فان تكافؤها يساوي $+1$. الذرات التي قشراتها الخارجية تحتاج الى الكترون واحد للاشباع تميل الى اكتساب هذا الالكترون ، ذلك لأن شحنتها النووية

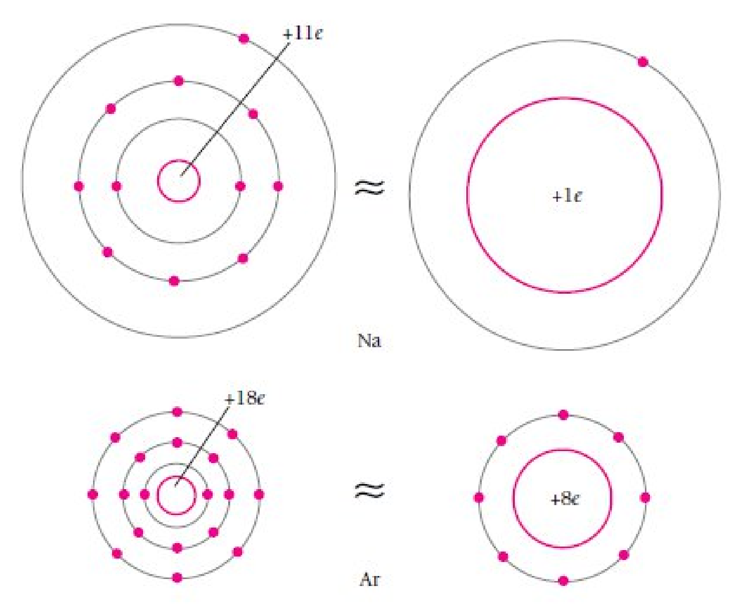
Period	Group I	Group II											Group III	Group IV	Group V	Group VI	Group VII	Group VIII
1	1 **H** 1.00																	2 **He** 4.00
2	3 **Li** 6.94	4 **Be** 9.01											5 **B** 10.81	6 **C** 12.01	7 **N** 14.01	8 **O** 16.00	9 **F** 19.00	10 **Ne** 20.18
3	11 **Na** 22.99	12 **Mg** 24.31											13 **Al** 26.98	14 **Si** 28.09	15 **P** 30.98	16 **S** 32.07	17 **Cl** 35.46	18 **Ar** 39.94
4	19 **K** 39.10	20 **Ca** 40.08	21 **Sc** 44.96	22 **Ti** 47.90	23 **V** 50.94	24 **Cr** 52.00	25 **Mn** 54.94	26 **Fe** 55.85	27 **Co** 58.93	28 **Ni** 58.71	29 **Cu** 63.54	30 **Zn** 65.37	31 **Ga** 69.72	32 **Ge** 72.59	33 **As** 74.92	34 **Se** 78.96	35 **Br** 79.91	36 **Kr** 83.8
5	37 **Rb** 85.47	38 **Sr** 87.66	39 **Y** 88.91	40 **Zr** 91.22	41 **Nb** 92.91	42 **Mo** 95.94	43 **Tc** (99)	44 **Ru** 101.1	45 **Rh** 102.91	46 **Pd** 106.4	47 **Ag** 107.87	48 **Cd** 112.40	49 **In** 114.82	50 **Sn** 118.69	51 **Sb** 121.75	52 **Te** 127.60	53 **I** 126.90	54 **Xe** 131.30
6	55 **Cs** 132.91	56 **Ba** 137.34	57–71 *	72 **Hf** 178.49	73 **Ta** 180.95	74 **W** 183.85	75 **Re** 186.2	76 **Os** 190.2	77 **Ir** 192.2	78 **Pt** 195.09	79 **Au** 197.0	80 **Hg** 200.59	81 **Tl** 204.37	82 **Pb** 207.19	83 **Bi** 208.98	84 **Po** (210)	85 **At** (210)	86 **Rn** 222
7	87 **Fr** (223)	88 **Ra** 226.05	89–103 **															

* Rare earths	57 **La** 138.91	58 **Ce** 140.12	59 **Pr** 140.91	60 **Nd** 144.24	61 **Pm** (145)	62 **Sm** 150.35	63 **Eu** 152.0	64 **Gd** 157.25	65 **Tb** 158.92	66 **Dy** 162.50	67 **Ho** 164.92	68 **Er** 167.26	69 **Tm** 168.93	70 **Yb** 173.04	71 **Lu** 174.97
** Actinides	89 **Ac** 227	90 **Th** 232.04	91 **Pa** 231	92 **U** 238.03	93 **Np** (237)	94 **Pu** (242)	95 **Am** (243)	96 **Cm** (247)	97 **Bk** (249)	98 **Cf** (251)	99 **Es** (254)	100 **Fm** (253)	101 **Md** (256)	102 **No** (254)	103 **Lw** (257)

الجدول (٧-١) : الجدول الدوري للعناصر . ان العدد فوق كل رمز يمثل العدد الذري للعنصر. في حين يمثل العدد الاسفل الكتلة الذرية مقاسة بوحدة u ان العناصر التي كتلتها الذرية موضوعة داخل اقواس هي عناصر غير موجودة في الطبيعة . ولكن يمكن تحضيرها صناعيا بواسطة التفاعلات النووية . والكتل الذرية لهذه العناصر تمثل الاعداد الكتلية للنظائر الاطول عمرا .

لا تكون محجوبة بصورة جيدّة بواسطة الكترونات الذرة . ان هذه النتيجة توضح الصفات الكيمياوية للهالوجينات . وهكذا يمكن تفسير التشابه بين مكونات المجاميع المختلفة في الجدول الدوري .

ان الجدول (٧-٢) يبيّن التركيب الالكتروني للعناصر . فنلاحظ ان العناصر الانتقالية تنشأ نتيجة أن قوة ترابط الالكترونات في الحالة s في الذرات المعقدة هي أكبر من قوة ترابط الالكترونات في الحالة d أو f . وأول عنصر يظهر هذا التأثير هو البوتاسيوم potassium ، الذي الكترونه الخارجي يكون في الحالة $4s$ بدلاً من الحالة $3d$. ان فرق طاقة الترابط بين الحالتين $3d$ و $4s$ هو ليس كبيراً جداً ، كما يمكن ملاحظة ذلك من التركيب الألكتروني للكروم والنحاس . ففي كل من هذين العنصرين هناك الكترون اضافي في الحالة $3d$ ، في حين تبقى الحالة $4s$ نصف مشغولة . وعلى الطالب ان يقارن هذه الصفة مع النتائج المبينة في الشكل (٧-٥) .



الشكل (٧-٦) حجب الالكترونات للشحنة النووية لذرتي الصوديوم والاركون . كل الكترون خارجي في ذرة الاركون يتأثر بشحنة فعلية ثمان مرات اكبر من الشحنة المؤثرة على الالكترون الخارجي في ذرة الصوديوم . وذلك على الرغم من ان الالكترونات الخارجية في كلا الحالتين تكون في القشرة $M(n = 3)$.

نلاحظ من الجدول (٧-٢) والشكل (٧-٧) أن تسلسل اشباع القشرات الثانوية هو

$1s, 2s, 2p, 3s, 3p, 4s, 3d, 4p, 5s, 4d, 5p, 6s, 4f, 5d, 6p, 7s, 6d$

وعلى هذا نستطيع أن نفهم تشابة الصفات الموجودة بين عناصر اللنثانيدات والاكتينات على

	K	L		M			N				O				P			Q
	1s	2s	2p	3s	3p	3d	4s	4p	4d	4f	5s	5p	5d	5f	6s	6p	6d	7s
1 H	1																	
2 He	2																	
3 Li	2	1																
4 Be	2	2																
5 B	2	2	1															
6 C	2	2	2															
7 N	2	2	3															
8 O	2	2	4															
9 F	2	2	5															
10 Ne	2	2	6															
11 Na	2	2	6	1														
12 Mg	2	2	6	2														
13 Al	2	2	6	2	1													
14 Si	2	2	6	2	2													
15 P	2	2	6	2	3													
16 S	2	2	6	2	4													
17 Cl	2	2	6	2	5													
18 A	2	2	6	2	6													
19 K	2	2	6	2	6		1											
20 Ca	2	2	6	2	6		2											
21 Sc	2	2	6	2	6	1	2											
22 Ti	2	2	6	2	6	2	2											
23 V	2	2	6	2	6	3	2											
24 Cr	2	2	6	2	6	5	1											
25 Mn	2	2	6	2	6	5	2											
26 Fe	2	2	6	2	6	6	2											
27 Co	2	2	6	2	6	7	2											
28 Ni	2	2	6	2	6	8	2											
29 Cu	2	2	6	2	6	10	1											
30 Zn	2	2	6	2	6	10	2											
31 Ga	2	2	6	2	6	10	2	1										
32 Ge	2	2	6	2	6	10	2	2										
33 As	2	2	6	2	6	10	2	3										
34 Se	2	2	6	2	6	10	2	4										
35 Br	2	2	6	2	6	10	2	5										
36 Kr	2	2	6	2	6	10	2	6										
37 Rb	2	2	6	2	6	10	2	6			1							
38 Sr	2	2	6	2	6	10	2	6			2							
39 Y	2	2	6	2	6	10	2	6	1		2							
40 Zr	2	2	6	2	6	10	2	6	2		2							
41 Nb	2	2	6	2	6	10	2	6	4		1							
42 Mo	2	2	6	2	6	10	2	6	5		1							
43 Tc	2	2	6	2	6	10	2	6	5		2							
44 Ru	2	2	6	2	6	10	2	6	7		1							
45 Rh	2	2	6	2	6	10	2	6	8		1							
46 Pd	2	2	6	2	6	10	2	6	10									
47 Ag	2	2	6	2	6	10	2	6	10		1							
48 Cd	2	2	6	2	6	10	2	6	10		2							
49 In	2	2	6	2	6	10	2	6	10		2	1						
50 Sn	2	2	6	2	6	10	2	6	10		2	2						
51 Sb	2	2	6	2	6	10	2	6	10		2	3						

الجدول (٧–٢) التركيب الالكتروني للعناصر.

	K	L		M			N				O				P			Q
	1s	2s	2p	3s	3p	3d	4s	4p	4d	4f	5s	5p	5d	5f	6s	6p	6d	7s
52 Te	2	2	6	2	6	10	2	6	10		2	4						
53 I	2	2	6	2	6	10	2	6	10		2	5						
54 Xe	2	2	6	2	6	10	2	6	10		2	6						
55 Cs	2	2	6	2	6	10	2	6	10		2	6			1			
56 Ba	2	2	6	2	6	10	2	6	10		2	6			2			
57 La	2	2	6	2	6	10	2	6	10		2	6	1		2			
58 Ce	2	2	6	2	6	10	2	6	10	2	2	6			2			
59 Pr	2	2	6	2	6	10	2	6	10	3	2	6			2			
60 Nd	2	2	6	2	6	10	2	6	10	4	2	6			2			
61 Pm	2	2	6	2	6	10	2	6	10	5	2	6			2			
62 Sm	2	2	6	2	6	10	2	6	10	6	2	6			2			
63 Eu	2	2	6	2	6	10	2	6	10	7	2	6			2			
64 Gd	2	2	6	2	6	10	2	6	10	7	2	6	1		2			
65 Tb	2	2	6	2	6	10	2	6	10	9	2	6			2			
66 Dy	2	2	6	2	6	10	2	6	10	10	2	6			2			
67 Ho	2	2	6	2	6	10	2	6	10	11	2	6			2			
68 Er	2	2	6	2	6	10	2	6	10	12	2	6			2			
69 Tm	2	2	6	2	6	10	2	6	10	13	2	6			2			
70 Yb	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6			2			
71 Lu	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	1		2			
72 Hf	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	2		2			
73 Ta	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	3		2			
74 W	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	4		2			
75 Re	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	5		2			
76 Os	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	6		2			
77 Ir	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	7		2			
78 Pt	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	9		1			
79 Au	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10		1			
80 Hg	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10		2			
81 Tl	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10		2	1		
82 Pb	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10		2	2		
83 Bi	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10		2	3		
84 Po	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10		2	4		
85 At	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10		2	5		
86 Rn	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10		2	6		
87 Fr	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10		2	6		1
88 Ra	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10		2	6		2
89 Ac	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10		2	6	1	2
90 Th	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10		2	6	2	2
91 Pa	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10	2	2	6	1	2
92 U	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10	3	2	6	1	2
93 Np	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10	4	2	6	1	2
94 Pu	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10	5	2	6	1	2
95 Am	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10	6	2	6	1	2
96 Cm	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10	7	2	6	1	2
97 Bk	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10	8	2	6	1	2
98 Cf	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10	10	2	6		2
99 E	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10	11	2	6		2
100 Fm	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10	12	2	6		2
101 Md	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10	13	2	6		2
102 No	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10	14	2	6		2
103 Lw	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10	14	2	6	1	2

الشكل (٧–٧) تسلسل الحالات الكميّة في الذرات .

أساس هذا التسلسل . فجميع اللنثانيدات لها نفس التركيب $5s^25p^66s^2$ ، ولها قشرة ثانوية $4f$ غير مشبعة . ان اضافة الكترونات للحالة $4f$ لا يؤثر على الصفات الكيمياوية لعناصر اللنثانيدات ؛ وذلك ان هذه الصفات تتحدد بالالكترونات الخارجية فقط . وعلى نفس النمط ، فان تشابه الاكتينات ناتج من أن جميعها لها تركيب $6s^26p^67s^2$ ، ولكن تختلف فيما بينها بعدد الالكترونات في الحالتين $5f$ و $6d$. الداخليتين

ان الشذوذات في طاقات ترابط الالكترونات الذرية هي أيضاً مسؤولة عن عدم وجود قشرة خارجية مشبعة تماماً بالغازات الخاملة الثقيلة . فالهليوم $(Z = 2)$ والنيون $(Z = 10)$ يمتلكان قشرات K و L ،مغلقة ، على التوالي . على حين يمتلك الاركون $(Z = 18)$ فقط ثمانية الكترونات في القشرة M حيث تكون القشرات الثانوية $3s$ و $3p$ مغلقة . وسبب عدم اشباع القشرة الثانوية $3d$ مباشرة بعد $3p$ هو أن طاقات ترابط الكترونات $4s$ اكبر من طاقات ترابط الكترونات $3d$. ولذلك فالقشرة $4s$ تتشبع قبل $3d$ ، كما في ذرة الكالسيوم وتكتسب القشرة الثانويه $3d$ ، في حالة العناصر الانتقالية الثقيلة ، الكترونات بعد ان تكتسب القشرة الخارجية $4s$ الكتروناً او الكترونين . ان الالكترونات الخارجية $4s$ هي التي تكون مسؤولة عن التفاعلات الكيمياوية لهذه العناصر . وبعد أن تتشبّع القشرة الثانوية $3d$ ، يستمر انتظام ملحوظ في توزيع الالكترونات حتى نصل الكربتون $(Z = 36)$ ، الذي يمثل غازاً خاملاً آخر . ففي هذه النقطة تبدأ قشرات خارجيّة اخرى غير مشبعة ، فيها فقط

القشرتان الثانويتان $4s$ و $4p$ مملؤتان. وياتي بعد الكربتون عنصر الروبيديوم (Z = 37) الذي يقع الكترونه الاضافي في القشرة الثانوية $5s$ بدلاً من $4d$ أ $4f$. والغاز الخامل التالي هو الزينون (Z = 54) ، الذي يمتلك قشرات ثانوية $4d$ ، $5s$ و $5p$ مشبعّة ، على حين تكون القشرات الثانوية الداخلية $4f$ ، $5d$ و $5f$ فارغة . ونفس التوزيع الالكتروني يتكرّر للغازات الخاملة المتبقّية .

وبهذه الطريقة تمكنّا من تفسير بعض الصفات الكيمياوية والفيزياوية للعناصر بدلالة تركيبها الالكتروني . والحقيقة هي أنه يمكن فهم كثير من الصفات الاخرى للعناصر على نفس الاسس .

٧-٦ قاعدة هونـــد HUND'S RULE

تنص قاعدة هوند على أن الكترونات الذرة تميل أن يكون برمها متوازياً . ان القابلية المغناطيسية العالية ferromagnetism للحديد ، والكوبلت والنيكل هي نتيجة مباشرة لقاعدة هوند . ففي هذه الذرات تكون القشرة الثانوية $3d$ مشغولة جزئياً . وبما أن برم الالكترونات يميل الى يكون متوازياً ، لذلك فان محصلة العزم المغناطيسي لتلك الذرات لا يساوي صفراً . في الحديد ، مثلاً ، خمسة من مجموعة ستة الكترونات في القشرة الثانوية $3d$ يكون برمها متوازياً ، وعليه فان ذرات الحديد لها محصلة عزم مغناطيسي كبيرة جداً . وسوف ندرس نتائج اخرى لقاعدة هوند في الفصل التاسع عند مناقشتنا للاواصر الجزيئية .

ان اساس قاعدة هوند ، هو وجود قوة التنافر بين الالكترونات الذرية فنتيجة لهذه القوة ، نجد انه كلما ازداد ابتعاد الالكترونات في الذرة عن بعضها الاخر، نقصت طاقة الذرة . ان الالكترونات الموجودة في نفس القشرة الثانوية والتي لها نفس البرم ، يجب ان تمتلك قيم m_l مختلفة ، ولذلك يجب ان تمتلك دالات موجية مدارية مختلفة . من هذا ينتج ان الكترونات ذات بـرم متواز تكون متباعدة في الفضاء اكثر مما لو كان برمها متعاكساً . أي أن طاقـة الالكترونات في الحالة الأولى تكون أقلّ من الطاقة في الحالة الثانية ومن هذا فان حالة نظام الكترونات ذوات برم متواز ، تكون أكثر استقراراً .

٧-٧ الزخم الزاوي الكلي TOTAL ANGULAR MOMENTUM

كل الكترون في ذرة يمتلك زخماً زاوياً مدارياً معيناً $\mathbf{L}$ وزخماً زاوياً برميا معيناً $\mathbf{S}$ ، وكلاهما يساهمان في تحديد الزخم الزاوي الكليّ $\mathbf{J}$ للذرة .

وكاي زخم زاوياً ، يكون J مكمما وتتحدد قيمة بالعلاقة :

(١٦-٧) $J = \sqrt{J(J+1)}\,\hbar$ الزخم الزاوي الذري الكلي

في حين أن مركبته J_z باتجاه محور z ، تأخذ القيم :

(١٧-٧) $J_z = M_J\hbar$ مركبة z للزخم الزاوي الذري الكلي .

ففي هاتين المعادلتين J و M_J هما عددان كميان يحددان J و J_z . ان برنامجنا لما تبقى من الفصل الحالي سينصب على دراسة صفات J ، وتأثيره على الظواهر الذرية وسيكون تصورنا للذرات شبه كلاسيكي لكي يقرب لنا تلك التأثيرات بصورة واضحة .

دعنا ندرس اولا ذرة زخمها الزاوي الكلي ناتج من الكترون واحد . ان الذرات في المجموعة I في الجدول الدوري ، كالهيدروجين والليثيوم والصوديوم ، .... هي أمثلة لهذه الحالة . ذلك لأن هذه الذرات تحوي الكتروناً واحداً في القشرات الخارجية . ومن مبدأ الانفراد يؤدي الى أن الزخم الزاوي والعزم المغناطيسي للقشرات الداخلية يساوي صفرا الايونات He^+ و Be^+ و Mg^+ و B^{++} و Al^{++} هي امثلة أخرى للحالة التي تحت الدرس .

ان قيمة الزخم الزاوي المداري L لالكترون ذرة يتحدد بالعدد الكمي المداري حسب العلاقة :

$$L = \sqrt{l(l+1)}\,\hbar \qquad (١٨-٧)$$

في حين أن مركبة L باتجاه z تتحدد بالعدد الكمي المغناطيسي m_l تبعا للعلاقة

$$L_z = m_l\hbar \qquad (١٩-٧)$$

كذلك فان قيمة الزخم الزاوي البرمي S تتحدد بالعدد الكمي البرمي s (الذي قيمة $+\frac{1}{2}$ فقط) بالعلاقة :

$$S = \sqrt{s(s+1)}\,\hbar \qquad (٢٠-٧)$$

في حين أن مركبة S باتجاه z ، تأخذ القيم :

$$S_z = m_s\hbar \qquad (٢١-٧)$$

حيث m_s يمثل العدد الكمي المغناطيسي البرمي . لما كان L و S متجهين جمعهما اتجاهيا ، لكي نحصل على الزخم الزاوي الكلي J :

$$\mathbf{J} = \mathbf{L} + \mathbf{S} \qquad (٢٢-٧)$$

ومن الشائع استعمال الرمزين j و m_j كعددين كميين لتعيين J و J_z لكل الكترون .

$$J = \sqrt{j(j+1)}\,\hbar \qquad (٢٣-٧)$$

$$J_z = m_j\hbar \qquad (٢٤-٧)$$

دعنا ندرس اولا العلاقة بين مركبات z للمتجهات $\vec{J}$ ، $\vec{L}$ و $\vec{S}$. وبما أن كل من J_z و L_z و S_z مقداراً عددياً ، فان :

$$J_z = L_z \pm S_z$$
$$m_j\hbar = m_l\hbar \pm m_s\hbar \qquad (٧-٢٥)$$

$$m_j = m_l \pm m_s$$

حيث ان هذه العلاقة تمثل العلاقة بين الاعداد الكمية المغناطيسية m_j ، m_l و m_s . ان القيم المسموحة لـ m_l تنحصر بين $+l$ و $-l$ مارة بـ 0 ، على حين قيم m_s هي $\pm s$. والعدد الكمي المداري l هو دائماً عدد صحيح أو 0 ، في حين أن $s = \frac{1}{2}$ ، وعليه فان m_j الناتج يجب أن يساوي نصف عدد صحيح فردي . فقيم m_j تنحصر بين $-j$ وَ $+j$ ، بحيث ان الفرق بين كل قيمتين متتاليتين يساوي l . وكذلك يكون لدينا :

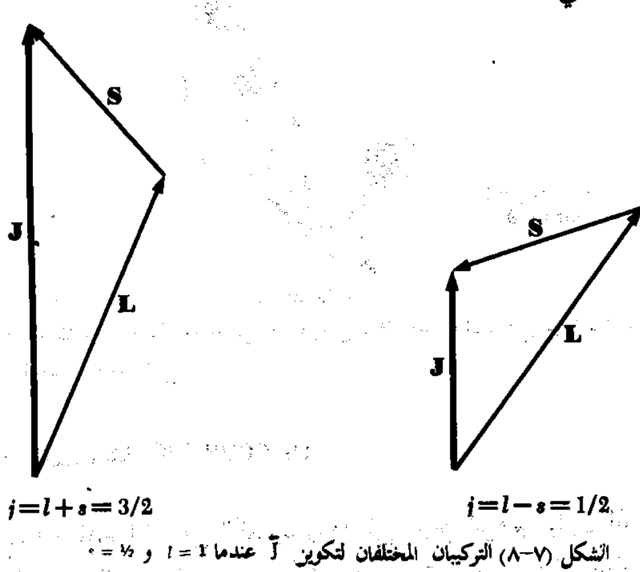
$$j = l \pm s \qquad (٧-٢٦)$$

فمثل m_j، قيمة j تساوي نصف عدد صحيح فردي .

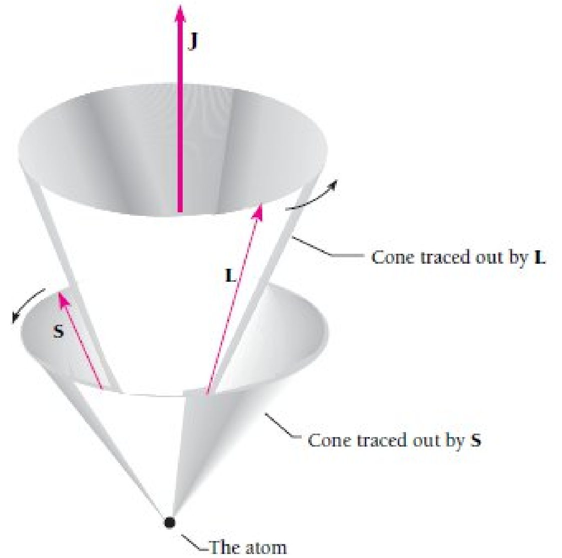
ولما كانت قيم J ، L و S مكممة ، فان هذه المتجهات تأخذ اتجاهات محددة فقط بالنسبة لبعضها الآخر . وفي حالة ذرّة ذات الكترون واحد ، مثلا ، هناك اتجاهان ممكنان لـS بالنسبة لـ L . أحد الاتجاهين يمثل الحالة $j = l + s$ ، أي : $J > L$ ، والاتجاه الثاني يمثل الحالة $j = l - s$ ، أي : $J < L$. الشكل (٧-٨) يوضح طريقتا جمع $\vec{L}$ و S لحالة $l = 1$ ، لتكوين J . فنلاحظ أن متجه الزخم الزاوي المداري ومتجه الزخم الزاوي البرمي لا يمكن ان يكونا متوازيين تماما أو متعاكسين بالنسبة لبعضهما الآخر ، وبالنسبة لمتجه الزخم الزاوي الكلي J .

وكما قد لاحظنا في البند (٧-٢) ان الزخم الزاوي L و S يولدان قوة مغناطيسية ينتج عنها عزم يؤثر على كل منهما . وفي حالة عدم وجود مجالا مغناطيسياً خارجياً يكون الزخم الزاوي الكلي محفوظاً بالقيمة والاتجاه ، على حين تأثير العزوم الداخلية يؤدي فقط الى دوران L و S حول اتجاه محصلتهما J (لاحظ الشكل ٧-٩) . لكن عند وجود مجال مغناطيسي B خارجي فان J يدور حول اتجاه B على حين يستمر L و S في الدوران حول J ، كما في الشكل (٧-١٠) . ان دوران J حول B هو الذي يؤدي الى ظاهرة زيمان المعقدة ، وذلك لأن محصلات J المختلفة تتضمن طاقات مختلفة متقاربة في حالة وجود مجال مغناطيسي خارجي . ان النوى الذرية تمتلك أيضاً زخوما زاوية وعزوما مغناطيسية ذاتية ، وسيتضح ذلك في الفصل الحادي عشر . ان هذه الكميات تساهم أيضاً في تحديد الزخم الزاوي الكلي والعزم المغناطيسي للذرة ، ولكن تأثيراتهما

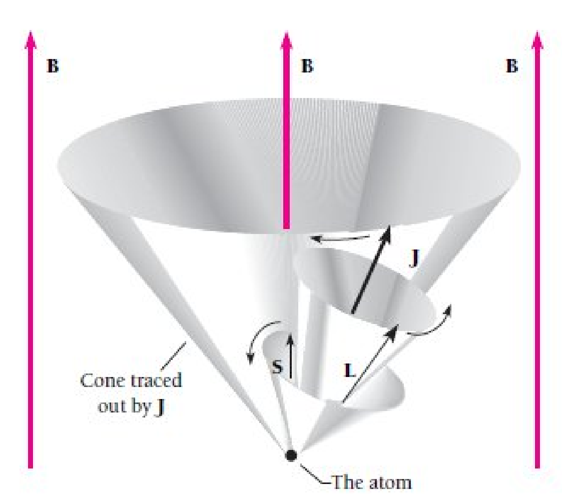
تكون صغيرة جدا لأن العزم المغناطيسي النووي هوفقط $\sim 10^{-3}$ من قيمة العزم المغناطيسي الالكتروني . ولهذا فان هذه التأثيرات تؤدي الى تراكيب دقيقة جدا hyperfine structure في الأطياف الذرية . ومن المعتاد أن نجد الفواصل بين هذه الخطوط فقط $\sim 10^{-2}$ Å ، بالمقارنـة مع الفواصـل بين خطوط التراكيب الدقيقـة fine-structure التي تكون بحدود بضعة انكسترومات .



الشكل (٧-٨) التركيبان المختلفان لتكوين J عندما $l = 1$ و $s = ½$



الشكل (٧-٩) حسب الانموذج الشبه الكلاسيكي للذرة ، يدورمتجها الزخم الزاوي المداري L والزخم الزاوي البرمي S حول الزخم الزاوي الكلي J .



الشكل (٧-١٠) عند وجود مجال مغناطيسي B خارجي ، فانه حسب الانموذج شبه الكلاسيكي للذرة ، يدور الزخم الزاوي الكلي J حول اتجاه B .

٧ – ٨ شد LS COUPLING LS

عندما يساهم اكثر من الكترون واحد في تعيين الزخم الزاوي المداري والزخم الزاوي البرمي لتركيب الزخم الزاوي الكلي J للذرة ، فان J لا تزال تمثل مجموع متجهات الزخوم الزاوية المدارية والزخوم الزاوية البرمية للالكترونات المنفردة . ولما كانت الالكترونات المساهمة تتفاعل بعضها مع بعض ، فان طريقة جمع متجهات زخومها الزاوية L_i و S_i لتكوين J ، تعتمد على الظرف الخاص لحالي الالكترونات . والطريقة الشائعة لتكوين J لجميع الذرات عدا الثقيلة منها ، هو ان الزخوم الزاوية المدارية L_i للالكترونات المختلفة يرتبط بعضها مع بعضها الكتروستاتيكيا لتكوين محصلة واحدة L ، والزخوم الزاوية البرمية S_i لهذه الالكترونات ترتبط مع بعضها لتكوين محصلة واحدة S . وسندرس في نهاية البند سبب هذا السلوك . ان الزخمان الزاويان L و S يتفاعل بعضهما مع بعض مغناطيسيا عن طريق شدّ البرم بالمدار spin-orbit *coupling* ، لتكوين الزخم الزاوي الكلي J . وهذا التركيب للزخم الزاوي الكلي يدعى بشدّ *LS coupling, LS* والتي يتلخص بما يأتي :

$$\begin{aligned} L &= \Sigma L_i \\ S &= \Sigma S_i \\ J &= L + S \end{aligned} \qquad \text{شد LS} \qquad (٧-٢٧)$$

وكالعادة تكون، L وS و J و L_z و S_z و J_z مكممة ، وتتحدد بالاعداد الكمية L و S و J و M_L و M_S و M_J ، على التوالي . وعليه :

$$L = \sqrt{L(L+1)}\,\hbar \quad (\text{٢٨} - \text{٧})$$

$$L_z = M_L\,\hbar \quad (\text{٢٩} - \text{٧})$$

$$S = \sqrt{S(S+1)}\,\hbar \quad (\text{٣٠} - \text{٧})$$

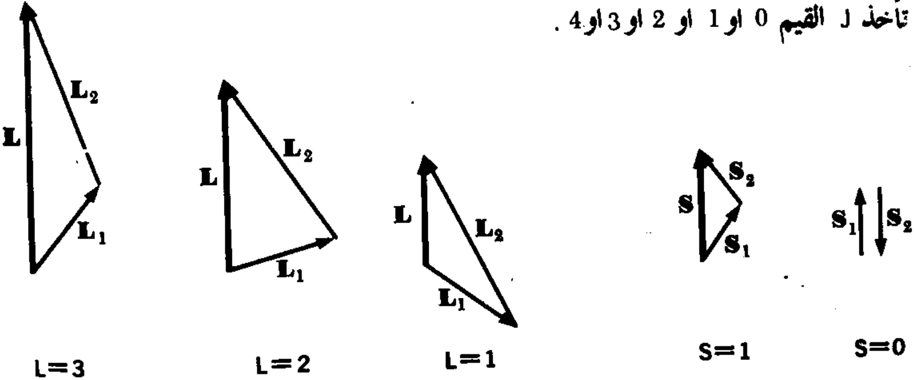
$$S_z = M_S\,\hbar \quad (\text{٣١} - \text{٧})$$

$$J = \sqrt{J(J+1)}\,\hbar \quad (\text{٣٢} - \text{٧})$$

$$J_z = M_J\,\hbar \quad (\text{٣٣} - \text{٧})$$

ان كلاً من L و M_L تاخذ دائما عددا صحيحا او 0 ، على حين تأخذ الاعداد الكمية الاخرى انصاف اعداد فردية ، اذا كان عدد الالكترونات فرديا ، او اعدادا صحيحة او 0 ، اذا كان عدد الالكترونات زوجيا .

وعلى سبيل المثال، دعنا ندرس الكترونين الاول في الحالة $l_1 = 1$ والثاني في الحالة $l_2 = 2$. فهناك ثلاث طرق لجمع L_1 و L_2 لتركيب المتجه L ، الذي يحقق المعادلة (٧-٢٨) ، لاحظ الشكل (٧-١١) . هذه التراكيب تعود الى $L = 1, 2, 3$ ، ان القيم المسموحة لـ L تنحصر بين $l_1 + l_2$ و $l_1 - l_2$. ان العدد الكمي البرمي يساوي دائما $+½$ وعليه فالتركيبان الممكنان لـ S_1 و S_2 يمثلان $S = 0$ و $S = 1$ ، لاحظ الشكل (٧-١١) . نلاحظ ان L_1 و L_2 لايمكن ان يوازيا المتجه L وكذلك S_1 و S_2 لا يمكن ان يوازيا S ، الا حين يساوي مجموعهما 0 . ويستطيع العدد الكمّي الكلي J ان يأخذ جميع القيم من $L + S$ الى $L - S$ ، وعليه ففي هذه المسألة تأخذ J القيم 0 او 1 او 2 او 3 او 4 .



الشكل (٧-١١) عندما $l_1 = 1$ ، $s_1 = ½$ و $s_2 = ½$ ، $l_2 = 2$ ، فان هناك ثلاث طرق لتركيب L_1 و L_2 لتكوين L ، وطريقتين لتركيب S_1 و S_2 لتكوين S

ان ظاهرة شد LS هي نتيجة القوة الالكتروستاتيكية العالية نسبيا ، التي تشد الزخوم المدارية المنفردة فيما بينها لتكوين المحصلة L ، والزخوم البرمية المنفردة فيما بينها لتكوين المحصلة S. وعلينا ان ندرس الان منشأ هذه القوى . فالشكل (٦-١٢)، يوضح توزيع كثافة الاحتمالية $|\psi|^2$ للالكترون في الحالات الكمية المختلفة في ذرة الهيدروجين. وبطبيعة الحال ، ان التوزيع الالكتروني للذرات الاكثر تعقيدا يختلف نوعا ما عن التوزيع المبين ، ولكن تبقى نفس الصفة العامة في هذه الذرات : وهو ان توزيع كثافة الاحتمالية $|\psi|^2$ لايكون متناظراً كروياً ، عدا الحالات الكمية s . (على اي حال، الحالة الاخيرة هي غير مهمة للمسألة تحت الدرس لأن عندها $l = 0$ ، وبالتالي فالالكترون لا يمتلك زخما زاويا مداريا) . ونتيجة عدم التناظر في توزيع كثافة الشحنة الالكترونية، تعتمد القوة الالكتروستاتيكية بين الالكترونات في ذرة على اتجاهات الزخوم الزاوية للالكترونات بالنسبة لبعضها الآخر . هناك اتجاهات خاصة للزخوم الزاوية تكون عندها الذرة اكثر استقرارا . وهذه التراكيب المستقرة لها زخم زاوي مكمم يتبع العلاقة $L = \sqrt{L(L+1)}\,\hbar$

ان طاقة تراكيب L_i تكون دنيا عندما تكون قيمة L عظمى . ويمكننا فهم هذه الظاهرة بسهولة من دراسة تفاعل الكترونين في نفس مدار بور . فلما كانت الالكترونات تتنافر الكتروستاتيكيا بعضها عن بعض فانها تميل ان تدور بنفس الاتجاه حول النواة. وهذه الحالة تجعل قيمة L عظمى . فلو دارت الالكترونات باتجاهين متعاكسين (تكون عندها قيمة L دنيا) لاجتاز بعضها البعض الآخر بصورة اكثر تكراراً وبالتالي تكون طاقة النظام أعلى .

ان شد برم الالكترونات المختلفة بعضها مع بعض، هو اصعب فهما لانه يمثل ظاهرة كمية بحتاً وليس لها مرادف كلاسيكي . (علينا ان نبين ان التفاعل المغناطيسي بين العزوم المغناطيسية للالكترونات هو غير مهم وليس مسؤولا عن شد الزخوم الزاوية البرمية) . والفكرة الاساس في هذه المسألة هي ان الدالة الموجية الكاملة $\psi(1, 2, \ldots, n)$ لنظام من n من الالكترونات ، انما هي حاصل ضرب دالة موجية موقعية $u(1, 2, \ldots, n)$ التي تصف توزيع الالكترونات في الفضاء ودالة البرم $s(1, 2, \ldots, n)$ ، التي تصف اتجاهات برم الالكترونات . ولقد لاحظنا في البند (٧-٣) ان الدالة الموجية الكاملة $\psi(1, 2, \ldots, n)$ يجب ان تكون ضديدة التناظر ، وهذا يعني ان الدالة $u(1, 2, \ldots, n)$ تعتمد على الدالة $s(1, 2, \ldots, n)$. وعليه فأي تغير في توزيع اتجاهات برم الالكترونات يصحبه تغير في توزيع كثافة الالكترونات في الفضاء ، وبالتالي تغير في الطاقة الكامنة الالكتروستاتيكية للذرة ، ان تحويل الذرة من حالة ذات زخم زاوي برمي كلي S الى زخم زاوي برمي مختلف، يتطلب تغيراً في توزيع الكثافة الالكترونية، بذلك يحتاج الى قوة

الكتروستاتيكية عالية . وبالاضافة الى ذلك فان تغير اتجاهات الزخوم الزاوية البرمية S_1 و S_2 ... و S_n يحتاج ايضا الى قوة مغناطيسية ولكنها ضعيفة نسبيا . وهذه الملاحظات توضح القول ان الزخوم الزاوية البرمية S_i يكون بعضها مشدوداً مع بعض بقوة الكتروستاتيكية عالية .

ان الطاقة الدنيا لتراكيب S_i المختلفة تعود دائما الى قيمة عظيمة لـ S . وهذه هي قاعدة هوند . وسبب هذه الظاهرة هو ان الالكترونات ذات بروم متوازية في نفس القشرة الثانوية يجب ان يمتلك قيما مختلفة لـ m_l ، وبذلك فان دالاتها الموجية الموقعية تكون مختلفة . وهذا يعني ان معدل المسافات الفاصلة بين الالكترونات تكون أكبر ، وبالتالي تكون طاقة النظام أصغر مما هي عليه عندما تكون بروم الالكترونات متعاكسة .

أخيرا فان تركيب L و S يمتلك طاقة دنيا عندما تكون J اقل ما يمكن ، ولكننا سوف لا نبرهن هذا الاستنتاج .

* ٧ – ٩ شـد jj COUPLING jj

في حالة الذرات الخفيفة ، فان القوى الالكتروستاتيكية التي تربط L_i المختلفة مع بعضها لتكوين L والقوى التي تربط S_i المختلفة مع بعضها لتكوين S تكون اقوى بكثير من قوى الشد المغناطيسية بين L و S لتكوين J . وهذه الحالة تبقى سارية حتى في حالة وجود مجال مغناطيسي خارجي قوى نسبيا ، ولكن على ان تبقى سرعة دوران J حول B أبطأ من سرعة دوران L و S حول J . ان الشحنة النووية في الذرات الثقيلة تكون كبيرة نسبيا بحيث ان التفاعل بين برم ومدار كل من الالكترونات مقارب بالقيمة الى شدّ L_i المختلفة فيما بينها ، و S_i المختلفة فيما بينها . لذلك فان شد LS يكون غير متميز في الذرات الثقيلة . واختفاء شد LS يحدث ايضا عند تسليط مجال مغناطيسي خارجي قوي $\sim 10\,T$ ، اذ يؤدي الى ظاهرة باشن – باك Paschen-Back للاطياف الذرية . وعند اختفاء شد LS تتجمع الزخوم الزاوية الكلية J_i للالكترونات المنفردة، بعضها مع بعض لتكوين الزخم الزاوي الكلي J للذرة . وهذا التركيب يدعى بشد jj ، ذلك لأن كل J_i تتحدد بالعدد الكمي j كما في المعادلة (٧–٢٣). يكون لدينا :

$$\text{jj شدّ} \quad J_i = L_i + S_i$$

$$J = \Sigma J_i \qquad (٧ – ٣٤)$$

لقد بينا في البند (٦ – ٤) اننا نرمز لحالات الزخم الزاوي المداري للالكترونات المنفردة بحروف صغيرة هي : s للحالة $l = 0$ ، و p للحالة $l = 1$ ، و d للحالة $l = 2$ ،

وهكذا . وبنفس الطريقة ، نرمز للحالات الالكترونية لذرة ككل بحروف لاتينية كبيرة تبعا للعدد الكمي للزخم الزاوي المداري ، حيث :

$$\begin{array}{llllllll} L = 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6\ldots \\ & S & P & D & F & G & H & I\ldots \end{array}$$

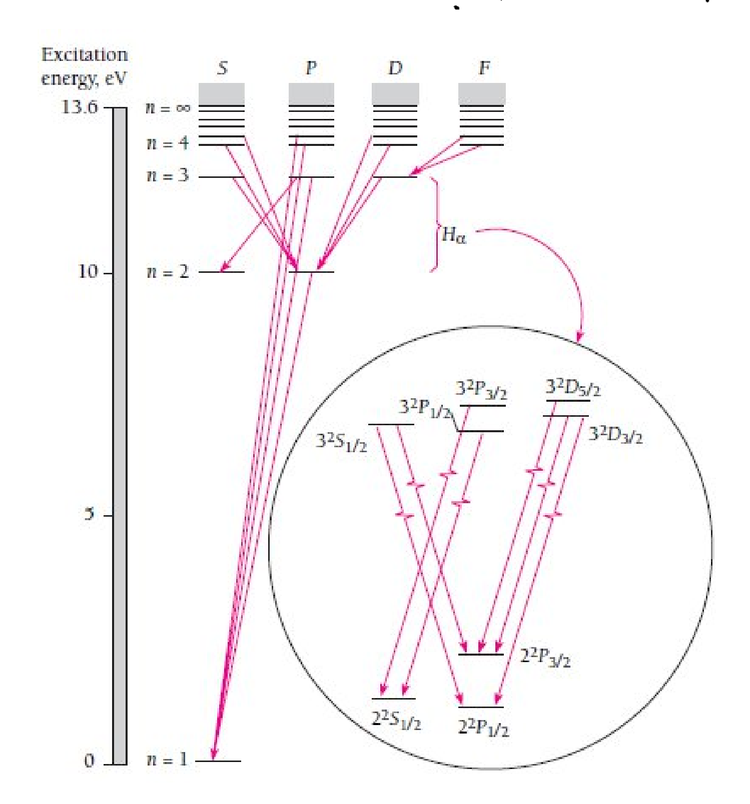
ويوضع عددا في الزاوية العليا اليسرى من الحرف (مثلا ^2P) لبيان تضاعف الحالة *multiplicity* of the state ، وهذا العدد يمثل عدد الاتجاهات المختلفة الممكنة لـ S بالنسبة لـ L ، وبالتالي عدد القيم الممكنة لـ J . فعندما $L > S$ فان تضاعف الحالة يساوي $2S + 1$ ، لأن J تمتد بين $L + S$ ، $L - S$ مارة بالصفر . عليه عندما $S = 0$ فالتضاعف يساوي 1 (حالة احادية *singlet* state) وعند هذه الحالة $J = L$ فقط . وعندما يكون $S = ½$ ، فالتضاعف يساوي 2 (حالة ثنائية *doublet* state) ، وعند هذه الحالة $J = L \pm ½$. وعندما $S = 1$. فالتضاعف يساوي 3 (حالة ثلاثية *triplet* state) وعند هذه الحالة $J = L + 1$ ، او $J = L$ ، او $J = L - 1$ ، وهكذا. (وفي حالة ان $S > L$ ، يكون التضاعف $2L + 1$) . نضع العدد الكمي J للزخم الزاوي الكلي في الزاوية اليمنى السفلى من الحرف التابع للحالة . فمثلا ، $^2P_{3/2}$ (تقرأ ، doublet P three-halves) التي ترمز للحالة الالكترونية التابعة لـ $S = ½$ و $L = 1$ و $J = 3/2$. وتدعى هذه الاصطلاحات برموز الحالات *term symbols* .

اذا كان الزخم الزاوي للذرة ينتج من الكترون واحد خارجي ، فيوضع العدد الكمي الاساس n لهذا الالكترون قبل رمز الحالة . فمثلا نرمز للحالة الأرضية لذرة الصوديوم بـ $3^2S_{1/2}$ ، لأن التركيب الالكتروني للذرة يتضمن الكترونا واحدا في الحالة $n = 3$ ، و $l = 0$ ، و $s = ½$ (وعليه $j = ½$) ، خارج القشرتين المغلقتين $n = 1$ و $n = 2$ الداخليتين . ولكي نحصل على توافق بين رموز الحالات ، فمن المناسب ان نرمز للحالة التي في أعلاه بـ $n = 2$ (العدد يعبر عن حالة ثنائية) ، على الرغم من ان هناك قيمة واحدة ممكنة لـ J ، حيث ان $L = 0$.

* ٧ - ١٠ أطياف الالكترون المنفـرد : ONE-ELECTRON SPECTRA

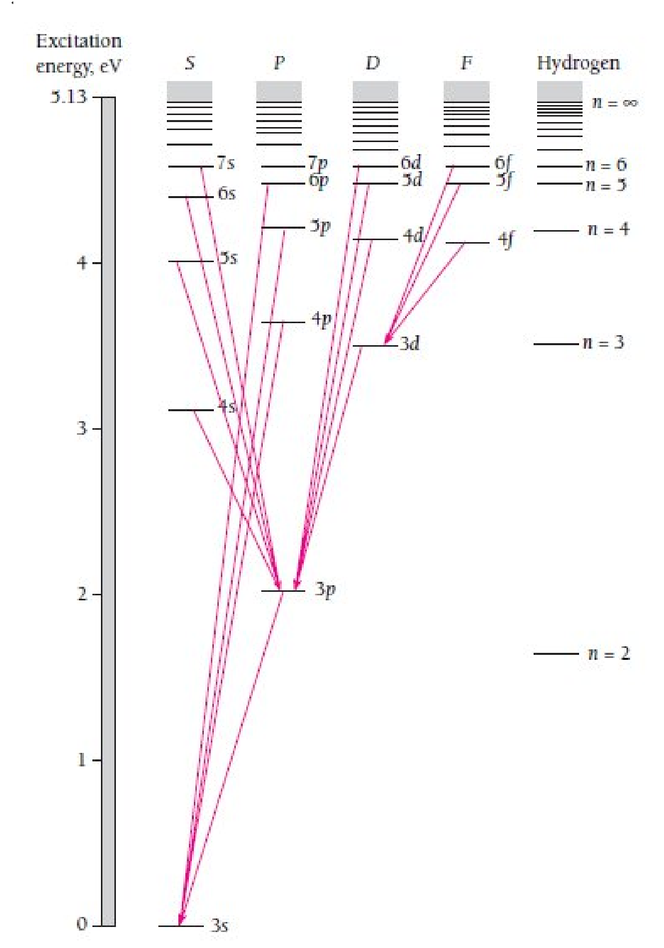
نستطيع الآن فهم التراكيب الاساس لأطياف العناصر المختلفة. وقبل ان ندرس أمثلة لهذه الاطياف ، علينا ان نبين ان هناك تعقيدات أخرى في الاطياف الذرية تنشأ من التأثيرات النسبية وضوضاء المجال الكهرومغناطيسي التلقائي في الفراغ vacuum fluctuations (راجع البند ٦ - ١٠). فهذه التأثيرات تؤدي الى انشطار بعض مستويات الطاقة الى مستويات ثانوية متقاربة وبذلك تشكل مصدرا آخراً للتركيب الدقيق للاطياف الذرية .

فالشكل (٧-١٢) يوضح الحالات الكمية المختلفة لذرة الهيدروجين ، مرتبة حسب العدد الكمي الاساسي n والعدد الكمي المداري l . ان قاعدة الاختبار selection rule للانتقالات المسموحة هي $\Delta l = \pm 1$ ، كما هي مبينة بالانتقالات المؤشرة . ولتوضيح بعض الصفات الدقيقة غير المبينة في هذه الاشكال ، نبين داخل الدائرة اليمنى في الشكل بعض التراكيب الدقيقة للمستويين $n = 2$ و $n = 3$. نلاحظ انه ليست فقط الحالات الثانوية التابعة لقيم مختلفة لـ j (لنفس n) تختلف فيما بينها بالطاقة ، بل ايضا الحالات التابعة للقيم المختلفة لـ l (لنفس n و j) تختلف بالطاقة . ويمكن ملاحظة التأثير الاخير بصورة واضحة لحالة n و l صغيرين . وهذا التأثير يدعى بانحراف لامب "Lamb shift" الذي أكتشف عام 1947 من ملاحظة انحراف الحالة $2^2S_{1/2}$ بالنسبة للحالة $2^2P_{1/2}$. وتؤدي التأثيرات المختلفة الى انشطار خط الطيف H_α $(n = 3 \rightarrow n = 2)$ لذرة الهيدروجين الى سبعة خطوط متقاربة .



الشكل (٧-١٢) مخطط مستويات الطاقة لذرة الهيدروجين يوضح منشأ بعض خطوط الطيف المهمة . المخطط داخل الدائرة يوضح التراكيب الدقيقة للحالتين $n = 2$ و $n = 3$، والانتقالات التي تؤدي الى خطوط H_α الدقيقة .

تمتلك ذرة الصوديوم الكترونا واحدا في المدار $3s$ خارج قشرات داخلية مغلقة. ولذلك لو افترضنا ان الالكترونات العشرة الداخلية تحجب تماما $+10e$ من الشحنة النووية، لوجدنا ان الالكترون الخارجي يتأثربشحنة نووية $+e$ كما في حالة ذرة الهيدروجين. ومن هذا نستنتج ، كتقريب اولي ، ان مستويات طاقة الالكترون الخارجي في ذرة الصوديوم تشبه مستويات طاقة ذرة الهيدروجين. الا انه في الحالة الاولى تتمثل الطاقة الدنيا بـ $n = 3$ بدلا من $n = 1$ ؛ ذلك لوجود الالكترونات في القشرات الداخلية. الشكل (٧-١٣) يوضح مستويات طاقة الصوديوم ومستويات طاقة ذرة الهيدروجين. ونلاحظ ان هناك تشابهاً كبيراً بين مستويات طاقة الذرتين التابعة للحالات الكمية ذوات l كبيرة (اي ذوات زخم زاوي كبير) .



الشكل (٧-١٣) مستويات طاقة الصوديوم . في هذا الشكل نوضحّ ايضاً مستويات طاقة الهيدروجين للمقارنة

ولكي نفهم سبب اختلاف مستويات طاقة الصوديوم والهيدروجين لقيم صغيرة لـ l دعنا نشير الى الشكل (٦-١١) . نلاحظ من هذا الشكل أن توزيع احتمالية وجود الالكترون في ذرة الهيدروجين تتغير مع قيمة l و n، اذ تزداد الاحتمالية قرب النواة كلما صغرت قيمة l و n. وعلى الرغم من ان الدالات الموجية للصوديوم تنطبق تماماً مع الدالات الموجية للهيدروجين، فإنها تشابهها بالصفات العامة . وعليه نتوقع ان الالكترون الخارجي في ذرة الصوديوم يتوغل أكثر داخل قلب الذرة عندما يكون في الحالة s ، ويكون أقل توغلا عندما في الحالة p ، وهكذا .... وكلما قل حجب الشحنة النووية عن الكترون زاد معدل القوة المؤثرة عليه ، وبذلك تكون طاقته أقل (أي ذات قيمة كبيرة سالبة) . ولهذا السبب نجد ان مستويات طاقة الالكترون الخارجي في ذرة الصوديوم التابعة لقيمة صغيرة لـ l تكون منخفضة بالنسبة لنظيراتها من مستويات طاقة الهيدروجين . ونفس التأثير يؤدي الى وجود اختلاف واضح بين مستويات طاقة الصوديوم التابعة لقيم مختلفة لـ l والمتشابه في قيمة n (لاحظ الشكل ٧-١٣) .

*٧-١١ طيف نظام مكون من الكترونين TWO-ELECTRON SPECTRA

في ذرتي الصوديوم والهيدروجين هناك الكترون واحد خارجي يكون مسؤولا عن اطياف هذه الذرات . وفي ذرة الهيليوم هناك الكترونان في الحالة الارضية $1s$. ومن المناسب أن ندرس تأثير شد LS على أطياف وسلوك هذه الذرة . ولهذا الهدف نبين أولا قواعد الاختيار للانتقالات المسموحة في حالة وجود شد LS :

$$\Delta L = 0, \pm 1 \qquad (٧-٣٥)$$

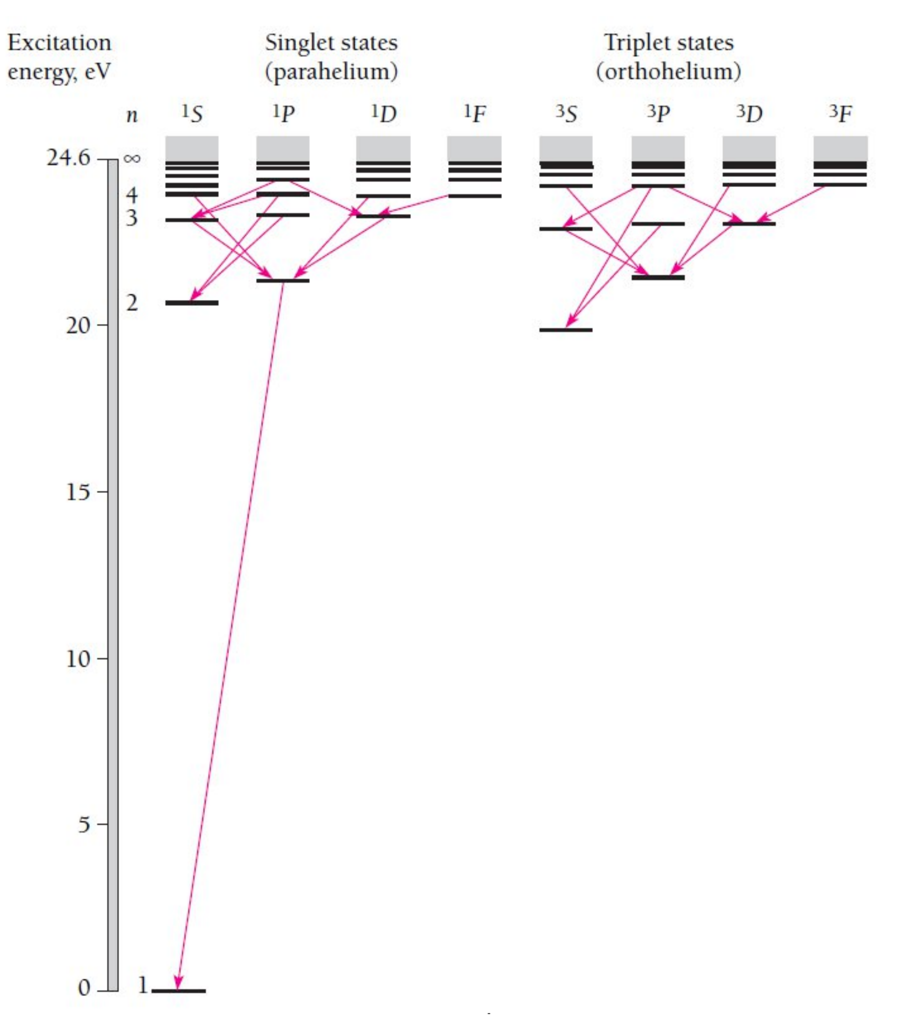
قواعد الاختيار بوجود شد LS

$$\Delta J = 0, \pm 1 \qquad (٧-٣٦)$$

$$\Delta S = 0 \qquad (٧-٣٧)$$

وفي حالة وجود الكترون واحد يكون الانتقال $\Delta L = 0$ غير مسموحا وان $\Delta L \doteq \Delta l = \pm 1$ هي الانتقالات الوحيدة المسموحة . وكذلك عندما $J = 0$ في الحالة الابتدائية ، فيجب أن يكون $J \neq 0$ في الحالة النهائية اذ أن الانتقال $J = 0 \rightarrow J = 0$ ممنوع .

الشكل (٧-١٤) يوضح مستويات طاقة ذرة الهليوم . ان المستويات المختلفة تعود الى التراكيب التي فيها الكترون واحد في حالة أرضية ، والآخر في حالة متهيجة . ولما كانت الزخوم الزاوية للالكترونين بعضها مشدود مع بعض ، فمن المناسب ان ندرس مستويات الطاقة باعتبارها خاصة للذرة ككل وليست لالكترون واحد . هناك ثلاثة اختلافات مهمة بين الشكل (٧-١٤) لذرة الهيليوم والشكل (٧-١٣) لذرتي الصوديوم والهيدروجين



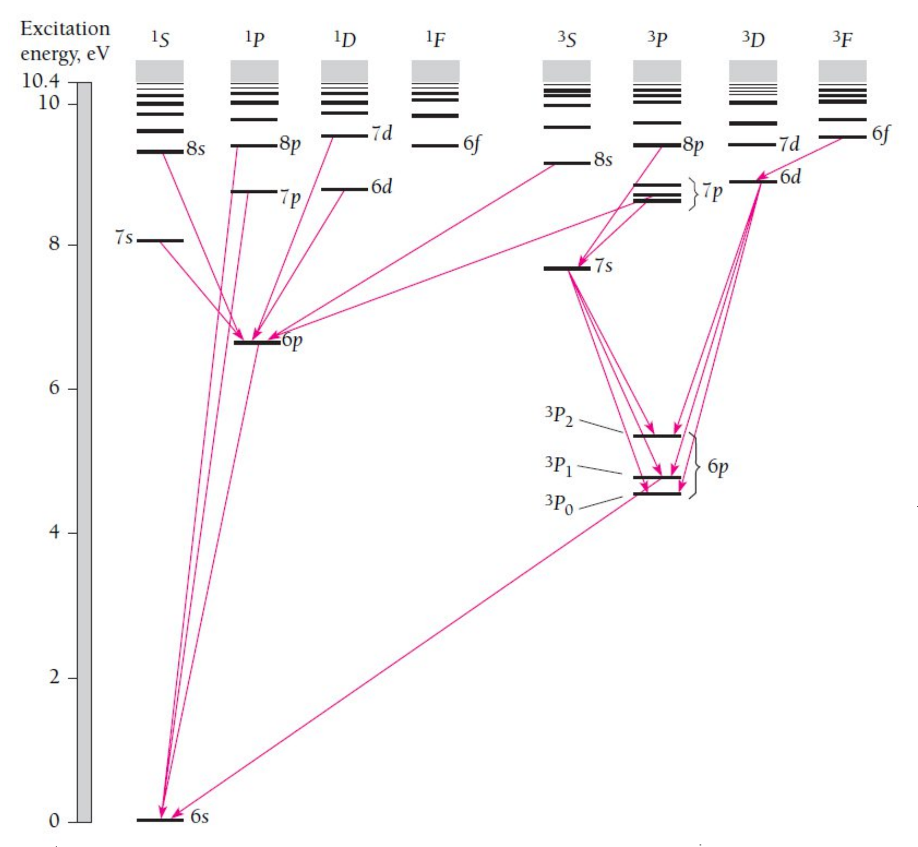
الشكل (٧-١٤) مخطط مستويات طاقة الهيليوم يبين تقسيم الحالات الى فردية (باراهيليوم) وثلاثية (اورثوهيليوم) . نلاحظ أنه ليس هناك حالة 1^3S .

الاختلاف الاول هو تقسيم الحالات الذرية الى حالات احادية singlet states وحالات ثلاثية triplet states ، التي تمثل الحالات فيها برما الالكترونين متعاكسين (حيث $S = 0$) ومتوازيان (حيث $S = 1$) ، على التوالي . وبسبب قاعدة الاختيار $\Delta S = 0$ ، نجد أن الانتقالات بين الحالات الاحادية والحالات الثلاثية ممنوعة . وعليه فان طيف الهيليوم ينتج من انتقالات ضمن كل مجموعة . فذرات الهيليوم في الحالات الاحادية (برما الكترونيها متعاكسان) تكون مايدعى بالباراهيليوم *parahelium* ، والذرات في الحالات الثلاثية برما الكترونيها متوازيان) تكون مايدعى بالاورثوهيليم *orthohelium*

وتستطيع ذرة اورثوهيليوم ان تتحول الى باراهيليوم او يتحول البارهيليوم الى اورثوهيليوم عن طريق التصادم . وعليه الهيليوم المسال او الغازي الاعتيادي هو مزيج من النوعين . ونتيجة لقاعدة الاختيار $S = 0$ ، تكون الحالة الثلاثية الدنيا شبه مستقرة *metastable* ؛ وذلك لأنه عند عدم وجود تصادم ، تبقى الذرة في هذه الحالة لفترة طويلة من الزمن (ثانية أو أكثر) قبل أن تشع وتتحول الى الحالة الارضية التي هي أحادية .

الصفة الثانية المتميزة في الشكل (٧-١٤) هو فقدان الحالة 1^3S . فعلى الرغم من أن الحالة الدنيا للحالات الاحادية هي 1^1S ، نلاحظ أن الحالة الدنيا للحالات الثلاثية هي 2^3S . ان عدم وجود الحالة 1^3S هو نتيجة مباشرة لمبدأ الانفراد ؛ حيث في الحالة 1^3S يكون برما الالكترونين متوازيين ، وبالتالي يمتلكان نفس الاعداد الكمية . والاختلاف الثالث بين مستويات طاقة ذرة الهيليوم وذرة الهيدروجين او الصوديوم ، هو فرق الطاقة الكبير بين الحالة الارضية والحالة المتهيجة التالية في ذرة الهيليوم . وهذه الصفة تعكس قوة الترابط الكبيرة على الكترونات القشرات المغلقة التي ناقشناها سابقا في هذا الفصل . ان الطاقة تأين الهيليوم (أي الشغل اللازم لفصل الكترون من ذرة الهيليوم تساوى 24.6 eV وهذه هي أكبر طاقة تأين لجميع العناصر .

وآخر مثال ندرسه هو ذرة الزئبق ، التي تحوى على الكترونين خارج قشرات ثانوية مغلقة ، فيها 78 الكترونا (لاحظ الجدول ٧-٢) . وكما في حالة الهيليوم ، نتوقع هنا ايضا أن تنقسم الحالات الذرية الى حالات احادية وثلاثية . وبما أن ذرة الزئبق ثقيلة ، لذا يجب أن نتوقع كذلك اختفاء شد LS للزخوم الزاوية . ان الشكل (٧-١٥) يؤكد هذه التوقعات . حيث أن هناك عدداً من خطوط الطيف المهمة لذرة الزئبق تنتج من انتقالات تخرق قاعدة الاختيار $\Delta S = 0$. ومثال هذا الانتقال : $^3P_1 \rightarrow {}^1S_0$ الذي يؤدي الى خط طيف قوى طوله الموجي 2,537-Å في منطقة فوق البنفسجية . ان شدة هذا الخط لاتعني أن هناك احتمالية عالية لتلك الانتقالات ، ذلك لأن الحالات الثلاث $^3P_1$ تشكل الحالات الدنيا في المجموعة الثلاثية وعليه يكون تعدادها عالياً في الذرات المتهيجة لبخار الزئبق . ان الانتقالين $^3P_0 \rightarrow {}^1S_0$ و $^3P_2 \rightarrow {}^1S_0$ يخرقان على التوالي ، قواعد الاختيار $J = 0$ ، $J = 0$ و ± 1 او 0 و ΔJ بالاضافة الى أنهما لايحققان قاعدة الاختيار $\Delta S = 0$. وبذلك فان حدوث هذين الانتقالين اقل احتمالا من الانتقال $^3P_1 \rightarrow {}^1S_0$. وهذه الصفة تبين أنه عند عدم وجود تصادم بين الذرات فان الحالتين $^3P_0$ و $^3P_2$ تكون شبه مستقرة ، حيث ان الذرة تبقى في أي من هاتين الحالتين لفترة طويلة من الزمن . ان قوة شد البرم بالمدار الكبيرة في ذرة الزئبق ، والتي تسبب فشل شد LS ، هي أيضا مسؤولة عن وجود الفواصل الكبيرة بين مستويات ^3P الثلاثيـــة .



الشكل (٧–١٥) مستويات طاقة الزئبق . المستويات المختلفة تعود الى التراكيب التي فيها الكتروناً واحداً من الالكترونين الخارجيين في الحالة الارضيه والالكترون الآخر في حالة متهيجةّ .

٧–١٢ طيف الأشعة السينية X-RAY SPECTRA

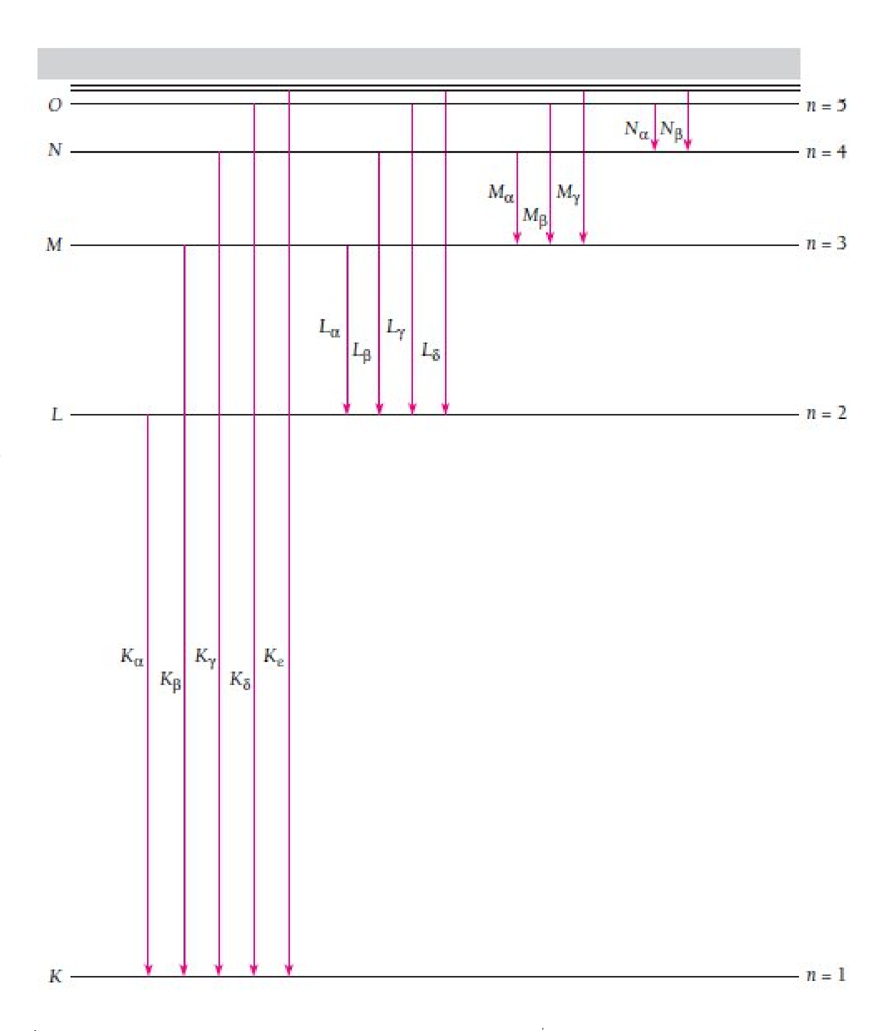
درسنا في الفصل الثاني أن أطياف الاشعة السينية المنبعثة من اهداف مقذوفة بالكترونات سريعة تظهر نتوءات ضيقة عند أطوال موجية معينة تميزكل هدف ، بالاضافة الى التوزيع المستمر للطيف لغاية طول موجي ادنى يتناسب عكسيا مع طاقة الالكترون . ان وجود طيف الاشعة السينية المستمر هو عكس ظاهرة الكهروضوئية ، حيث ان طاقة الالكترون الحركية تتحول الى فوتونات طاقتها $h\nu$ ،في حين أن الطيف غير المستمر ينشأ من انتقالات الكترونية electronic transitions داخل الذرة التي تم تهيجها بواسطة الالكترونات الساقطة .

ان انتقال الالكترونات الخارجية يتضمن طاقات مقدارها بضع الكترون–فولت فقط ، اذ حتى في حالة فصل الكترون خارجي يتطلب علي الأكثر 24.6 eV (لحالة ذرة الهيليوم).

ولذلك فان هذه الانتقالات تصحبها فوتونات اطوالها الموجية قريبة من المنطقة المرئية في طيف الموجات الكهرومغناطيسية . ان حالة الالكترونات الداخلية في الذرات الثقيلة تختلف تماما عن حالة الالكترونات الخارجية ،ذلك أن هذه الالكترونات تتأثر بجزء كبير أو كل الشحنة النووية. وعليه تكون مرتبطة بقوة بالذرة. ففي ذرة الصوديوم، مثلا نحتاج فقط الى 5.13 eV لفصل الالكترون الخارجي الذي هوفي الحالة $3s$ في حين نحتاج 31 eV لفصل كل من الالكترونات في الحالة $2p$ ، و 63 eV لفصل كل من الالكترونين في الحالة $2s$ و 1,041 eV لفصل كل من الالكترونين في الحالة $1s$. ان انتقال الالكترونات الداخلية في ذرةهو المسؤولعن طيف الاشعة السينية ، ذلك لأن طاقة فوتوناتها تكون عـاليـــة .

الشكل (٧-١٦) يبين تغير مستويات الطاقة لذرة ثقيلة مع العدد الكمي الاساسي n . ان الطاقة بين حالات الزخم الزاوي ضمن كل قشرة هو صغير بالنسبة لفرق الطاقة بين القشرات. دعنا ندرس مايحدث عندما يسقط الكترون ذو طاقة عالية على ذرة ويطرد احد الالكترونات في القشرة K. (بطبيعة الحال ، يمكن للالكترون في القشرة K أن ينتقل الى حالة كمية عالية غير مشغولة . لكن الفرق بين الطاقة اللازمة لهذا الانتقال والطاقة اللازمة لفصل الالكترون كليا من الذرة هوصغيرجدا : 0.2 % فقط للصوديوم وأقل من ذلك للذرات الاثقل . وفي معظم الاحيان تستطيع ذرة فاقدة احد الكترونات القشرة K ، أن تتخلص من طاقة تهيجها على شكل فوتون اشعة سينية ، ذلك بسقوط الكترون من القشرات الخارجية في الفراغ "hole" الموجود في القشرة K . فتتألف سلسلة خطوط K في طيف الاشعة السينية لعنصر من اطوال موجية ناتجة عن انتقالات من المستويات L, M, N. .... الى المستوى K (لاحظ الشكل (٧-١٦)) . وبنفس الطريقة ، تنشأ سلسلة خطوط L ذات الاطوال الموجية الأطول ، نتيجة طرد أحد الالكترونات من القشرة L وتتكون سلسلة M نتيجة طرد احد الالكترونات من القشرة M .... وهكذا . ان التوأين اللذين في الشكل (٢-ب) ، لطيف الاشعة السينية المنبعثة من المولوبيديوم ، يمثلان الخطين K_α و K_β في سلسلة K لهذا العنصـــر .

وكذلك تستطيع ذرة فاقدة أحد الكتروناتها الداخلية أن تتخلص من طاقة تهيجها بواسطة ظاهرة اوكر *Auger effect* ، من دون ان تبعث فوتون أشعة سينية . ففي هذه الظاهرة تلفظ الذرة الكترون قشرة خارجية بنفس الوقت الذي يسقط فيه الكترون ثان من القشرات الخارجية الى الفراغ الموجود في قشرة داخلية . فيحمل الالكترون الملفوظ طاقة تهيج الذرة بدلا من انبعاث فوتون أشعة سينية . ان ظاهرة اوكر تشبه ظاهرة كهروضوئية داخلية. ولكن علينا ان نتذكر ان الفوتون لم يوجد قط خلال العملية. في معظم الذرات يتنافس حدوث ظاهرة اوكر مع انبعاث الاشعة السينية . ولكن اعتياديا تمتص الكترونات اوكر في معدن الهدف ، في حين تخرج الاشعة السينية ويمكن كشفها كليا .



الشكل (٧-١٦) منشأ طيف الاشعة السينية .

تمرينـــــات

١ . اذا كان العدد الكمّي الأساسي n يتحدد بالقيم 1 .2 .3 .4 .5 و 6 فقط ، ماذا يكون عدد العناصر في الطبيعة ؟

٢ . ان طاقات تأيّن العناصر ذات العدد الذري 20 الى 29 هي متقاربة جدا ، على حين هناك فروقات كبيرة بين طاقات تأيّن سلاسل اخرى من العناصر . فسرّهذه الظاهرة .

٣ . يمكن حساب نصف قطر ذرة عنصر من قياسات على بلورة ذلك العنصر . فالشكل (١٠-٣) يبينّ نتائج هذه الحسابات . وضحّ سبب تغيّر نصف القطر مع العدد الذري .

٤ . ان العدد الذري للغازات النادرة يحقق العلاقات التالية

$$Z(He) = 2(1^2) = 2$$
$$Z(Ne) = 2(1^2 + 2^2) = 10$$
$$Z(Ar) = 2(1^2 + 2^2 + 2^2) = 18$$
$$Z(Kr) = 2(1^2 + 2^2 + 2^2 + 3^2) = 36$$
$$Z(Xe) = 2(1^2 + 2^2 + 2^2 + 3^2 + 3^2) = 54$$
$$Z(Rn) = 2(1^2 + 2^2 + 2^2 + 3^2 + 3^2 + 4^2) = 86$$

فسرّ هذه العلاقات على أساس النظرية الذرية .

٥ . حزمة الكترونات تدخل مجالاً مغناطيسياً منتظماً شدته 1.2 T. جد الفرق بين طاقة الكترونات التي برمها موازٍ للمجال والكترونات التي برمها معاكس للمجال .

٦ . كيف يمكن ان نستنتج من توافق مشاهدات ظاهرة زيمان البسيطة مع ونظرية هذه الظاهرة ، على أن الالكترون هو وحدة مستقلة داخل الذرة ؟

٧ . وضعت عينّة من عنصر معين داخل مجال مغناطيسي شدته 0.3 T ما هي الفواصل بين خطوط زيمان التابعة لخط طيف طوله الموجي 4,500 Å ؟

٨ . لماذا تحدث ظاهرة زيمان البسيطة في الذرات التي تحتوي على عدد زوجي من الالكترونات فقط ؟

*٩ . عيّن قيم S, L, و J التابعة لكل من الحالات التالية :

$${}^1S_0,\ {}^3P_2,\ {}^2D_{3/2},\ {}^5F_5,\ {}^6H_{5/2}.$$

*١٠ . تمتلك ذرة الكربون الكترونين في الحالة $2s$ والكترونين في الحالة $2p$ ، خارج قشرة داخلية مغلقة . والحالة الارضية لهذه الذرة هي ${}^3P_0$. ما رموز الحالات term symbols الاخرى ان وجدت ؟ لماذا تكون الحالة ${}^3P_0$ أرضية ؟

*١١ . تمتلك ذرة الليثيوم الكتروناً واحداً في الحالة $2s$ خارج قشرة داخلية مغلقة . الحالة الارضية لهذه الذرة هي ${}^2S_{1/2}$. مارموز الحالات الاخرى ان وجدت ؟ لماذا تكون الحالة ${}^2S_{1/2}$ أرضية ؟

*١٢ . تمتلك ذرة المغنيسيوم الكترونين في الحالة $3s$ خارج قشرات داخلية مغلقة . جد رمز حالتها الارضية .

*١٣ . تمتلك ذرة الالمنيوم الكترونين في الحالة $3s$ والكتروناً واحداً في الحالة $3p$ خارج قشرات داخلية مغلقة . جد رمز حالتها الارضية .

*١٤ . العزم المغناطيسي μ_J لذرة تحقق شد LS ، له القيمة

$$\mu_J = \sqrt{J(J+1)}g_J\mu_B$$

حيث $\mu_B = e\hbar/2m$ هو مغنيط بور ، و

$$g_J = 1 + \frac{J(J+1) - L(L+1) + S(S+1)}{2J(J+1)}$$

هو معامل لاندا *Landé g factor* . (أ) اشتق هذه النتيجة مستخدماً قانون الجيب التمام ، وملاحظاً أنه ، بالمعدل ، فقط مركبة μ_L و μ_S بأتجاه J ، تساهمان في تحديد قيمة μ_J . (ب) افترض أن ذرة تحقق شدّ LS ، موجودة في مجال مغناطيسي ضعيف ، بحيث ان الشدّ يبقى سارياً . ما عدد الحالات الثانوية لكل قيمة J ؟ وما هو فرق الطاقة بين الحالات الثانوية المختلفة ؟

*١٥ . الحالة الارضية للكلور هي $^2P_{3/2}$. جد العزم المغناطيسي لذرة الكلور (لاحظ التمرين السابق) . وفي حالة وجود مجال مغناطيسي ضعيف ، جد عدد المستويات الثانوية الناتجة من الحالة الارضية ؟

*١٦ . اثبت أن الزاوية بين L و S في الشكل (٧-٨) تحقق العلاقة

$$\cos\theta = \frac{j(j+1) - l(l+1) - s(s+1)}{2\sqrt{l(l+1)s(s+1)}}$$

١٧ ان تأثير شد البرم بالمدار يؤدي الى انشطار خط طيف الصوديوم الناتج من الانتقال $3P \rightarrow 3S$ الى خطين طولهما الموجي $5{,}890$ Å و $5{,}896$ Å تابعين للانتقالين $3P_{3/2} \rightarrow 3S_{1/2}$ و $3P_{1/2} \rightarrow 3S_{1/2}$ ، على التوالي . أحسب من هذه الاطوال الموجية ، شدة المجال المغناطيسي المؤثر على الالكترون الخارجي في ذرة الصوديوم نتيجة لحركته المدارية . (لاحظ أن انتقالات $3P \rightarrow 3S$ تولّد الضوء الاصفر في مصابيح بخار الصوديوم المستخدمة في اشارات المرور) .

١٨ . اثبت ان تردد خط طيف الاشعة السينية K_α المنبعث من عنصر عدده الذري Z هو

$$\nu = \frac{3cR(Z-1)^2}{4}$$

حيث R يمثل ثابت ريدبرك ؛ ذلك بفرض أن كل الكترون في القشرة L هو مستقل

ويتأثر بشحنة نووية فعلية تساوي الشحنة الحقيقية الموجبة للنواة ، زائداً الشحنة السالبة للالكترون المتبقي في القشرة K . (ولقد استخدم موزلي Moseley عام 1913 تناسب التردد ν مع $(Z-1)^2$ لايجاد العدد الذري للعناصر ،من قياس طيف أشعتها السينية . ويدعى هذا التناسب بقانون موزلي *Moseley's law* .

١٩. ما العنصر الذي خط طيف أشعته السينية K_α ، له طول موجي 1.785 Å ؟ طول موجي 0.712 Å ؟

٢٠ فسر لماذا تكون اطياف الأشعة السينية لعناصر ذات اعداد ذرية متقاربة متشابه تقريباً ، على حين تختلف الاطياف المرئية لهذه العناصر بعضها عن بعض بصورة كبيرة ؟

الفصل الثامن

فيزياء الجزيئات

ما طبيعة القوى التي تربط الذرات atoms بعضها مع بعض لتكون الجزيئات molecules ؟ هذا السؤال ذو اهمية بالغة لكيمياويين بقدر ماهو مهم للفيزياويين . اذ ان نظرية الذرة لايمكن أن تكون صحيحة مالم تعطِ جواباً وافياً عن هذا السؤال . ان قابلية النظرية الكمية quantum theory لاتتجسد فقط في شرح تلك الأواصر الكيمياوية chemical bonding بل ايضاً في تفسير ظواهر ليس لها مرادف كلاسيكي ، وهذا يشكل برهان ساطع على قوة هذه النظرية .

٨-١ تكوين الجزيئات MOLECULAR FORMATION

الجزيئة هي تركيب مستقر stable لذرتين او اكثر . ونعني بالمستقر هو اننا نحتاج الى طاقة من مصدر خارجي لتحطيم الجزيئة الى مكوناتها الاساس من الذرات . او بعبارة اخرى ، ان الجزيئة موجودة مادامت طاقة النظام المرتبط اقل من مجموع طاقات الذرات المكونة غير المتفاعلة . فاذا كان التفاعل بين مجموعة من الذرات يؤدي الى تقليل طاقاتها الكلية فان الجزيئة تتكون ، واذا كانت نتيجة التفاعل زيادة في الطاقة فان الذرات ينفر بعضها عن بعض دون ان تكون جزيئة .

ولندرس ماذا يحصل لو قربنا ذرتين بعضها من بعض . يمكن ان نحصل على ثلاثة حالات قصوى :

(١) تكوين آصرة تساهمية *covalent bond*

هنا ذرتان تتشاركان في زوج او اكثر من الالكترونات . فعند دوران هذه الازواج من الالكترونات حول الذرات ، نجد انها تقضي وقتا اطول بين الذرات من أي مكان آخر ، مؤدية بذلك الى توليد قوة تجاذب تربط هذه الذرات . مثال ذلك جزيئة الهيدروجين H_2 التي الكتروناها ينتميان آنيا الى كل من بروتوني الجزيئة (الشكل ٨ - ١أ).

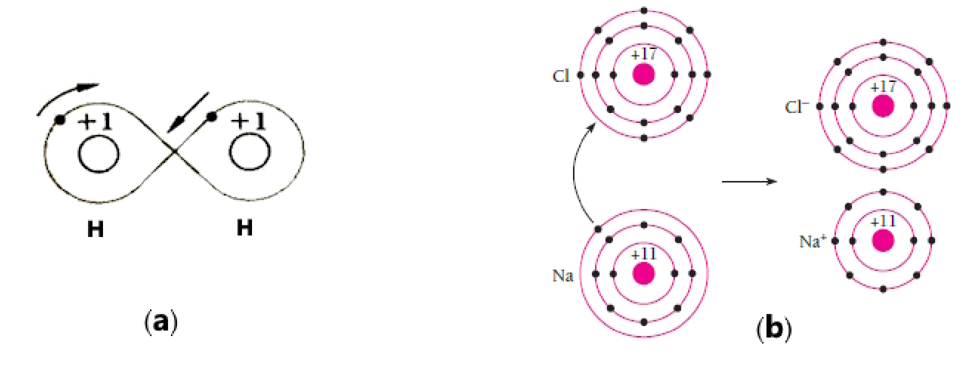
2) تكوين آصرة ايونية ionic bond

قد ينتقل إلكترون أو أكثر من احدى الذرات إلى أخرى، والأيونان الموجب والسالب الناتجان يتجاذبان إلى بعضها البعض. و جزيئة (ملح الطعام) أو كلوريد الصوديوم NaCl هي مثال على ذلك، حيث تتولد الآصرة بين ايون الصوديوم Na^{+} و أيون الكلور Cl^{-} وليس بين ذرة الصوديوم Na و ذرة الكلور Cl. (الشكل 8-1ب).

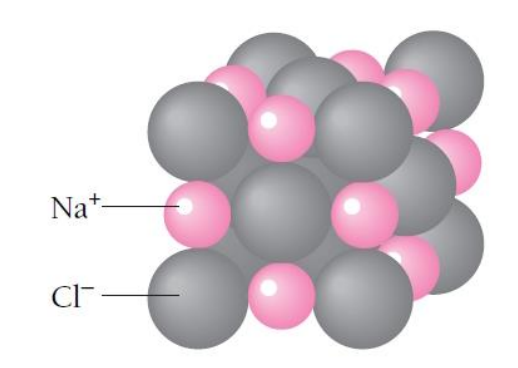
3) لا تتكون آصرة No Bond is formed

اذا تداخل التركيبان الالكترونيان لذرتين ، فإنهما يشكلان نظاما واحدا، و بحسب مبدأ الانفراد (exclusion principle) فإنه يستحيل في مثل هذا النظام أن يكون لإلكترونين نفس الحالة الكمومية. إذا اجبرت بعض الإلكترونات المتفاعلة على الانتقال إلى مستويات طاقة أعلى مما كانت تشغله في الذرتين المنفصلتين، فسوف يكون للنظام طاقة أكبر بكثير من ذي قبل وبذلك يكون النظام غير مستقر. و لتوضيح هذه الحالة، يمكننا أن نعتبر الإلكترونين (اللذين لهما نفس الحالة الكمومية) يفران بعيدا عن بعضها البعض ما وسعهما الفرار لتجنب تشكيل نظام واحد، مما يؤدي إلى قوة تنافر بين النوى. و حتى عندما يمكن الالتزام بمبدأ الانفراد دون أن تكون هناك زيادة في الطاقة، فستكون هناك قوة تنافر إلكتروستاتيكية (electrostatic force) بين الإلكترونات المختلفة، بيد أن تأثير هذه القوة على تكوين الاواصر هو أقل أهمية من تأثير مبدأ الانفراد.

الاواصر الأيونية عادة لا تؤدي إلى تكوين الجزيئات. الجزيئة عبارة عن تجمع من الذرات محايد كهربائيًا ترتبط معًا بقوة كافية لتبدو عند الملاحظة التجريبية كما لو كانت جسيما واحدا. وبالتالي فإن الوحدات الفردية التي تشكل غاز الهيدروجين تتكون كل منها من ذرتي هيدروجين، مما يجعلنا نعتبرها جزيئة متميزة. لكن بلورات ملح الطعام (NaCl) عبارة عن تجمع لأيونات الصوديوم و ايونات الكلور والتي، على الرغم من كونها مرتبة في تركيب محدد (الشكل 8-2)، إلا أنه لا يمكن لها أن تتزاوج في جزيئات منفصلة تتكون من ايون Na^{+} واحد. و أيون Cl^{-} واحد؛ و الحقيقة هي أن بلورة ملح الطعام يمكن ان تكون بأي حجم تقريبًا. هناك دائمًا أعداد متساوية من أيونات Na^{+} و Cl^{-} في ملح الطعام ، بحيث تمثل الصيغة NaCl تركيبته بشكل صحيح. إلا أنه في الحالة الغازية فقط تشكل هذه الأيونات جزيئات و ليس بلورات.



الشكل (1-8) (a) آصرة تساهمية. الالكترونات المشتركة تقضي بالمعدل وقتا أطول بين نوى الذرات. و بذلك تؤدي الى نشوء قوة الربط بينها. (b) آصرة ايونية: يتحد الصوديوم و الكلور كيميائيا عن طريق انتقال الالكترونات من ذرات الصوديوم الى ذرات الكلور، فتتجاذب الايونات الناتجة كهربائياً.



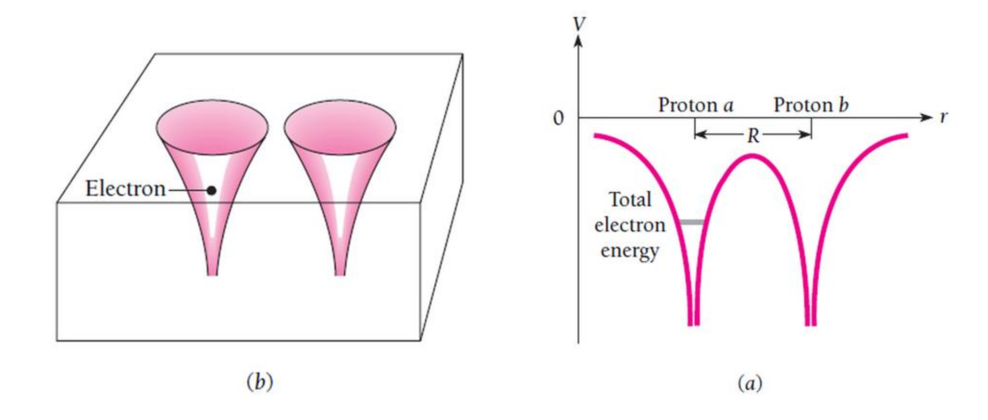
الشكل (2-8) شكل مكبر لبلورة ملح الطعام

و لا تكون الآصرة الايونية أو التساهمية البحث سبباً في تركيب الجزيئات. فعلى الرغم من أن الاصرة تكون تساهمية بحثاً في جزيئة الهيدروجين (H_2) ، و تكون الاصرة ايونية بحثاً في NaCl ، ففي الأنواع الأخرى من الجزيئات تكون اصرة متوسطة بين الاثنين. بها تتشارك الذرات في الالكترونات بدرجة غير متساوية. فمثلا جزيئة (HCl)، تجذب ذرة الكلور الالكترونات المشتركة بقوة اكبر من جذب ذرة الهيدروجين لتلك الالكترونات. و باختصار يمكننا ان نعتبر الآصرة الايونية ليست اكثر من حالة قصوى للاصرة التساهمية.

2-8 مشاركة الالكترونات Electron Sharing

ان ابسط نظام جزيئي molecular system ممكن هو ايون جزيئة الهيدروجين H_2^+، ففيه الكترون واحد يجمع بروتونين. و قبل ان ندرس بالتفصيل الآصرة في H_2^+، دعنا نستعرض بصورة عامة كيف يمكن لبروتونين أن يشتركا بإلكترون واحد، و لماذا يجب أن تؤدي هذه المشاركة إلى نقصان في الطاقة الكلية، و من ثم إلى تكوين نظام مستقر. في الفصل الخامس كنا قد ناقشنا الظاهرة الكمومية التي تتضمن اختراق جسيم لجدران صندوق quantum-mechanical barrier penetration يستطيع الجسيم ان "يتسرب" خارج جدران الصندوق حتى و ان لم يمتلك كلاسيكيا طاقة كافية تؤهله لهذا الاختراق، و السبب هو ان دالة الموجة الكمومية quantum mechanical wave function يمكن ان تمتد إلى ما وراء جدران الصندوق ، و بذلك هناك احتمال متزايد لوجود الجسيم في الخارج. فقط عندما تكون الجدران غير متناهية الصلابة، نجد أن دالة الموجة تكون كليا داخل الصندوق. و الحقيقة هي ان تأثير المجال الكهربائي حول البروتونين يشبه عمل الصندوق في حفظ الالكترونات، و ان بروتونين يكافئان صندوقين بينهما حاجز (الشكل 8-3). ليس هناك أي طريقة في الفيزياء الكلاسيكية يستطيع بواسطتها الكترون في ذرة الهيدروجين ان ينتقل ذاتيا الى بروتون مجاور أبعد من البروتون الأصلي، على حين يمكن للفيزياء الكمية ان تفسر هذا الانتقال. فهناك احتمال محدد لإلكترون محصور في المجال الكهربائي لأحد بروتوني جزيئة الهيدروجين أن ينفذ خلال منطقة الجهد العالي و يصل الى حيز فعل البروتون الاخر، و عندما يتم هذا الانتقال، يكون هناك نفس الاحتمال للإلكترون لينتقل ثانية الى حيز فعل البروتون الأول، و هذا ما يجعلنا نصف الالكترون بأنه مشترك بين البروتونين.

و علينا ان ندرك ان احتمال نفاذ الالكترون خلال منطقة الجهد العالي بين البروتونين (الجدار) يعتمد الى حد كبير على المسافة بينهما. فاذا كانت المسافة بينهما هي (1Å) فيمكننا ان نتصور الالكترون ينتقل مرة بين البروتونين كل (10^{-15}) ثانية، و هذا يوضح انه يمكن ان نعتبر بحق ان الالكترون مشترك بين الاثنين، في حين اذا كانت المسافة بين البروتونين تساوي (10Å)، فسيستغرق الالكترون حوالي ثانية واحدة للانتقال بينهما، و هذه فترة طويلة جدا اذا قورنت بسرعة العمليات الذرية. و لما كان نصف القطر الفعلي لدالة الموجة 1s لذرة الهيدروجين هو حوالي (0.53 Å)، نستنتج ان اشتراك الكترون بين الذرات يحدث عندما تكون دالتها الموجية متداخلة بمقدار كبير.



الشكل (8-3) (a) الطاقة الكامنة لإلكترون في المجال الكهربائي بين بروتونين قريبين من بعضهما، و يبين الشكل الطاقة الكلية لإلكترون في الحالة الأرضية في ذرة الهيدروجين. (b) من الناحية الكمومية يشبه بروتونين متجاورين تقريبا زوجا من الصناديق يفصلهما حاجز.

فلو سلمنا ان البروتونين يمكن ان يشتركا بإلكترون واحد، لأمكننا ان نثبت ان الطاقة الكلية لمثل هذا النظام يمكن أن تكون اقل من مجموع طاقة ذرة الهيدروجين و البروتون المنفصلين. و بحسب مبدأ عدم التحديد (مبدأ الارتياب Uncertainty Principle ، فانه كلما صغر الحيز الذي ينحصر فيه الجسيم كلما كان زخمه و بالتالي طاقته الحركية اكبر. و الالكترون المشترك بين بروتونين يكون محصورا في حيز افسح مما لو كان تابعاً لبروتون واحد، لذلك نجد ان طاقة الالكترون في الحالة الأولى اقل من طاقته في الحالة الثانية، أو بعبارة أخرى، فإن الطاقة الكلية للإلكترون في ايون H_2^+ هي اقل من طاقة الكترون في النظام المتكون من ذرة الهيدروجين و بروتون ($H + H^+$)، لذلك اذا فرضنا ان قوة التنافر بين البروتونين في H_2^+ ليست قوية جدا فان ايون H_2^+ يجب ان يكون مستقراً.

ان الملاحظات السابقة هي كمومية بحتة، بينما نميل اعتيادياً الى فهم قوى الترابط او التنافر بين الشحنات على اساس القوى الالكتروستاتيكية، والحقيقة هي ان هناك نظرية مهمة جداً برهن عليها بصورة مستقلة كل من فايمن Feynman، وهيلمن، Hellmann و سُميت باسميهما، فحواها ان كلا المقاربتين (الكمومية والالكتروستاتيكة) تؤديان دائما الى نتائج متكافئة، و وفقاً لنظرية فايمن وهيلمن، اذا عرفنا توزيع احتمال تواجد الكترون في جزئية، امكننا حساب طاقة النظام كلاسيكياً وهذا الحساب يعطينا نفس نتيجة النظرية الكمية، والحقيقة هي ان نظرية فايمن وهيلمن ليست بديهية، اذ ان معالجتنا للجزئية كلاسيكيا، على اساس القوى الالكتروستاتيكية، لا تتضمن ظاهرياً الطاقة الحركية الالكترونات، على حين تأخذ المعالجة الكمومية للمسالة بعين الاعتبار الطاقة الكلية (الكامنة + الحركية). ومع هذا حالما نعرف الدالة الموجبة Ψ، نستطيع ان نسلك أيا من الطريقتين لحساب قوة الترابط في ايون الهيدروجين H_2^+.

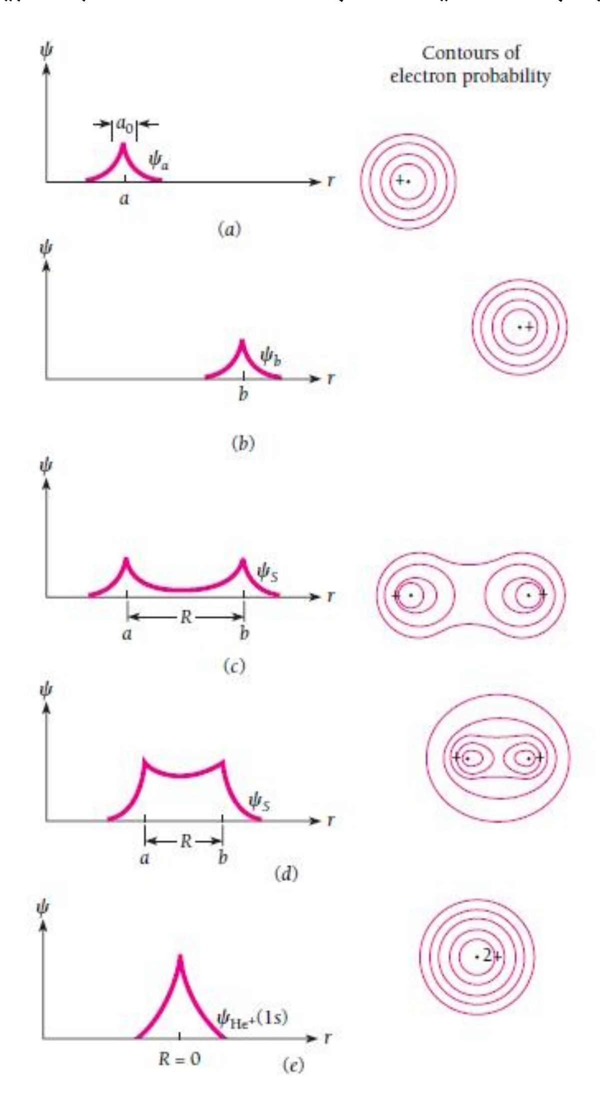
3-8 ايون جزئية الهيدروجين The H_2^+ Molecular Ion

ان ما نحتاج معرفته هو دالة موجة الكترون electron wave function Ψ في H_2^+، فكما ورد اعلاه نستطيع ان نحسب من Ψ طاقة النظام E كدالة لمسافة R بين البروتونين. فلو كان لـ E(R) قيمة دنيا، لأصبح بالإمكان نشوء قوة ترابط بين بروتوني جزئية الهيدروجين. ومن E(R) يمكننا ايضا حساب طاقة الترابط binding energy ومسافة التوازن بين البروتونين.

وبدلاً من حل معادلة شرودينجر Schrodinger's equation لـ Ψ وهي طريقة طويلة ومعقدة، نستعمل طريقة حدسية لتوضيح تلك الدالة. فلندرس شكل دالة الموجة Ψ عندما تكون المسافة R بين البروتونين اكبر بكثير من نصف قطر مدار بوهر a_0 لذرة الهيدروجين. عند هذه الحالة تكون Ψ قرب كل بروتون مقاربة لدالة الموجة الارضية لذرة الهيدروجين: 1s. الشكل (8-4) يوضح هذه الحالة، حيث Ψ_a هي دالة الموجة 1s حول البروتون a و Ψ_b دالة الموجة حول البروتون b.

نحن نعرف ايضا شكل دالة الموجة Ψ عندما تكون R= 0، أي اذا تصورنا البروتونين مندمجين معا. اذ ان هذه الحالة تشابه ايون He^+، وذلك لان الالكترون يكون تحت تأثير نواة شحنتها (+2e). ودالة الموجة 1s في He^+ تأخذ نفس الشكل كما في ذرة الهيدروجين، ولكن بسعة اكبر عند نقطة الاصل (الشكل 8-4) (e). و بناء على ما تقدم، يجب ان تأخذ الدالة Ψ شكلا مقارباً لما هو مبين في الشكل (8-4) (d)عندما تقترب قيمة R من a_0.

يرجح احتمال وجود الالكترون في المنطقة ما بين البروتونين، و هو ما سبق منا الإشارة اليه على انه الكترون يتشاطره بروتونان. ان هناك بالمعدل زيادة في الشحنة السالبة بين البروتونين و هي تعمل على جذبهما سوية. و مازال علينا ان نبحث فيما اذا كانت قوة الجذب هذه كافية للتغلب على قوة التنافر المتبادلة بين البروتونين.



الشكل (4-8) اتحاد دالتي الموجة 1s لذرة الهيدروجين لتكوين دالة الموجة المتناظرة ψ_S لـ (H_2 +)

ان مجموع الدالتين Ψ_a و Ψ_b في الشكل (8-4) هو متناظر symmetric، حيث ان تبديل a محل b لا يؤثر على شكل الدالة Ψ (راجع بند 7-3) و لكن من الممكن أيضا ان نحصل على تركيب ضديد التناظر antisymmetric لـ Ψ_a و Ψ_b كما في (الشكل 8-5). ففي هذه الحالة تتكون عقدة node بين a و b عندها Ψ= 0 . مما يعني انخفاض احتمال وجود الالكترون بين البروتونين، أي ان هناك في المتوسط نقص في الشحنة السالبة بين البروتونين، نتيجتها تولد قوة تنافر بينهما، و في غياب اية قوة أخرى غير التنافر لا يمكن للآصرة أن تتكون.

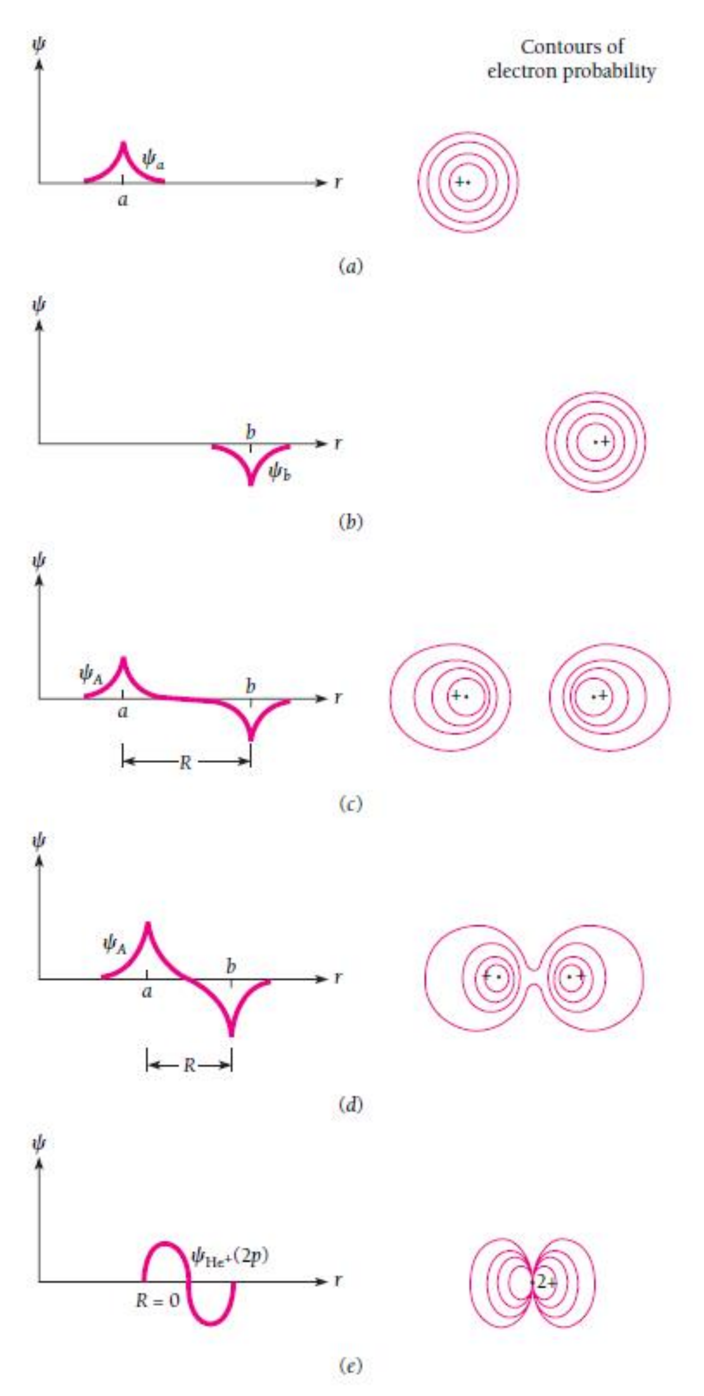
ومن الجدير ان نفهم سلوك دالة الموجة ضديد التناظر Ψ_A لـ H_2^+ عندما $R \to 0$ ، فمن الواضح أن Ψ_A لا يمكن أن تأخذ شكل الدالة 1s لـ He^+ عند R=0، و لكن Ψ_A تقترب من شكل الدالة 2p لـ He^+ ، التي لها عقدة في نقطة الاصل (الشكل 8-5 هـ). و لما كانت الحالة 2p لـ He^+ هي حالة متهيجة excited على حين ان الحالة 1s هي الحالة الارضية ground state فينتج ان طاقة الحالة ضديدة التناظر لـ H_2^+ اكبر من طاقة الحالة المتناظرة و هو ما يتفق مع استنتاجنا من شكل دالتي الموجة Ψ_A و Ψ_S ، حيث توجد في الحالة الاولى قوة تنافر و في الثانية قوة تجاذب.

و يمكننا استخدام التحليلات السابقة لدراسة تغير الطاقة الكلية لنظام H_2^+ مع المسافة R. ولندرس اولاً الحالة المتناظرة، فعندما تكون R كبيرة جداً، فان طاقة الالكترون Es يجب ان تساوي (13.6 eV-) (طاقة الالكترون الارضي في ذرة الهيدروجين) في حين أن الطاقة الكهروستاتيكية الكامنة V_p للبروتونين:

$$V_p=\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_\circ R} \qquad (1\text{-}8)$$

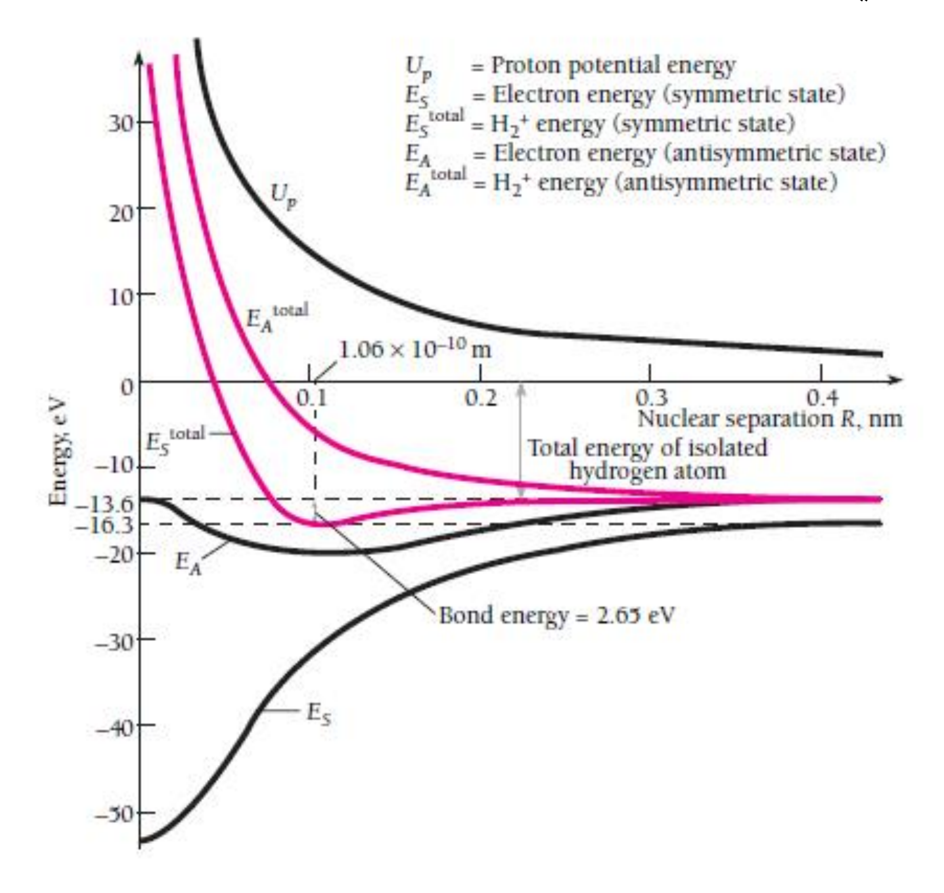
تؤول إلى الصفر عندما $R \to \infty$ (لاحظ ان V_p كمية موجبة حيث انها ناتجة عن قوة تنافر)، اما عندما تكون R =0، فان طاقة الالكترون يجب ان تساوي طاقة ايون الهيليوم He^+ التي هي Z^2، أي اربعة اضعاف طاقة الكترون ذرة الهيدروجين **H** (انظر المسألة 25 في الفصل الرابع، اذ يمكن الحصول على نفس النتيجة من النظرية الكمومية لذرة الالكترون الواحد) و عليه عند R=0 فان Es = 54.4 eV، و ايضا عندما $R \to 0$ فان $V_P \to \infty$ لكونها تتناسب مع 1/R .

الشكل (8-6) يبين كل من E_s و V_p مرسومتين كدالة في **R**: إن شكل منحنى E_s لا يمكن إلا تقريبه دون حسابات دقيقة، لكننا نعرف قيمة E_s المضبوطة عند R=0 و عند R = ∞، و بالطبع فإن Vp تخضع للمعادلة (8-1).



الشكل (8-5) اتحاد دالتي الموجة 1s لذرة الهيدروجين لتكوين دالة الموجة ضديدة التناظر Ψ_A لـ (H_2^+)

الطاقة الكلية للنظام E_s^{Total} هو مجموع طاقة الإلكترون E_s والطاقة الكامنة للبروتونات Vp. و من الواضح أن الحد الأدنى لطاقة النظام الكلية E_s^{Total}، هو ما يقابل الحالة الجزيئية المستقرة. و هذا ما اكدته البيانات التجريبية على H_2^+ و التي تشير إلى طاقة آصرة قدرها 2.65 eV و توازن عند مسافة تباعد (equilibrium separation) قدرها R=1.06Å. و يقصد بـ "طاقة الآصرة" الطاقة اللازمة لتكسير H_2^+ إلى **H** و **H_2**. و الطاقة الكلية لـ **H_2^+** تتكون من (13.6 eV-) هي طاقة ذرة الهيدروجين بالإضافة إلى طاقة الآصرة (2.65- eV)، أي ما مجموعه (16.3-) الكترون فولت.



الشكل (6-8) يبين طاقة الالكترون و طاقة تنافر البروتونين، والطاقة الكلية في H_2^+ كدالة في R التباعد النووي (nuclear separation) [او طول الآصرة] للحالتين: الحالة المتناظرة و الحالة ضديدة التناظر. و يلاحظ أن الطاقة الكلية لحالة ضديدة التناظر ليس لها حد أدنى.

في حالة ضديدة التناظر فإننا نتبع نفس طريقة التحليل السابقة لدراسة طاقة ترابط ايون H_2^+ فيما عدا أن طاقة الالكترون EA عند R=0 تساوي طاقة الحالة المتهيجة 2p لـ +He. و طاقة الالكترون هذه تتناسب مع $\frac{Z^2}{n^2}$ ، ولذا ففي حالة Z=2 و n=2 فإن هذه الطاقة تساوي (13.6 eV-) أي تساوي الطاقة الأرضية لذرة الهيدروجين. ولما كانت $\boldsymbol{E_A \rightarrow -13.6\ eV}$ عندما $\boldsymbol{R} \rightarrow \infty$ فلربما نعتقد ان طاقة الالكترون تبقي ثابتة، ولكن في الحقيقة هناك انخفاض طفيف في الطاقة عند مسافات متوسطة، الا ان هذا الانخفاض غير كاف لتوليد حضيض في منحنى الطاقة الكلية لحالة ضديدة التناظر (الشكل 8-6)، ونتيجة لذلك لا تتكون آصرة ترابط لهذه الحالة.

4-8 جزيئة الهيدروجين The H_2 Molecule

تحتوي جزئية الهيدروجين H_2 على الكترونين بدلاً من الكترون واحد. كما في ايون جزيئة الهيدروجين H_2^+، ولكن حسب مبدأ الانفراد اذا كان الكترونان في نفس الحالة المدارية orbital state (أي لهما نفس دالة الموجة Ψ_{nlm} فان برميهما spins يحب ان يكونا متعاكسين، ونتيجة لوجود الكترونين يربطان ذرتي الهيدروجين H_2 نتوقع للوهلة الأولى ان يكون هذا النظام اكثر استقراراً من H_2^+، أي استقراراً مضاعفاً بطاقة ترابط قدرها 5.3 eV مقارنة مع 2.65eV لـ H_2^+. لكن المدارات في H_2 لا تشبه تماماً تلك التي في H_2^+، و ذلك لوجود قوة تناقر بين الالكترونين في H_2 و هو تنافر ليس له وجود في H_2^+، ان هذا التنافر يُضعف قوة الاصرة في H_2، و بالتالي تكون طاقة الترابط الحقيقية 4.5eV بدلا من 5.3eV، و لنفس السبب يكون طول الاصرة bond length في H_2 هو 0.74 Å أي اطول نوعاً ما مما نحصل عليه من الحسابات المعتمدة على دالة الموجة غير المعدلة unmodified (اي التي لا تأخذ قوة التنافر الالكترونات بعين الاعتبار). ان الاستنتاج العام في حالة H_2^+ الذي يشير إلى ان دالة الموجة المتناظرة Ψ_S تقودنا الى نظام مترابط، بينما دالة الموجة ضديدة التناظر Ψ_A تقودنا الى نظام غير مترابط، يبقى صحيحا لـ H_2.

في البند (7-3) كنا قد صغنا رياضيا مبدأ الانفراد (أو مبدأ الاستبعاد exclusion principle بدلالة تناظر و ضديد تناظر دوال الموجة، ومنه توصلنا إلى أن نظاماً من الالكترونات يمكن وصفه دائما بدوال ضدية التناظر (أي بدلالة دوال موجية تنعكس اشاراتها بتبديل أي زوج من الالكترونات بحلول بعضها محل الاخر) و مع ذلك فقد قلنا للتو أن حالة ترابط في H_2 تتوافق مع كلا الالكترونين الموصوفين بواسطة دالة موجية متناظرة Ψ_S، و هو ما يبدو متعارضا مع الاستنتاج الأول.

و الحقيقة اننا لو نظرنا بامعان لوجدنا انه ليس هناك أي تناقض في المسألة. ان دالة الموجة الكاملة $\Psi(1,2)$ لنظام متكون من الكترونين هو حاصل ضرب الدالة الموقعية $\psi(1,2)$ **Spatial wave function** التي تصف احداثيات موقعي الالكترونين و الدالة البرمية $S(1,2)$ **Spin wave function** التي تصف اتجاه برم كل من الالكترونين. و يتطلب مبدأ الانفراد ان تكون دالة الموجة الكاملة

$$\Psi(1,2) = \psi(1,2)\, S(1,2)$$

ضديدة التناظر بتبديل كل من موقعي و برمي الالكترونين، لكن $\psi(1,2)$ يمكن ان لا تكون ضديدة التناظر. ان الدالة $\psi(1,2)$ هي نفسها ما كنا نسميه الدالة الموجية المدارية للجزيئة molecular orbital wave function.

على حين أن دالة الموجة الكاملة ضديدة التناظر Ψ_A يمكن ان تنتج من ائتلاف دالة موقعية متناظرة ψ_S مع دالة برم ضديدة التناظر S_A أو من ائتلاف دالة موقعية ضديدة التناظر ψ_A مع دالة برم متناظرة S_s، أي أن دوال الموجة الكاملة

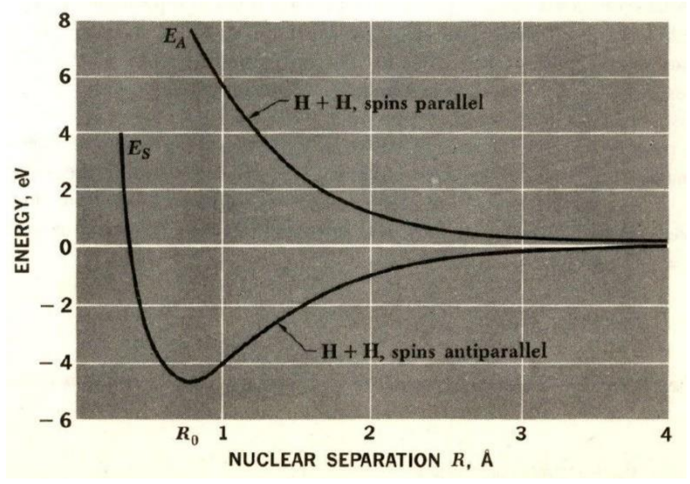
$$\Psi = \psi_S\, S_A \qquad و \qquad \Psi = \psi_A\, S_s$$

هي فقط المقبولة، و نلاحظ انه لو كان برما الالكترونين متوازيين لوجب ان تكون دالة البرم متناظرة، لأن دالة البرم يجب أن تبقى نفسها لو بدلنا احد الالكترونين بالاخر، و عليه فالدالة الموقعية ψ لنظام متكون من الكترونين برميهما متوازيين يجب أن تكون ضديدة التناظر و نعبر عنها بالشكل $\psi_A = \psi\uparrow\uparrow$ و من ناحية أخرى لو كان برما الالكترونين متعاكسين لوجب ان تكون دالة البرم ضديدة التناظر، ذلك لأن اشارتها تتغير بتبديل احد الالكترونين بالاخر، و عليه فان الدالة الموقعية لنظام مكون من الكترونين برميهما متعاكسين يجب ان تكون متناظرة و يمكن كتابة ذلك بالصيغة

$$\psi\uparrow\downarrow = \psi_S$$

معادلة شرودنجر لجزيئة H_2 ليس لها حل كامل، بينما يوجد حل كامل فقط لحالة H_2^+، أما جميع الجزيئات الأخرى فليس لها سوى حلول تقريبية.

و يبين الشكل (8-7) نتائج التحليلات التفصيلية لجزيئة H_2 عندما يكون برم الإلكترونين متوازيا و عندما يكون متعاكسا. و الفرق بين المنحيين في الشكل هو نتيجة مبدأ الانفراد الذي لا يسمح لإلكترونين برماهما متوازيان أن يكون لهما نفس الحالة الكمومية. و لذلك تكون قوة التنافر بين الالكترونين هي المهيمنة إذا كان برمهما متوازيا، مما يزيد من طاقتيهما الكامنة.



الشكل (8-7) تغير طاقة النظام (**H + H**) مع المسافة R بين النواتين، لحالة يكون فيها برم الإلكترونين متوازيا و لحالة يكون فيها برم الكترونين متعاكسا.

8-5 المدارات الجزيئية

ان الاواصر التساهمية في الجزيئات غير H_2 و غير ثنائية الذرات diatomic و غير الجزيئات المتعددة الذرات polyatomic هي على العموم اكثر تعقيدا. و الحقيقة أن المسألة كانت ستكون اكثر تعقيدا من ذلك لولا أن اقتراب الذرات بعضها من بعض يؤثر على مداراتها الخارجية فقط. و هناك سببان لهذا: احدهما أن الإلكترونات الداخلية تكون مشدودة أكثر بالنواة، و بالتالي اقل استجابة للتأثيرات الخارجية و ذلك لكونها اقرب الى نواة الام و ان هناك عددا أقل من الإلكترونات تحجل تأثير النواة عنها، و السبب الاخر أن المدارات الداخلية للذرات المختلفة تبقى بعيدة نسبيا بعضها عن بعض حتى عندما تصل الذرات إلى أدني مسافة بينها. إن دراسة طيف الاشعة السينية الناشئة من انتقال الإلكترونات بين المدارات الداخلية تؤكد أن الإلكترونات التساهمية.

هي التي تتأثر وحدها بالروابط الكيماوية، حيث وجد أن هذه الاطياف تقريبا لا تعتمد على كيفية اتحاد الذرات في الجزيئات أو في المواد الصلبة.

و لكي ندرس الآواصر الكيماوية chemical bonding من المفيد أن نتصور التوزيع المكاني لانتشار الكترونات المدارات الذرية التي تتشابه كمياً (qualitatively) مع تلك التي لذرة الهيدروجين . ان الصور في الشكل (6-11) محددة ببعدين فقط، و عليه فإنها غير ملائمة للغرض، و الطريقة الأكثر ملاءمة هي ان نرسم سطوحاً فاصلة bounding surfaces تكون عندها $|\psi|^2$ ثابتة. و احتمال وجود الالكترون داخلها كبير و لنقل 90% أو 95%، و كذلك يمكننا وضع إشارة دالة الموجة ψ على كل نتوء (lobe) في مثل تلك الرسومات رغم ان الشكل يمثل $|\psi|^2$. ان المخططات في الشكل (8-8) تبين السطوح الفاصلة للمدارات s و p و d . ان هذه المخططات توضح $|\Theta\Phi|^2$ لكل حالة و مقابلها كثافة الاحتمال الشعاعي $|R|^2$ ، انظر الشكل (6-10). و بطبيعة الحال فان كثافة الاحتمال الكلي $|\psi|^2$ هي حاصل ضرب $|\Theta\Phi|^2$ و $|R|^2$.

في حالات معينة يمكن استنباط المدارات المبينة في الشكل (8-8) من الجمع الخطي (linear combinations) لدالتي موجة تمثلان حالتين لهما نفس الطاقة، و مثل هذا التركيب (combinations) هو أيضا حل لمعادلة شرودينجر . و مثال ذلك مدار p_x الذي يتكون من جمع الدالتين الموجيتين (l =1 , m = -1) و (l =1 , m = +1):

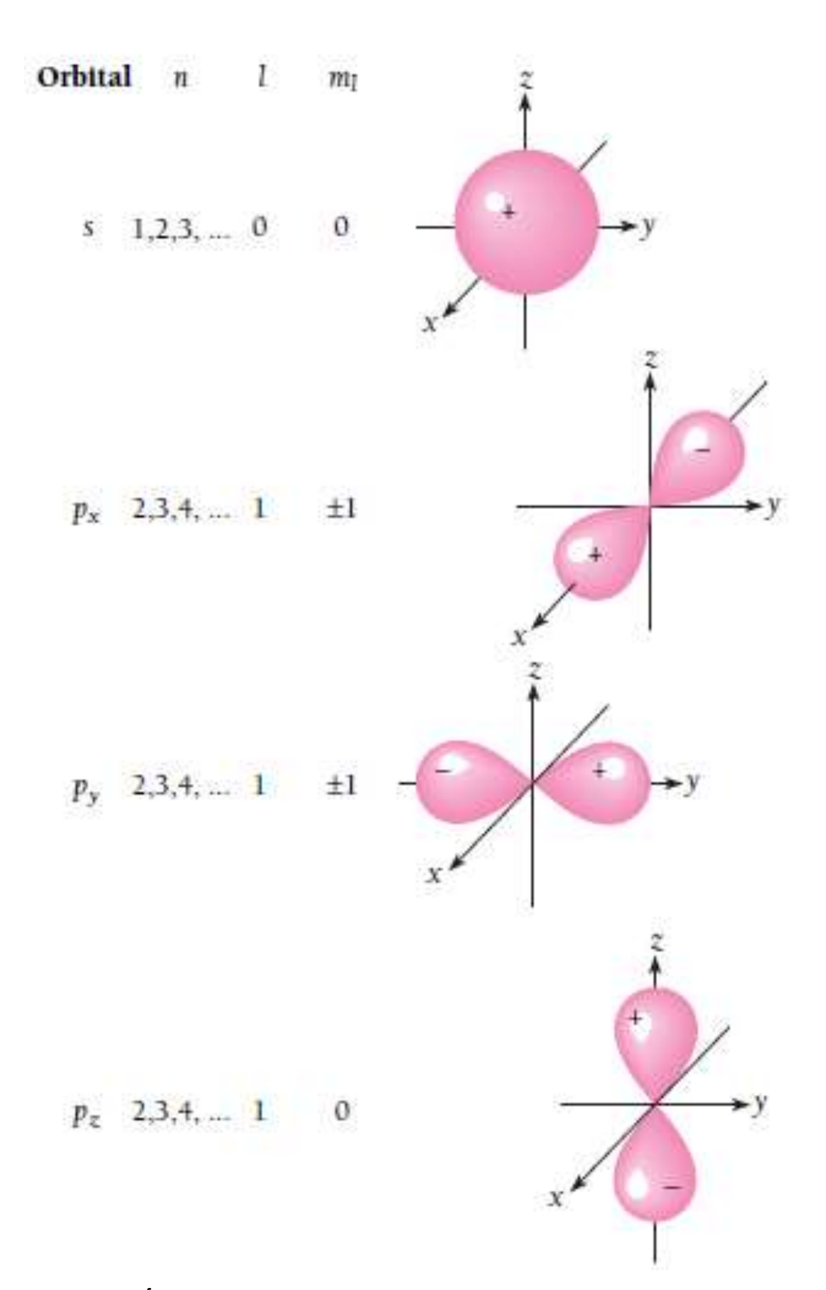
$$\psi_{p_x}=\frac{1}{\sqrt{2}}(\psi_{p+1} + \psi_{p-1})$$

هنا المعامل $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ضروري لتقويم (normalize) ψ_{p_x}، و بنفس الطريقة يأخذ المدار p_y الصيغة

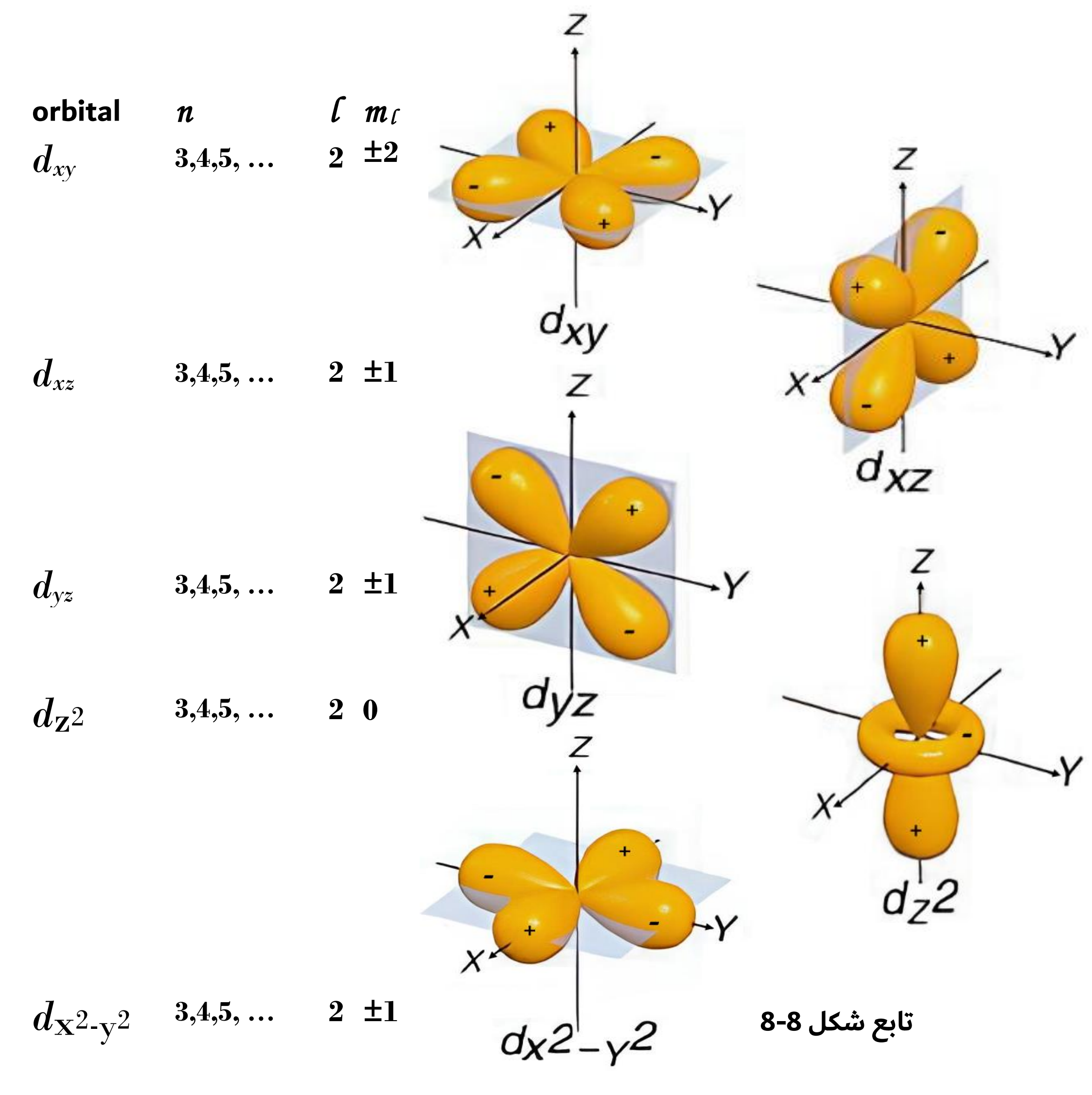
$$\psi_{p_y}=\frac{-i}{\sqrt{2}}(\psi_{p+1} + \psi_{p-1})$$

على حين ينتج المدار px من الدالة الموجية l = 1 و ml = 0 ، نوضح في الشكل (8-8) الدوال الموجية التي تُجمع لتكون المدارات d_{xz} و d_{yz} و d_x و $d_{x^2-y^2}$. ان الالكترونات المشتركة في آصرة تساهمية يكون لها توزيع احتمال يختلف عن توزيع احتمال نفس الالكترونات في الذرات المنفصلة. و التوزيعات الجديدة يمكن فهمها بسهولة بدلالة المدارات المبينة في الشكل (8-8).

عندما تقترب ذرتان من بعضهما فان مدارات كل منها تتداخل مع مدارات الأخرى، و تداخلهم يؤدي الى احد حالتين: إما زيادة في كثافة احتمال وجود الالكترون بين الذرتين، مكونا بذلك مداراً ترابطيا جزيئياً (bonding molecular orbital)، أو نقصان في تركيز كثافة الالكترون بين الذرتين، مؤدياً الى قوة تنافر بين الذرتين. و قد لاحظنا في البند السابق كيف ان مدارين 1s في ذرتي هيدروجين يمكن ان يلتئما لتكوين مدار ترابط (bonding orbital ψ_S) أو مدار تنافر (antibonding orbital ψ_A) و وفقاً لمصطلحات



الشكل (8-8) رسم تخطيطي للسطوح الفاصلة للمدارات الذرية s و p وd، الإشارة (+) أو (-) تدل على إشارة دالة الموجة في تلك المنطقة.



orbital	n	ℓ	m_ℓ
d_{xy}	3,4,5, …	2	±2
d_{xz}	3,4,5, …	2	±1
d_{yz}	3,4,5, …	2	±1
d_{z^2}	3,4,5, …	2	0
$d_{x^2-y^2}$	3,4,5, …	2	±1

تابع شكل 8-8

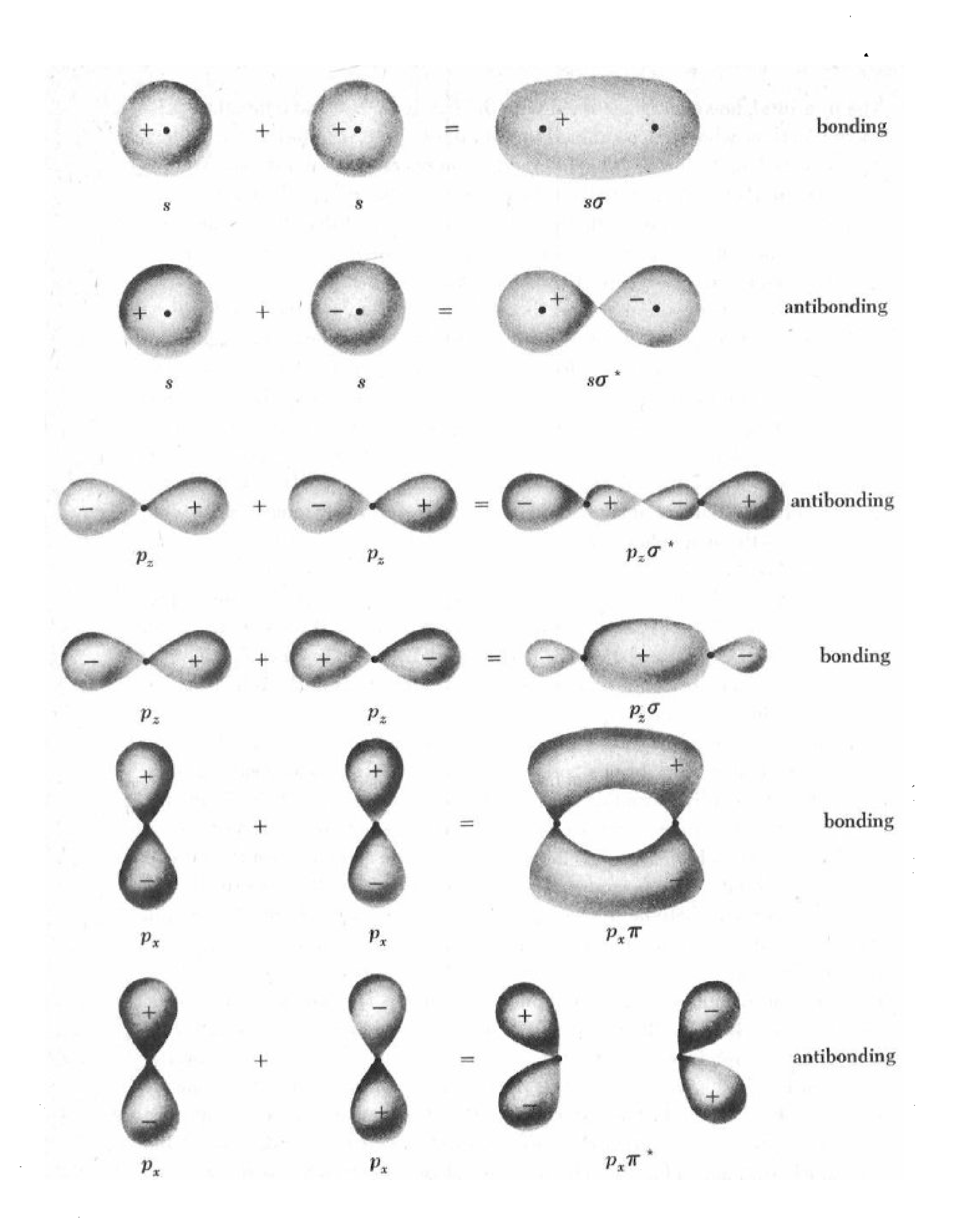
الفيزياء الجزيئية. نشير إلى Ψ_S بمدار 1sσ و Ψ_A بمدار 1sσ* ، فالرمز "1s" يميز المدارات الذرية التي نتخيلها متحدة لتكون المدار الجزيئي molecular orbit على حين يشير الحرف الاغريقي σ الى انعدام العزم الزاوي angular momentum حول محور الربط (محور z للجزيئة). ان مركبة العزم الزاوي باتجاه z للجزيئة تكون مكممة quantized، و محددة بالقيم λħ حيث ... ,λ=0, 1, 2 فالحالات الجزيئية التابعة لـ λ=0 يرمز لها بـ σ ، و الحالات الجزيئية التي فيها λ= 1 يرمز لها بـ π و التي فيها λ= 2 يرمز لها بالرمز δ و هكذا نرمز للحالات التابعة لقيم z الأخرى وفق الترتيب الابجدي.

و أخيرا يُرمز لمدارات ضديدة الترابط بعلامة نجمة، كما في $1s\sigma^*$ الذي يمثل مدار ضديدة الترابط ψ_A للهيدروجين H_2.

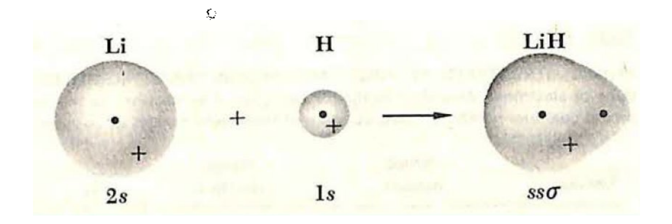
الشكل (8-9) يبين السطوح الفاصلة (boundary-surfaces) التي توضح تكوين المدارات الجزيئية σ و π من المدارات الذرية s و p لجزيئات ذوات ذرتين نواتيهما متشابهتين (homonuclear diatomic molecules)، و نلاحظ من الشكل ان المدارات σ تكون متناظرة دورانياً حول خط الارتباط، على حين تغير المدارات π اشارتها عندما تدور بزاوية 180 درجة حول خط الارتباط، و بما ان نتوءات (lobes) المدارات p_z تكون على طول خط الارتباط، لذلك فان هذه المدارات تمثل σ الجزيئية، و كل من المدارين p_x و p_y يشكلان مدارات π الجزيئية.

الجزيئة ثنائية الذرات غير متجانسة النُوى (Hetronuclear diatomic molecule) تتألف اساساً من ذرتين غير متشابهتين، و في العموم تكون مداراتها مختلفة. و عليه فالإلكترونات التساهمية في هذه الجزيئات ليست مشتركة بنفس النسبة بين الذرتين. ان ابسط جزيئات ثنائية الذرات غير متجانسة النُوى هي جزيئة LiH و هي افضل مثال على هذا التأثير (effect). المدار الاعتيادي لإلكترون ذرة الهيدروجين هو 1s على حين مدارات الكترونات ذرة الليثيوم هي $1s^2 2s$ و هذا يعني ان لكل من الذرتين الكتروناً تساهمياً واحداً. المدار 1s في ذرة الهيدروجين و المدار 2s في ذرة الليثيوم يكونان مدار σ لجزيئة LiH (الشكل 8-10)، و في كل من الذرتين تكون الشحنة الفعلية المؤثرة على الالكترون التساهمي هي e+ (في ذرة الليثيوم تحجب الطبقة الداخلية في المدار 1s المتألفة من الكترونين شحنة مقدارها 2e+ من مجموع شحنة النواة البالغة 3e+)، لكن الالكترون التساهمي يكون بالمعدل ابعد عن نواة الليثيوم بعدة مرات مما هو عليه عن نواة ذرة الهيدروجين (ان طاقات التأين تعكس هذا الفرق فطاقة تأين ذرة الهيدروجين هي 13.6 ev بينما هي 5.4 ev لذرة الليثيوم) لذلك تكون الالكترونات في مدار ترابط σ لجزيئة LiH اكثر ميلا نحو نواة H و من هذا ينتج تجمع للشحنة السالبة قرب نواة الهيدروجين في LiH.

لو كان هناك انعزال كامل للشحنة مثلما في NaCl لأدى ذلك الى جزيئة LiH تتكون من ايون Li^+ و ايون H^- و تكون نتيجتها آصرة ايونية صرفة، لكن الحقيقة ان الآصرة في LiH هي جزئياً ايونية (partially ionic)، فكل من الكتروني الترابط يقضي حوالي 80% من الوقت في جوار نواة الهيدروجين و 20% من الوقت في جوار نواة الليثيوم، و نقيض ذلك حالة الكترونات الترابط في الجزيئات ثنائية الذرات متجانسة النُوى



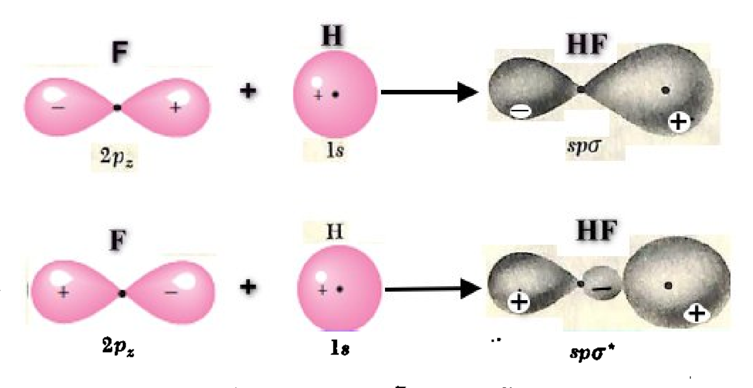
الشكل (٨–٩) سطوح فاصلة توضح تكوين المدارات الجزيئية من المدارات الذرية s و p في جزيئات ثنائية الذرات متشابهة النوى . في كل حالة يكون المحور z على طول الخط الواصل بين النواتين ، على حين يمثل مستوى الورقة المستوى xy . ان المدارات $p_y\pi$ و $p_y\pi$ يكافئان المدارين $p_x\pi$ و $p_x\pi^*$ ، الا انهما منحرفان بزاوية $90°$.



الشكل (٨–١٠) الكتروناً الترابط في جزيئة LiH يشغلان مداراً جزيئياً متكوناً من مدار 1s لذرة الهيدروجين ومدار 2s لذرة Li

homonuclear molecule ،مثل H_2 و O_2 ، ففي هذه الحالة يقضي الالكترونات 50% من الوقت جوار كل من النواتين . ان الجزيئات التي أواصرها ليست تساهمية بحتاً ولا أيونية بحتاً تدعى أحيانا تساهمية قطبية *polar covalent* ، حيث أن هذه الجزيئات تمتلك عزم ثنائي القطب الكهربائي electric dipole moments . انّ قابلية الذرة لجذب الكترون تساهمي تدعى بالقدرة السلبية *electronegativity*. ففي جزيئة LiH ، على سبيل المثال ، تكون ذرة H ذات قدرة سلبية أكبر من ذرة Li .

في الجزيئات غير المتجانسة النوى heteronuclear molecule يمكن أن تكون المدارات الذرية ، التي نتصورها متحدة لتكون المدار الجزيئي ، ذات صفات مختلفة بعضها من بعض . مثال ذلك جزيئة HF التي فيها المدار 1s لذرة الهيدروجين يتحد مع المدار $2p_z$ لذرة الفلور. هناك احتمالان لهذا الاتحاد ، كما هومبين في الشكل (٨–١١) : أما تكوين مدار الترابط *spσ* أومدار ضديد الترابط *spσ** ، بما أن كلاً من المدار 1s في H والمدار $2p_z$ في F يحتوي على الكترون واحد (الجدول ٨–١) ، فينتج أن المدار *spσ* في HF يحتوي على الكترونين . ولذلك يمكننا أن نتصور الذرتين في الجزيئة HF مشدود بعضها الى بعض بواسطة آصرة تساهمية واحدة . الشكل (٨–١٢) يبين التركيب الالكتروني للجزيئة HF .

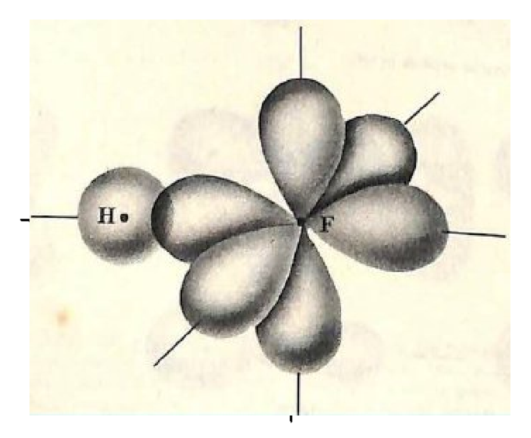


الشكل (٨–١١) آصرة الترابط وآصرة ضديدة الترابط في HF

Element		Atomic number	Atomic structure	Occupancy of orbitals				
				1s	2s	$2p_x$	$2p_y$	$2p_z$
Hydrogen	H	1	$1s$	↑				
Helium	He	2	$1s^2$	↑↓				
Lithium	Li	3	$1s^2 2s$	↑↓	↑			
Beryllium	Be	4	$1s^2 2s^2$	↑↓	↑↓			
Boron	B	5	$1s^2 2s^2 2p$	↑↓	↑↓	↑		
Carbon	C	6	$1s^2 2s^2 2p^2$	↑↓	↑↓	↑	↑	
Nitrogen	N	7	$1s^2 2s^2 2p^3$	↑↓	↑↓	↑	↑	↑
Oxygen	O	8	$1s^2 2s^2 2p^4$	↑↓	↑↓	↑↓	↑	↑
Fluorine	F	9	$1s^2 2s^2 2p^5$	↑↓	↑↓	↑↓	↑↓	↑
Neon	Ne	10	$1s^2 2s^2 2p^6$	↑↓	↑↓	↑↓	↑↓	↑↓

الجدول (٨-١) التركيب الذري لعناصر السلسلة الاولى والثانية في الجدول الدوري . توضح الاسهم اتجاه برم الالكترونات . فحسب قاعدة هوند Hund's rule (البند ٧-٦) ، تحاول الالكترونات في نفس المدار الثانوي (اي بنفس العدد الكمي l) ان تأخذ الوضعية بحيث ان برمها يكون باتجاه واحد .

ان تركيب المدارات الذرية الثلاثة التابعة للحالة p $(m_l = \mp 1, 0)$؛ حيث $(l = 1)$ وقابلية كل منها لترتبط مع المدارات الذرية s ، تساعدنا على فهم الأشكال الهندسية لعدد كبير من الجزيئات متعددة الذرات . مثال ذلك يتجسد في جزيئة H_2O . في البداية ، لربما نتوقع أن ترتيب الذرات في جزيئة الماء يكون على خط مستقيم H—O—H ، ذلك على أساس أن الأوكسجين له قدرة سلبية أكبر من الهيدروجين ، ونتيجتها تكتسب كل من ذرتي H شحنة موجبة صغيرة تعمل على ابعادهما أكبر ما يمكن بعضهما عن الآخر . بالتالي فان هاتين الذرتين تأخذان موقعين متقابلين حول ذرة O . لكن الحقيقة هي أن تركيب جزيئة الماء هو قريب الى O—H مع H مرتبطة بـ O أسفلها ، حيث أن الزاوية بين الآصرتين O—H تساوي 104.5°



الشكل (٨-١٢) المدارات الذرية التساهمية في HF . انّ المدارات الجزيئية σ مبينة كمدارات ذرية متداخلة

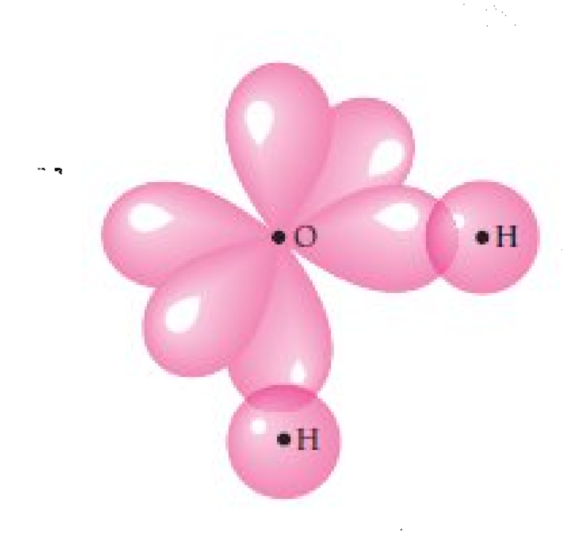
ويمكننا ان نوضح بسهولة الشكل المنحني لجزيئة الماء . فمن الجدول (٨-١) يتضح لنا ان كلاً من مداري الاوكسجين $2p_y$ و $2p_z$ يحتوي على الكترون واحد . ولذا فان كلاً منهما يمكن ان يرتبط بمدار $1s$ في ذرة H ، مشكلاً مدار ترابط $sp\sigma$ (الشكل ٨-١٣) . ان الزاوية بين محوري المدارين $2p_y$ و $2p_z$. (هذان المحوران منطبقان على y و z ، على التوالي) هي $90°$. والتباين الجزئي بين الزاوية $90°$ والزاوية $104.5°$ الملاحظة عملياً ، هو نتيجة الى التنافر المتبادل بين ذرتي الهيدروجين . فهناك حقيقة تدعم الفكرة الاخيرة ، وهي ان زوايا الترابط bond angles في جزيئات مشابه كـ H_2S و H_2Se هي $92°$ و $90°$ على التوالي . والفروقات الاصغر حجماً بين هذه الزوايا والزاوية $90°$ يمكن ان ننسبها الى ان المسافة بين ذرتي H حول ذرة S (عددها الذري $Z = 16$) وذرة Se (عددها الذري $Z = 34$) هي اكبر مما عليه في H_2O .

ونفس الكلام يوضح الشكل الهرمي لجزيئة الامونيا NH_3 . فمن الجدول (٨-١) يتبين ان كلاً من المدارات الذرية $2p_x, 2p_y, 2p_z$ من ذرة النتروجين يحتوي على الكترون واحد . وهذا يعني انكلاً من هذه الالكترونات الثلاثة تستطيع ان تشترك مع الكترون في مدار $1s$ لذرة الهيدروجين ، ليكونا مدار ترابط جزيئي $sp\sigma$. وعليه فان مدارات الترابط في NH_3 يجب ان تتمركز على طول المحاور x, y, z وبزاوية $90°$ بين الاواصر N—H الثلاث (الشكل ٨-١٤) . كما في حالة H_2O ان زوايا الترابط الحقيقة في NH_3 هي نوعاً ما اكبر من $90°$. ففي هذه الحالة تساوي $107.5°$. والسبب هو وجود قوة تنافر بين ذرات الهيدروجين (التي تكتسب شحنات صغيرة سالبة) . ان جزيئتي الهيدريدات PH_3 و AsH_3 ، المشابه لـ NH_3 ، والمتكون من الذرات $P(Z = 15)$ و $As(Z = 33)$ الاكبر حجماً من ذرة N ، يظهران زوايا ترابط اصغر من $94°$ و $90°$ ، على التوالي . ذلك أيضاً ناتج عن نقصان قوة التنافر بين ذرات الهيدروجين التي هي الآن اكثر بعداً بعضها عن بعض .

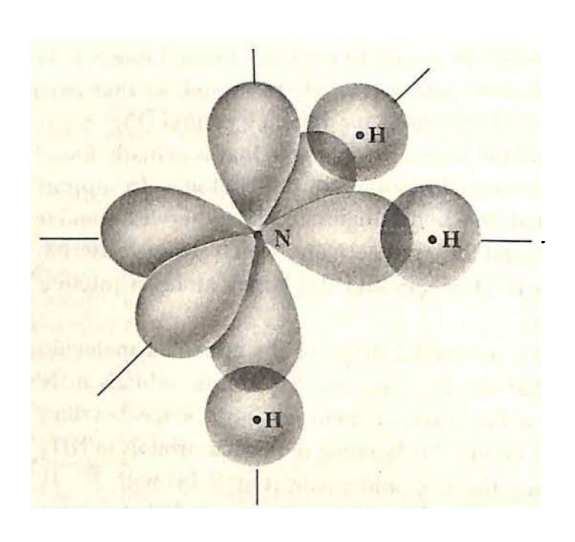
٨-٦ المدارات الهجينية HYBRID ORBITALS

ان التفسير المباشر لتوضيح شكلي الجزيئتين H_2O و NH_3 يفشل في توضيح تركيب جزيئة الميثان ، CH_4 . هنا تحتوي ذرة الكربون على الكترونين في المدار $2s$ والكترون واحد في كل من المدارين $2p_x$ و $2p_y$. ولذا نتوقع ان يكون هيدريد الكربون هو CH_2 ، ينشأ من مداري ترابط $sp\sigma$ حيث بينهما زاوية $90°$ أو اكثر قليلاً . وعلى الرغم من هذا فتوجد جزيئة CH_4 في الطبيعة والاغرب من ذلك هو ان هذه الجزيئة متناظرة تماماً ، وذات شكل رباعي الاوجه tetrahedral ، والآواصر C—H الأربع متكافئة .

ولا نستطيع أن نعتبر الكربون حالة شاذة ، حيث يحدث فيه توافقاً بالصدفة ، يؤدي



الشكل (٨–١٣) المدارات الذرية التساهمية لـ H_2O . انّ زاوية الآصرة الحقيقية هي °104.5



الشكل (٨–١٤) المدارات الذرية التساهمية لـ NH_3 . ان زاوية الآصرة الحقيقية هي °107.5

الى تكوين CH_4 بدلاً من CH_2 ، وذلك لأن نفس الظاهرة هي أيضا مشاهدة في ذرات أخرى. فمثلاً ، ذرة البورون ذات التركيب الالكتروني $1s^22s^22p$ ، تكوّن الجزيئات BF_3 و BCl_3 بدلاً من BF و BCl ، على التوالي .

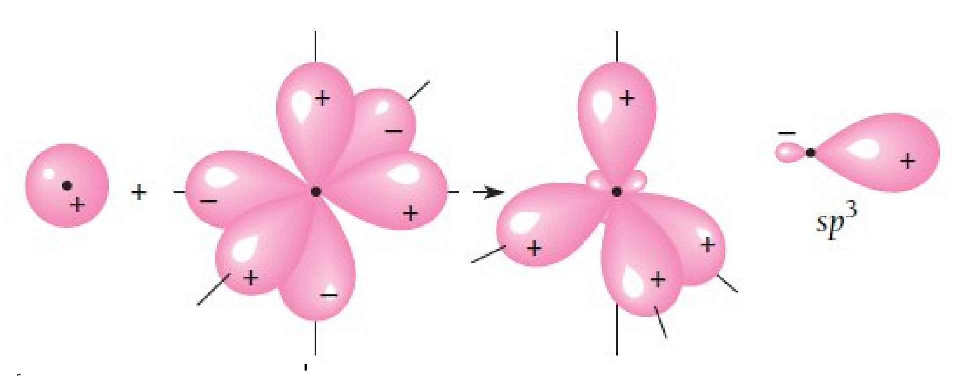
وواضح أن الذي يحدث في ذرتي الكربون والبورون هو أن المدارين $2s$ (على الرغم من كونهما مشبعين بالكترونين ذوي طاقة أقل وبالتالي انهما أكثر استقراراً من المدارات $2p$) يدخلان بطريقة ما في تكوين مدارات جزيئية مكونين رابطتين أُخريين مع ذرات

اخرى . انّ ذرة الكربون لها أربعة الكترونات في المستوى ($n = 2$) ، تشارك بها لتكون CH_4.
في حين لذرة البورون ثلاثة الكترونات في المستوى ($n = 2$) ، تشارك بها لتكون BF_3 .
انّ أبسط تفسير لوجود CH_4 هو أن نفترض أن احد الكتروني المدار $2s$ في C ينتقل الى المدار الفارغ $2p_z$ ، نتيجته يكون هناك الكترون واحد في كل من المدارات $2s, 2p_x, 2p_y$. وهذه الالكترونات الأربعة قابلة لتكوين أربع روابط . ومن البديهي أن نقل الكترون المدار $2s$ الى $2p$ يعني زيادة في طاقة ذرة الكربون . ولكن من المعقول أن نفترض أن تكوين أربع روابط في CH_4 ، بدلاً من رابطتين في CH_2 ، سوف يقلل من طاقة الجزيئة بمقدار كاف يعوض عن الطاقة المطلوبة للانتقال الأخير . وهذا التوضيح يشير الى أن في CH_4 ثلاث روابط من نوع $sp\sigma$ ورابطة واحدة من نوع $ss\sigma$. والرابطة الأخيرة تتكون من المدار $1s$ للهيدروجين والمدار $2s$ المنفرد لذرة الكربون . ولكن من الناحية العملية كل من الروابط الأربع هي متكافئة .

والتفسير الصحيح لوجود CH_4 ، يعتمد على ظاهرة تدعى بالتهجين *hybridization* وهذه الظاهرة تحدث عندما تكون الحالات $2s$ و$2p$ في احدى ذرات الجزيئة متقاربة جدا في الطاقة . ففي هذه الحالة يمكن أن تتركب المدارات التي تساهم بها الذرات من مدارات $2s$ و $2p$، اذ بهذا التركيب تكون الآصرة أكثر استقرارا من أية وضعية أخرى . والحقيقة هي أن وجود المدارات المركبة ناتج عن طبيعة معادلة شرودينكر ، التي هي معادلة تفاضلية جزئية خطية linear partial differential equation فكل من حالتي الموجة $2s$ و$2p$ للذرة هو حل لمعادلة شرودينكر . واذا كانت طاقة كل من هاتين الحالتين متساوية ، فان أي تركيب خطي لهما هو أيضا حل لنفس المعادلة . في الذرات المنعزلة ، تكون طاقة الالكترونات في المدارات $2s$ أقل (أي أكثر شداً للنواة) من طاقة الالكترونات في المدار $2p$ وبذلك لاتميل هذه الالكترونات الى تكوين مدارات هجينية في الذرات . ومن ناحية أخرى من الممكن أن تكون آصرة الجزيئة الناتجة من مساهمة المدار المركب من s و p لذرة ، أقوى من الآصرة الناتجة من مساهمة المدار s أو p على انفراد . (هذا يبقى صحيحا على الرغم من أن الجزء p في الهجين له طاقة أعلى في الذرة المنفصلة .) أي أن المدارات الهجينية تحدث عندما تكون طاقة الترابط الناتجة منها أكبر من طاقة الترابط الناتجة من المدارات النقية . ويحدث هذا في الطبيعة عندما تكون طاقتي المستويين s و p في الذرة متقاربتين .

وعلى هذا فان ذرة الكربون في جزيئة CH_4 ، لها أربعة مدارات هجينية متكافئة تساهم في الأواصر الكيمياوية . وهذه المدارات الأربعة متكونة من جمع مدار واحد $2s$ وثلاثة مدارات $2p$ ، ويمكن وصف هذه الهجائن بأنها مركبة من $\frac{1}{4}s$ و $\frac{3}{4}p$ معبرين عن كل منها بالهجين sp^3 . ونستطيع أن نصور هذه الهجائن بالسطوح الفاصلة المبينة في الشكل

(٨–١٥). فمن الواضح أن مدار الهجين sp^3 متمركز بصورة متميزة باتجاه واحد . وهذا يعلل قابلية الهجين المتميزة في تكوين آصرة ذات قوة كافية تعوض عن الطاقة اللازمة لرفع الكترون من المدار $2s$ الى المدار $2p$.



الشكل (٨–١٥) مدار s وثلاثة مدارات p من نفس الذرة تتحد لتكون اربعة مدارات sp^3 هجينية .

علينا أن نتذكر أن المدارات الهجينية لا يمكن أن توجد في الذرات المنفصلة ، حتى وان كانت هذه الذرات في حالة متهيجة فتتكون المدارات الهجينية فقط عند تكوين الجزيئات المذكورة أعلاه .

الشكل (٨– ١٦) يمثل جزيئة CH_4 ، ونجد فيه انموذ جا لهذه الجزيئة يتكون من ذرة كربون في مركز مكعب أساسي ، وذرات الهيدروجين عند زوايا المكعب المتبادلة . مثلث رؤوسه عند الذرة C وعند ذرتين من الهيدروجين ، له اضلاع أطوالها $\sqrt{3/2}, \sqrt{3/2},$ و $\sqrt{2}$. فاذا كانت الزاوية بين آصرتي C—H هي θ ، نجد من قانون الجيب تمام ($a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\theta$ ، حيث a b و c تمثل أضلاع المثلث الثلاثة ، على حين الزاوية θ تقابل الضلع a) ، ان ·

$$\cos\theta = -\frac{a^2 - b^2 - c^2}{2bc}$$

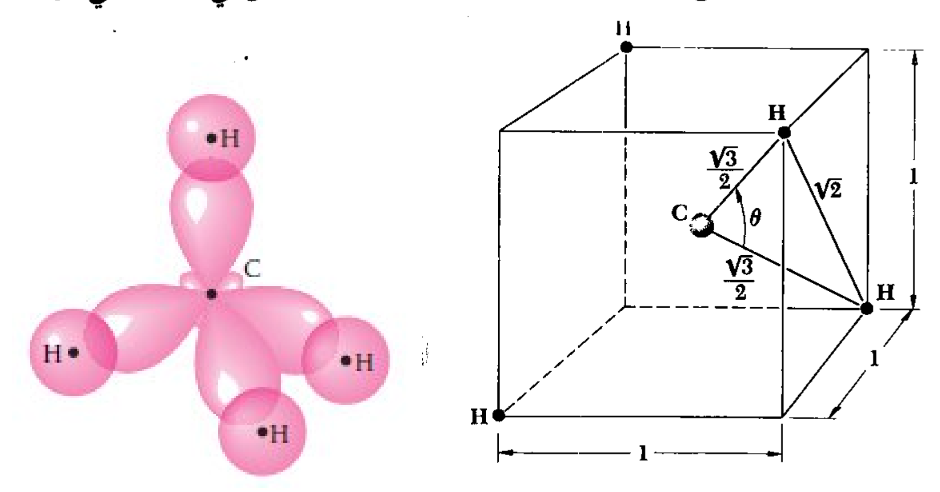
$$= -\frac{2 - 3/4 - 3/4}{2 \times 3/4} = -\frac{1}{3}$$

$$\theta = 109.5°$$

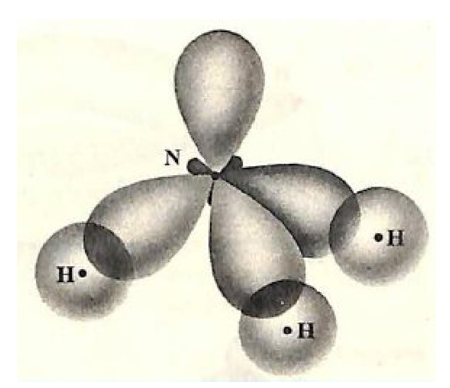
وهذه القيمة تساوي الزاوية المشاهدة عمليا .

ومن الواضح أن زوايا الأواصر $104.5°$ لجزيئة H_2O $107.5°$ ولجزيئة NH_3 هما أقرب الى زاوية رباعي الأوجه $109.5°$ ، المتكون بفعل الأواصر الهجينية sp^3 ، من الزاوية $90°$ المتوقعة على أساس أن المدار p في كل من الذرتين N، O هو المسؤول عن تكوين تلك الآصرة . وهذه الحقيقة تساعدنا على فهم كيف أن قوة التنافر بين ذرات الهيدروجين في الجزيئات

التي تكلمنا عليها يمكن أن تساهم في وصف مدارات الأواصر . ففي NH_3 هناك ثلاث أواصر تحوي على زوج من الالكترونات . ان الالكترونين الموجودين في المدار $2s$ في ذرة N



الشكل (٨-١٦) جزيئة الميثان CH_4 رباعية الأضلع . تتداخل مدارات sp^3 الهجينية لذرة C والمدارات $1s$ لذرات الهيدروجين الاربع لتكون مدارات الترابط الجزيئية .



الشكل (٨-١٧) المدارات الذرية التساهمية لجزيئة NH_3 ، وفق افتراض تكوين مدارات هجينية sp^3 في ذرة N. احد مدارات sp^3 ينشغل بالكترونين من N ، وبذلك لا يساهم في عملية الترابط .

لايشتركان في تكوين الأواصر . فلو كان في جزيئة NH_3 مدارات هجينية sp^3 بدلا من مدارات p لحدث أن طاقة النظام تكون أقل كلما كان البعد بين الأواصر أكبر . ان تكوين هذه الحالة المستقرة يكافيء نقل الكترونين من المدار $2s$ في ذرة N الى المدارات

الهجينية sp^3 ، ولكن من دون تكوين أواصر كيمياوية من قبلهما ، وهذا عكس الحالة في CH_4 التي فيها كل من المدارات sp^3 الأربعة تشارك في تكوين الأواصر . ولذا يمكننا اعتبار الزاوية $107.5°$ بين الأواصر الثلاث في جزيئة NH_3 هي حل وسط بين حالتين قصويتين أولهما تتضمن أربعة مدارات هجينية sp^3 ، احداهما غير ترابطي ، والثانية تتضمن ثلاثة مدارات ترابط $2p$ ومداراً واحداً غير ترابطي $2s$ (بطاقة منخفضة) . والشكل (٨–١٧) يمثل جزيئة NH_3 على أساس تكوين المدارات الهجينية sp^3 الذي يمكن مقارنته بالشكل (٨ – ١٨) المرسوم على أساس تكوين مدارات p

ولما كان هناك مدارا ترابط ومداران غير ترابطيين في ذرة O ، نجد أن ميل H_2O لتكوين مدارات sp^3 هو أقل من NH_3 ، الذي فيه ثلاثة مدارات ترابط ومدار واحد غير ترابطي . (زاوية الترابط الأكثر صغرا في حالة الماء تفسر هذا الاستنتاج) . سوف نناقش تركيب جزيئة الماء H_2O مرة أخرى في البند (١٠ – ٤)

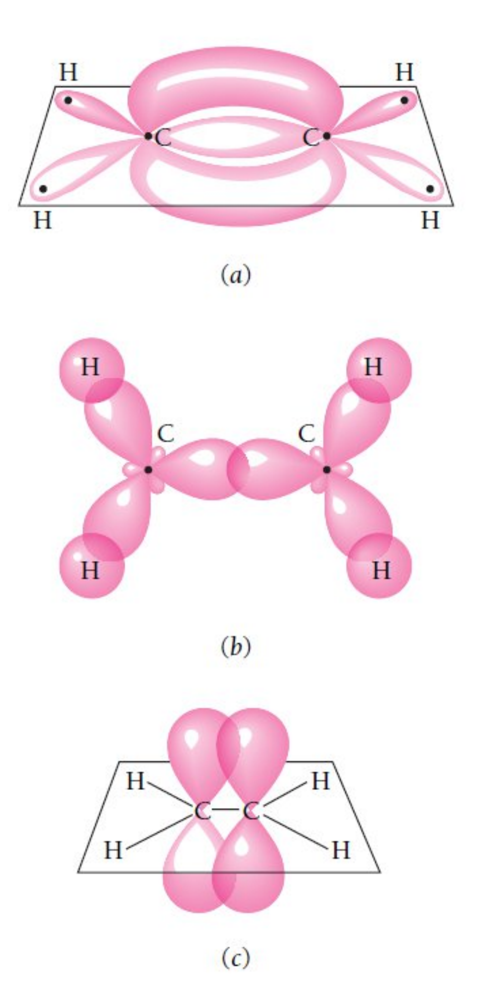
٨ – ٧ أواصر الترابط كربون – كربون CARBON-CARBON BONDS

هناك نوعان آخران من المدارات الهجينية sp^3 و sp يمكن أن يتكونا في حالة ذرات الكربون ، بالأضافة الى sp^3 . ففي الهجين sp^2 هناك الكترون تساهمي واحد في مدار p النقي وثلاثة الكترونات في المدارات الهجينية ذات التركيب $⅔p$. وفي الهجين sp هناك الكترونان تساهميان في المدارين p نقيين .
والالكترونان الآخران يكونان في مدارين هجينيين من النوع $½s$ و $½p$. جزيئة الاثيلين C_2H_4 هي مثال على الهجين sp^2 ، فيها ذرتا كربون تتصلان بآصرتين . الشكل (٨–١٨) يبين السطوح الفاصلة للمدارات الهجينية sp^2 ، حيث نجد زوايا $120°$ تفصل هذه المدارات بعضها في مستوى الورقة .
وكذلك يبين الشكل المدار النقي p_x لكل ذرة كربون . مداران sp^2 من كل ذرة كربون يتداخلان مع مدارين s لذرتي H ، ليكونوا مدار الترابط σ . والمدار sp^2 الثالث في ذرة C يكون مدار الترابط σ مع نظيره من ذرة الكربون الأخرى . انّ المدارات p_x في ذرتي الكربون يكونان مع بعضهما الآصرة π . ولذلك فان احدى الآصرتين بين الكربون تكون σ والأخرى π . على هذا الأساس تكون صيغة الأثلين هي

$$\begin{matrix} H & & & & H \\ & \diagdown & & \diagup & \\ & & C{=}C & & \\ & \diagup & & \diagdown & \\ H & & & & H \end{matrix}$$

الاثلين

ان الاسيتيلين C_2H_2 يشكل مثالا للهجين sp ، فيه ذرتا الكربون تتصل بعضها مع



الشكل (٨–١٨) (a) جزيئة الاثيلين (C_2H_4) . جميع الذرات تقع في مستوى عمودي على مستوى الورقة . (b) منظر علوي يبين المدارات الهجينية sp^2 التي تكون الاواصر σ بين ذرتي الكربون ، وبين كل ذرة كربون وذرتي هيدروجين . (c) منظر جانبي يوضح مدار p_z نقي يؤلف آصرة π بين ذرتي الكربون .

بعض بثلاث أواصر . أحد المدارين الهجينين sp في كل من ذرتي الكربون يكوّن رابطة σ مع ذرة الهيدروجين ، والمدار الثاني يكوّن رابطة σ مع ذرة الكربون الأخرى . والمدارين $2p_z$ و $2p_y$ في كل من ذرتي الكربون يكونان رابطتين π . وعلى هذا فأحد الروابط الثلاث بين ذرتي الكربون تكون σ_z على حين الرابطتان الآخريان هما π_z و π_y (الشكل ٨ – ١٩) . والصيغة الاعتيادية للاستيلين تكون

الاستيلين

$$H—C \equiv C—H$$

ففي كل من الاثيلين والاستيلين ، تكرن الالكترونات في المدارات π متركزة في

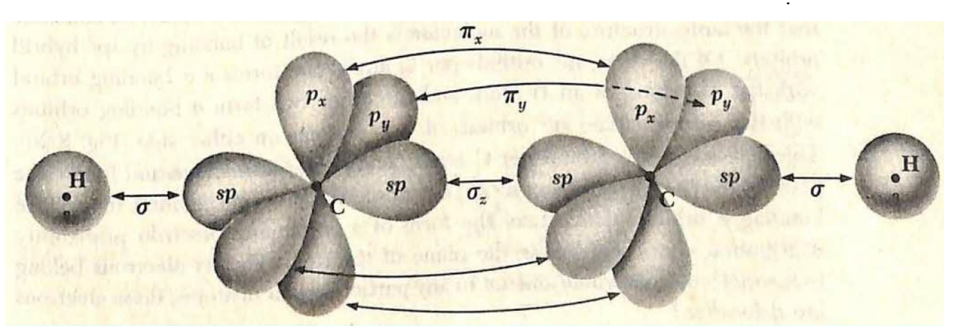
جوانب الجزيئة . وهذه الجزيئات تكون أكثر قابلية للتفاعلات الكيمياوية من الجزيئات ذات روابط σ فقط بين ذرات الكربون . مثال على الحالة الأخيرة هو الايثان الذي تتكون فيه جميع الروابط من المدارات الهجينية sp^3 لذرات الكربون .

الايثان

$$\begin{array}{ccccc} & H & & H & \\ & | & & | & \\ H- & C & - & C & -H \\ & | & & | & \\ & H & & H & \end{array}$$

مركبات الكربون التي تحوي آصرتين أو ثلاث تدعى غير مشبعة *unsaturated* ، ذلك لأنها يمكن أن تضيف ذرات أخرى لجزيئاتها في تفاعلات مثل :

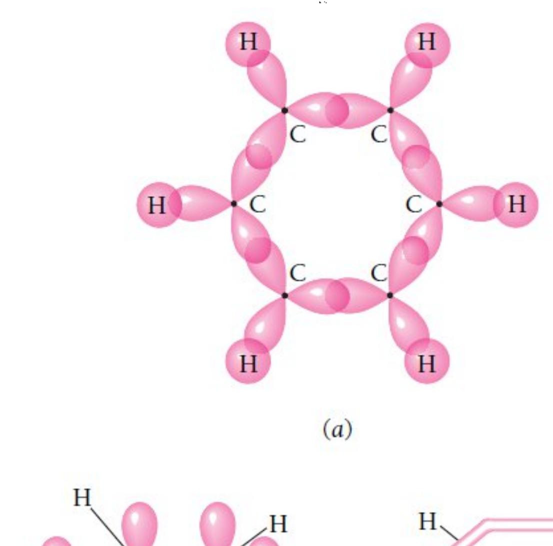
$$H_2C{=}CH_2 + HCl \longrightarrow H_3C{-}CH_2Cl$$



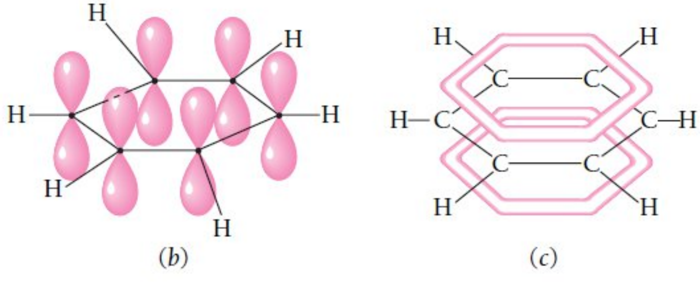
الشكل (٨–١٩) جزيئة الاسيتيلين (C_2H_2) . هناك ثلاث أواصر بين ذرات الكربون ، آصرة σ بين المدارات الهجينية sp وآصرتا π بين مداري p_x و p_y النقيين .

ففي المركبات المشبعة *saturated* compound ، كالميثان أو الايثان ، هناك رابطة واحدة فقط بين ذرات الكربون .

في البنزين C_6H_6 تكون ذرات الكربون الست مرتبة على شكل سداسي الاضلع . بزوايا ترابط $120°$ بين ذرات الكربون . ونستنتج من ذلك أن تركيب الجزيئة ينتج عن ترابط مدارات sp^2 الهجينية ، ذلك ان احدى مدارات sp^2 الثلاث لكل ذرة كربون تكوّن رابطة σ مع المدار $1s$ في ذرة الهيدروجين ، على حين يكون المداران الآخران آصرتين σ مع مدار sp^2 من كل ذرة كربون على جهتي الذرة (الشكل ٨–٢٠) . وهذا الترتيب يترك من كل ذرة كربون مدار $2p_z$ ذا نتوء فوق وتحت مستوى الحلقة . المدارات $2p_z$ الستة يتحد بعضها مع بعض لتكون مدارات الترابط π ، التي تأخذ شكل توزيع مستمر للالكترونات فوق وتحت مستوى الحلقة . فالالكترونات الستة تنتمي الى الجزيئة ككل وليس الى زوج



(a)



(b) (c)

الشكل (٨–٢٠) جزيئة البنزين . (أ) التداخل بين المدارات sp^2 الهجينية لذرات الكربون ، فيما بينها وبين مدارات لذرات الهيدروجين ، يؤدي الى روابط s . (ب) كل ذرة كربون لها مدار σ نقي يحوي على الكتروناً واحداً . (ج) مدارات الترابط الجزيئية p_z الناتجة عن ستة مدارات ذرية p_z ، تكون بعضها مع بعض توزيعاً مستمراً لستة الكترونات حول الجزيئة .

من الذرات . وهذه الالكترونات تكون غير متحددة الموقع *delocalized*

٨ – ٨ مستويات الطاقة الدورانية ROTATIONAL ENERGY LEVELS

ان مستويات طاقة الجزيئة تتكون من طاقة دوران الجزيئة ككل ، ومن طاقة تذبذب ذراتها المكونة بعضها بالنسبة للآخر و من طاقة مداراتها الالكترونية . ان مستويات الطاقة الدورانية تكون منفصلة بعضها عن بعض بمسافات صغيرة جدا (اعتياديا بحدود 10^{-3} eV) وبذلك تقع أطيافها في منطقة الموجات الدقيقة microwave (باطوال موجية محصورة بين 0.1 mm الى 1 cm) . ومستويات الطاقة الاهتزازية vibrational energy تكون منفصلة بعضها عن بعض بطاقات اكبر نوعا ما (اعتياديا بحدود 0.1 eV) ، وبذلك فان الاطياف الناتجة عنها تقع في منطقة الاشعة دون الحمراء infrared (بأطوال موجية محصورة بين 10,000 Å الى 0.1 mm) . اما مستويات الطاقة الالكترونية للجزيئة

Molecular electronic energies فتكون عالية . ففرق الطاقة بين هذه المستويات يساوي عدة eV في حالة الالكترونات التساهمية ؛ وعليه تقع الاطياف الناتجة عنها في منطقة الاشعة المرئية visible والاشعة فوق البنفسجية ultraviolet . ويمكن الحصول على معلومات دقيقة عن المسافات الفاصلة بين الذرات ، وثابت القوة ، وزوايا الترابط . من دراسة أطياف الجزيئات . وللسهولة ستقتصر في دراستنا على جزيئات ثنائية الذرات . والفكرة الاساسية تبقى نفسها للجزيئات الاكثر تعقيدا .

ان مستويات الطاقة الدنيا لجزيئات ثنائية الذرات ، تنتج من دوران الجزيئة حول مركز كتلتها center of mass. . فيمكننا ان نتصور هذه الجزيئات تتكون من ذرتين كتلتيهما m_1 و m_2 على مسافة R بينهما (لاحظ الشكل (٨-١)) . انّ العزم القصور الذاتي moment of inertia لهذه الجزيئة ، حول محور يمر خلال مركز كتلتها وعموديا على الخط الواصل بين الذرتين ، هو :

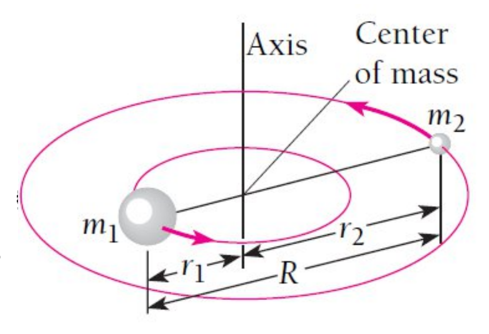
$$I = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 \qquad (٨-٢)$$

حيث r_1 و r_2 تمثلان ، على التوالي ، بعد الذرتين 1 و 2 عن مركز الكتلة . ولكن لدينا من تعريف مركز الكتلة ، أن :

$$m_1 r_1 = m_2 r_2 \qquad (٨-٣)$$

ولذا نجد عزم القصور الذاتي ياخذ الصيغة :

$$I = \left(\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}\right)(r_1 + r_2)^2 = m' R^2 \qquad (٨-٤)$$



الشكل (٨-٢١) جزيئة ثنائية الذرات تدور حول مركز كتلتهما .

حيث

$$m' = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \qquad (٨-٥)$$ الكتلة المصغرة

تمثل الكتلة الصغرة reduced mass للجزيئة والتي مر ذكرها في البند (٤-٩)

فالمعادلة (٨ – ٤) تنص على ان دوران جزيئة ثنائية الذرات ، يكافىء دوران جسيم كتلته m وبنصف قطر دوران R .

والزخم الزاوي angular momentum (للجزيئة ياخذ الصيغة :

$$L = I\omega \qquad (٨ - ٦)$$

حيث ω السرعة الزاوية angular velocity للجسيم . ولكن من المعروف ان الزخم الزاوي هو مكمّى quantized . فلو عبرنا عن العدد الكمي الدوراني *rotational quantum number* بـ J ، يكون لدينا :

$$L = \sqrt{J(J+1)}\,\hbar \qquad J = 0, 1, 2, 3, \ldots \qquad (٨ - ٧)$$

وكذلك لدينا الطاقة الدورانية للجزيئة هي : $\frac{1}{2}I\omega^2$. وعليه فمستويات الطاقة تكون :

$$E_J = \tfrac{1}{2}I\omega^2$$

$$= \frac{L^2}{2I}$$

$$= \frac{J(J+1)\hbar^2}{2I} \qquad (٨ - ٨)$$

مستويات الطاقة الدورانية

دعنا نتعرف على مستويات الطاقة والسرعة الزاوية الناتجة عن دوران الجزيئات. ان المسافة R بين ذرتي جزيئة اول اوكسيد الكربون تساوي 1.13 Å ، وكتلة ^{12}C و ^{16}O . 1.99×10^{-26} kg. 2.66×10^{-26} kg ، على التوالي وعليه فالكتلة المصغرة m' لجزيئة CO تكون :

$$m' = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$$

$$= \frac{1.99 \times 2.66}{1.99 + 2.66} \times 10^{-26}\ \text{kg}$$

$$= 1.14 \times 10^{-26}\ \text{kg}$$

على حين ان عزم قصورها الذاتي I يساوي :

$$I = m'R^2$$

$$= 1.14 \times 10^{-26}\ \text{kg} \times (1.13 \times 10^{-10}\ \text{m})^2$$

$$= 1.46 \times 10^{-46}\ \text{kg-m}^2$$

فطاقة اول مستوى متهيج في جزيئة CO

$$E_{J=1} = \frac{J(J+1)\hbar^2}{2I} = \frac{\hbar^2}{I}$$

$$= \frac{(1.054 \times 10^{-34}\ \text{J-s})^2}{1.46 \times 10^{-46}\ \text{kg-m}^2}$$

$$= 7.61 \times 10^{-23}\ \text{J}$$

$$= 5.07 \times 10^{-4}\ \text{eV}$$

وهذه الطاقة ليست بكمية كبيرة . ولذا عند درجة حرارة الغرفة (حيث $kT \approx 2.6 \times 10^{-2}$ eV تكون جميع جزيئات CO تقريبا ، من عينة غاز اول اوكسيد الكربون ، في حالات دورانية متهيجة . وأما السرعة الزاوية لجزيئة CO للحالة $J = 1$ فهي :

$$\omega = \sqrt{\frac{2E}{I}}$$
$$= \sqrt{\frac{2 \times 7.61 \times 10^{-23}\ \text{J}}{1.46 \times 10^{-46}\ \text{kg-m}^2}}$$
$$= 3.23 \times 10^{11}\ \text{rad/s}$$

لقد درسنا لحد الان دوران جزيئات ثنائية الذرات حول محور عمودي على محور تناظرها (الشكل ٨–٢١) . فما تأثير دوران الجزيئات حول محور التناظرنفسه ؟ ان هذه الحركة يمكن اهمالها ، والسبب في ذلك ان كتلة الذرات تكون متمركزة تقريبا في نواها ، والتي تكون انصاف اقطارها $\sim 10^{-4}$ فقط من انصاف اقطار الذرات نفسها . وعليه يكون الجزء الاعظم من عزم القصور الذاتي لجزيئة ثنائية الذرات حول محور تناظرها ، ناتج من الالكترونات فقط . ان هذه الالكترونات تتمركز في منطقة ، حول المحور ، نصف قطرها يساوي تقريبا نصف المسافة R بين الذرتين . على حين ان مجموع كتل هذه الالكترونات هو فقط $1/_{4,000}$ من كتلة الجزيئة. ولما كانت مستويات الطاقة الدورانية تتناسب مع $1/I$ ، يتضح ان الدوران حول محور التناظر ، يتضمن طاقات $\sim 10^4$ مرة بقدر E للحالة الدورانية التي درسناها سابقا (الشكل ٨–٢١) . وعليه فدوران جزيئة ثنائية الذرات حول محور تناظرها يتضمن طاقات تزيد عن عدة الكترون — فولت . ولما كانت طاقة ترابط الجزيئات هي بحدود هي القيم . فانه من المحتمل ان تتحلل الجزيئات قبل تهيج الحالة الدورانية حول محور التناظر.

ان الاطياف الدورانية Rotational spectra تنتج من الانتقالات بين مستويات الطاقة الدورانية . في هذه الانتقالات ، يمكن الجزيئات التي لها عزم ثنائي القطب الكهربائي فقط ، ان تمتص او تبعث موجات كهرومغناطيسية . وهذا يعني ان الجزيئات ثنائية الذرات غير القطبية nonpolar diatomic molecules ، مثل H_2 ، وجزيئات متناظرة متعددة الذرات ، مثل CO_2 (O=C=O) و CH_4 (الشكل ٨–١٦) ، لاتظهر اطيافا دورانية . (ومع هذا فيمكن ان تحدث الانتقالات بين الحالات الدورانية في الجزيئات مثل H_2, CO_2 و CH_4 ، خلال عمليات التصادم) ونضيف الى ذلك ، حتى في الجزيئات التي تمتلك عزم ثنائي قطب كهربائي دائم ، فليس جميع الانتقالات بين الحالات الدورانية هو ممكن (ذلك كما هو الحال للاطياف الذرية atomic spectra (البند ٦–١٠)) . فهناك قواعد اختيار *selection rules* معينة تحدد شروط الانتقال بين الحالات الدورانية . ان قاعدة الاختيار للانتقال بين الحالات الدورانية ، لجزيئات متماسكة rigid ثنائية الذرات ،

هي

$$\Delta J = \pm 1 \tag{٨-٩}$$

ومن الناحية العملية نشاهد الاطياف الدورانية دائما في عملية الامتصاص absorption . فتتضمن الاطياف الدورانية المشاهدة تغيرا في العدد الكمي الدوراني rotational quantum number من J الى $J+1$. ولحالة جزيئة متماسكة ، تردد الفوتون المطلوب لعملية التهيج هو :

$$\nu_{J\to J+1} = \frac{\Delta E}{h} = \frac{E_{J+1} - E_J}{h}$$

الاطياف الدورانية

$$= \frac{\hbar}{2\pi I}(J+1) \tag{٨-١٠}$$

حيث I عزم القصور الذاتي للدوران المبين في الشكل (٨-٢١) . وعليه يتكون طيف جزيئة متماسكة ثنائية الذرات من خطوط متساوية الابعاد كالمبين في الشكل (٨-٢٢) .ومن الممكن قياس تردد الخطوط ، ومن تسلسل الخطوط يمكن معرفة قيمة I المناسبة . فمن هذه القياسات نستطيع ان نحصل على قيمة عزم القصور الذاتي للجزيئة . او بطريقة اخرى ، اذا كان مقياس الطيف spec- trometer لايسجل لنا تردد اوطأ خط في الطيف ، فيمكننا حساب عزم القصور الذاتي من فرق ترددي اي خطين متجاورين في الطيف) . ففي حالة جزيئة CO ، ان خط الامتصاص absorption line التابع للانتقال $J = 0 \rightarrow J = 1$ يحدث عند تردد 1.153×10^{11} Hz . ولهذا فان :

$$I_{\mathrm{CO}} = \frac{\hbar}{2\pi\nu}(J+1)$$

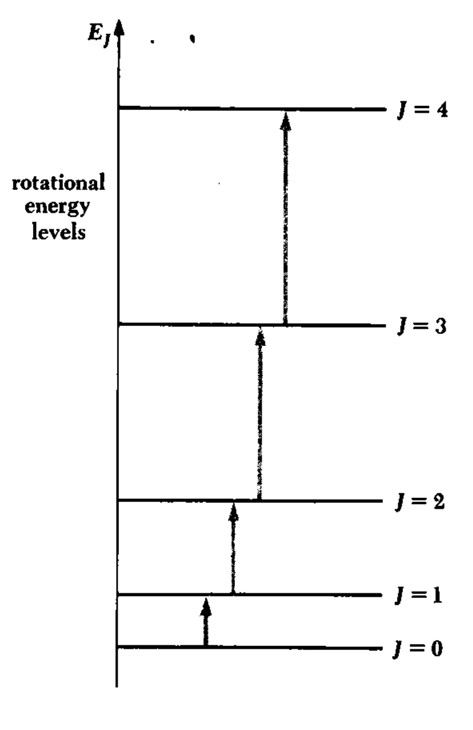
$$= \frac{1.054 \times 10^{-34}\ \text{J-s}}{2\pi \times 1.153 \times 10^{11}\ \text{s}^{-1}}$$

$$= 1.46 \times 10^{-46}\ \text{kg-m}^2$$

لما كانت الكتلة المصغرة لجزيئة CO تساوي 1.14×10^{-26} ، نستنتج ان طول الآصرة R_{CO} هو $\sqrt{I/m'} = 1.13$ Å . وهذه الطريقة ، في الحقيقة ، هي التي تم بواسطتها قياس طول اصرة COالوارد ذكرها سابقا .

٨-٩ مستويات الطاقة الاهتزازية VIBRATIONAL ENERGY LEVELS

في حالات التهيج العالية تكتسب الجزيئة طاقة اهتزازية اضافة الى اكتسابها طاقة دورانية . وكما في حالة الحركة الدورانية ، ندرس هنا مستويات الطاقة الاهتزازية لجزيئات ثنائية الذرات فقط . فالشكل (٨-٢٣) يبين كيفية تغير الطاقة الكامنة لجزيئة مع المسافة R بين نواتي الذرتين . ان شكل المنحني قرب القيمة الدنيا ، التي عندها تكون الجزيئة في حالة توازن ، ياخذ شكلا يشبه الى حد كبير شكل قطع مكافىء parabola .



الشكل (٨-٢٢) مستويات الطاقة وخطوط الطيف الدوراني للجزيئة .

وعليه نجد في هذه المنطقة أن :

$$V = V_0 + \tfrac{1}{2}k(R - R_0)^2 \qquad (١١-٨)$$

حيث R_0 مسافة التوازن بين الذرتين . أما القوة بين الذرتين فيمكن حسابها من تفاضل V :

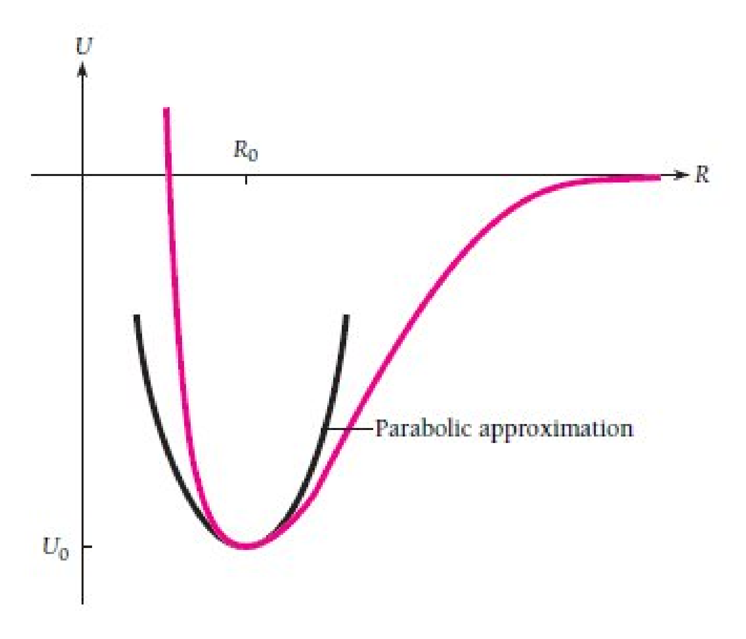
$$\begin{aligned} F &= -\frac{dV}{dR} \\ &= -k(R - R_0) \end{aligned} \qquad (١٢-٨)$$

وهذه القوة تشابه تماماً القوة المعيدة restoring force التي يبذلها نابض مضغوط أو ممدود ، والذي يتبع قانون هوك Hooke's law . وكما في حالة نابض ، فجزيئة متهيجة تخضع لحركة توافقية بسيطة .

ومن الناحية الكلاسيكية ، ان تردد جسم كتلته m متصل بنابض ثابت قوته k ، هو

$$\nu_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} \qquad (١٣-٨)$$

انّ الحالة تختلف نوعاً ما في الجزيئات ثنائية الذرات . فهذه الحالة تكافيء كتلتان m_1 و m_2



الشكل (٨–٢٣) الطاقة الكامنة لجزيئة ثنائية الذرات كدالة للمسافة بين النواتين .

متصلتان بنابض ، كما في الشكل (٨–٢٤) . في حالة عدم وجود قوى خارجية ، يبقى الزخم الخطي الكلي للنظام ثابتاً ، لأن اهتزاز الجسمين لا يستطيع ان يؤثر على حركة مركز كتلتيهما . وعليه فان m_1 و m_2 يتذبذبان ذهاباً وايابا بالنسبة لمركز الكتلة باتجاهين متعاكسين ، وكلاهما يصلان الى مديهما الأقصى في نفس اللحظة . انّ المعادلة (٨–١٣) تعطينا ذبذبة هذين الجسمين بعد التعويض عن الكتلة m بالكتلة المصغرة m' :

الشكل (٨–٢٤) متذبذب ذو جسمين

force constant k

m_1 m_2

$$\nu_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m'}} \tag{١٤–٨}$$

وعندحل مسألة المتذبذب التوافقي harmonic-oscillator وفق النظرية الكمية . كما بيناه في الفصل الخامس ، نجد أن طاقات المتذبذب تتحدد بالقيم

$$E_v = (v + \tfrac{1}{2})\, h\nu_0 \tag{١٥–٨}$$

حيث v ، يدعى بالعدد الكمي للذبذبة *vibrational quantum number* ويأخذ القيم $v = 0, 1, 2, 3, \ldots$

ان ادنى طاقة اهتزازية $(v = 0)$ تساوي $\frac{1}{2}h\nu_0$. وهذا المقدار يختلف عن القيمة الكلاسيكية التي تساوي صفراً . انّ النتيجة الكمية هي على توافق تام مع مبدأ عدم التحديد uncertainty principle . حيث لوكانت طاقة الجسيم تساوي صفراً ، لنتج ان زخمة ايضاً يساوي صفراً ، وبالتالي أن مقدار عدم التحديد في الزخم $\Delta x = 0$. وباستخدام مبدأ عدم التحديد $\Delta x \Delta p \simeq \frac{h}{2}$ ، سوف يكون Δx ما لانهاية . أي أن المتذبذب سوف يكون في حالة تفكك كامل . فعلى ضوء المعادلة (٨-١٤) ، فان مستويات الطاقة الاهتزازية لجزيئة ثنائية الذرات تتحدد بالمعادلة

$$E_v = (v + \tfrac{1}{2})\hbar\sqrt{\frac{k}{m'}} \quad \text{(٨-١٦)}$$

مستويات الطاقة الاهتزازية

فدعنا نحسب تردد ذبذبة جزيئة CO والفواصل بين مستويات الطاقة الاهتزازية . ان ثابت القوة k للآصرة في CO يساوي 187 N/m (أي 10 lb/in. ، و هذه القيمة لا تختلف كثيراً عن قيمة ثابت نابض اعتيادي) والكتلة المصغرة لجزيئة CO تساوي 1.14×10^{-26} kg. (البند ٨-٨) . وعليه يكونه تردد الذبذبة :

$$\begin{aligned}\nu_0 &= \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m'}}\\ &= \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{187\ \text{N/m}}{1.14 \times 10^{-26}\ \text{kg}}}\\ &= 2.04 \times 10^{13}\ \text{Hz}\end{aligned}$$

والفواصل بين مستويات الطاقة الاهتزازية في CO تكون :

$$\begin{aligned}\Delta E &= E_{v+1} - E_v = h\nu_0\\ &= 6.63 \times 10^{-34}\ \text{J-s} \times 2.04 \times 10^{13}\ \text{s}^{-1}\\ &= 8.44 \times 10^{-2}\ \text{eV}\end{aligned}$$

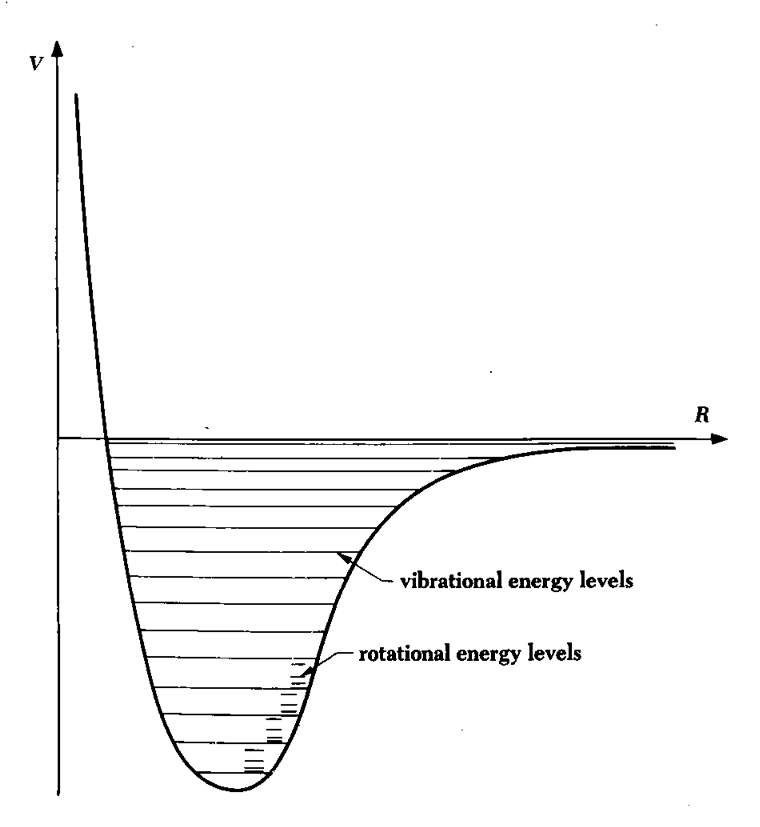
وهذه الطاقة اكبر بكثير من الفواصل بين مستويات الطاقة الدورانية . لما كانت $\Delta E > kT$ للمستويات الطاقة الاهتزازية لعينة من CO في درجة حرارة الغرفة ، نجد ان معظم الجزيئات في العينة تكون عند الحالة $v = 0$ ، حيث تكون هذه الجزيئات عند الطاقة الدنيا zero-point energy . وهذه النتيجة تختلف تماما مما هي عليه للحركة الدورانية ، حيث نتيجة لصغر الفواصل بين الطاقات الدورانية ، نجد ان معظم جزيئات عينة من الغاز عند درجة حرارة الغرفة ، تكون في حالات دورانية متهيجة عالية .

مستويات الطاقة الاهتزازية العالية لجزيئة تتبع المعادلة (٨-١٥) . ذلك لان منحني الطاقة الكامنة لايتبع شكل القطع المكافىء عند الطاقات العالية . والحقيقة هي ان الفواصل بين مستويات الطاقة المتجاورة لقيم v الكبير ، تكون اقل من الفواصل عند قيم v الصغيرة ، لاحظ الشكل (٨-٢٥) يوضح ايضا التركيب الدقيق fine structure لمستويات

الاهتزازية نتيجة للتهيج الآني لمستويات الطاقة الدورانية .

وتحت فرض تقريب الجزيئة كمتذبذب توافقي harmonic oscillator approximation تكون قاعدة الاختيار بين مستويات التذبذب هي : $\Delta v = \pm 1$.

ونستطيع بسهولة فهم هذه القاعدة ؛ وهي ان ثنائي قطب كهربائي يتذبذب بتردد ν_0، يمكنه فقط ان يمتص او يبعث اشعاعات كهرومغناطيسية بنفس التردد ν_0 فقط . ولكن طاقة فوتون تردده ν_0 هي $h\nu_0$. وعليه ان ثنائي قطب كهربائي



الشكل (٨–٢٥) الطاقة الكامنة لجزيئة ثنائية الذرات كدالة للمسافة بين النواتين ، مبينا في الشكل مستويات الطاقة الدورانية والاهتزازية .

متذبذب يستطيع ان يمتص طاقة $\Delta E = h\nu_0$ في كل مرة ، وبذلك تزداد طاقته من $(v + \frac{1}{2})h\nu_0$ الى $(v + \frac{1}{2} + 1)h\nu_0$. وثنائي القطب يمكنه ايضاً أن يبعث طاقة مقدارها $\Delta E = h\nu_0$ فقط في كل مرة ، وبذلك تقل طاقته من $(v + \frac{1}{2})h\nu_0$ الى $(v + \frac{1}{2} - 1)h\nu_0$. فمن هذه الملاحظات نحصل على قاعدة الاختيار $\Delta v = \pm 1$

انّ اطياف الحركة الاهتزازية النقية يمكن مشاهدتها في حالة السوائل فقط ؛ ذلك لأن التصادم بين الجزيئات المتجاورة يمنع الحركات الدورانية . ومن ناحية اخرى ، لما كانت طاقات التهيج للحركة الدورانية اقل بكثير مما هي عليه للحالة الاهتزازية ، نجد ان الجزيئات الطليقة في الغازات او الأبخرة تكون دائماً في حركة دورانية ، بغضّ النظر عن حالتها الاهتزازية . واطياف هذه الجزيئات لا تُظهر خطوطاً متميزة للحركة الدورانية المختلفة التي تصحب مستويات الحركة الاهتزازية . فلوكان مقياس الطيف spectrometer المستخدم ذي قوة تحليل غير جيدة ، فان الخطوط المتقاربة تظهر على شكل خط عريض واحد يدعى بحزمة الدوران – الاهتزاز . vibration-rotation band.

وكتقريب اولي ، يمكننا أن نفترض ان تذبذب ودوران جزيئة يحدثان من دون أن يتأثر بعضهما بالآخر . وفي هذا التقريب يمكننا ايضاً اهمال تاثيرات القوة المركزية ، وتباين منحني الطاقة الكامنة من منحني المتذبذب التوافقي البسيط . فضمن هذه التقريبات ، تتحدد مستويات الطاقة لجزيئة ثنائية الذرات بالعلاقة :

$$E_{v,J} = (v + \tfrac{1}{2})\hbar\sqrt{\frac{k}{m'}} + J(J+1)\frac{\hbar^2}{2I} \qquad (١٧-٨)$$

فالشكل (٨-٢٦) يبين مستويات الطاقة لجزيئة ثنائية الذرات عند $v = 0$ و $v = 1$ ، متداخلة معهما مستويات الطاقة الدورانية التابعة لـ $J = 0, 1, 2, 3, 4$ ويوضح الشكل ايضاً طيف خطوط الامتصاص منسجمة مع قاعدتي الاختيار : $\Delta v = +1$ و $\Delta J = \pm 1$. فالانتقالات من $v = 0$ الى $v = 1$ تقع في مجموعتين : مجموعة أ P branch ، والتي فيها $\Delta J = -1$ (أي ، $J \to J - 1$) ؛ ومجموعة R branch ،والتي فيها $\Delta J = +1$ (أي ، $J \to J + 1$) . نستطيع من المعادلة (٨-١٧) حساب ترددات خطوط الطيف في كل من المجموعتين .

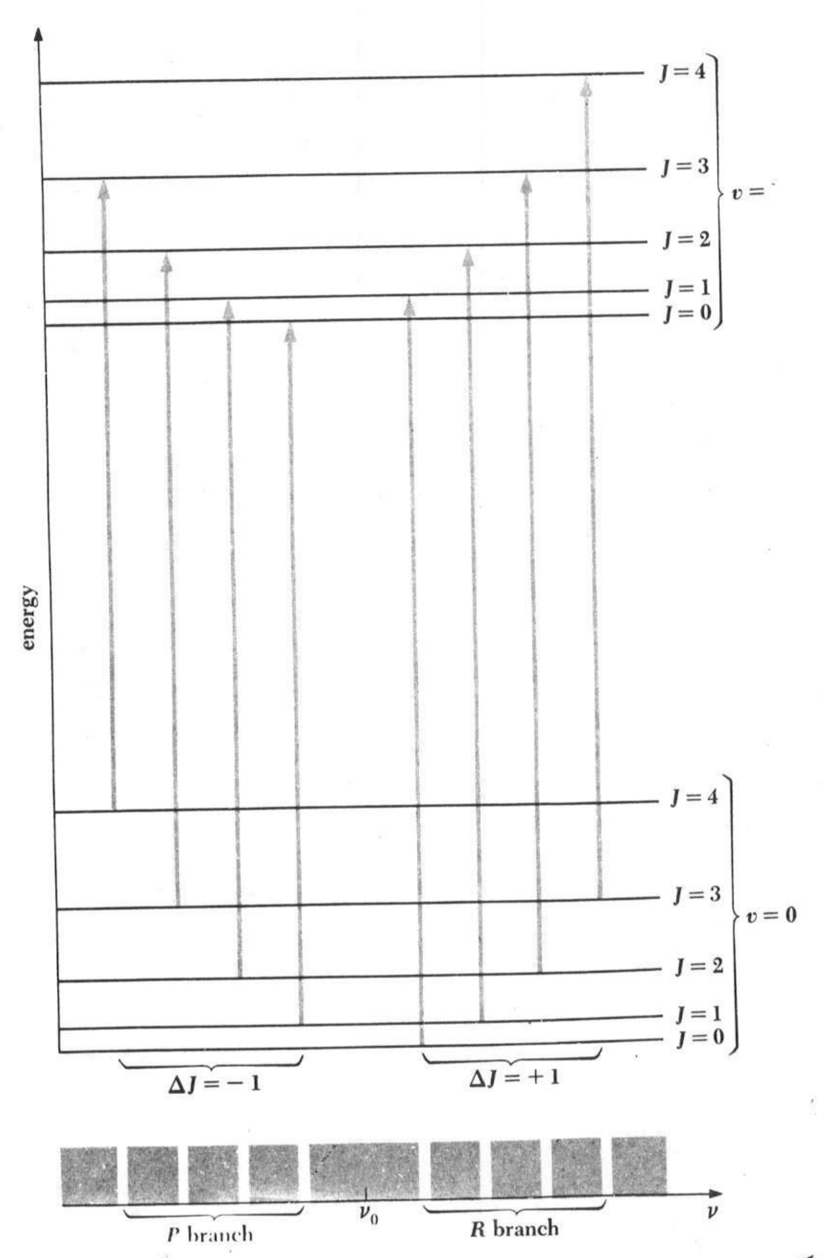
$$\begin{aligned}\nu_P &= E_{1,J-1} - E_{0,J}\\ &= \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m'}} + [(J-1)J - J(J+1)]\frac{\hbar}{4\pi I}\\ &= \nu_0 - J\frac{\hbar}{2\pi I} \qquad J = 1, 2, 3, \ldots\end{aligned}$$

(٨-١٨) المجموعة P

و

$$\begin{aligned}\nu_R &= E_{1,J+1} - E_{0,J}\\ &= \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m'}} + [(J+1)(J+2) - J(J+1)]\frac{\hbar}{4\pi I}\\ &= \nu_0 + (J+1)\frac{\hbar}{2\pi I} \qquad J = 0, 1, 2, \ldots\end{aligned}$$

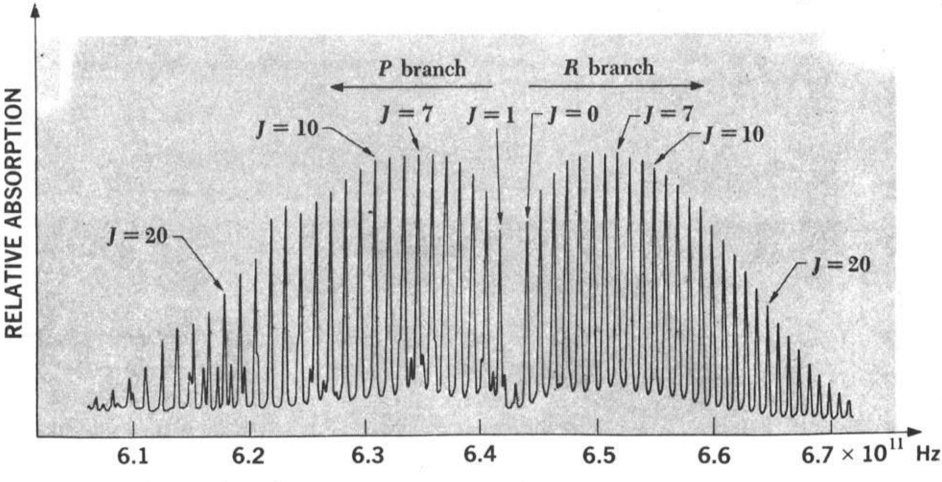
(٨-١٩) مجموعة R



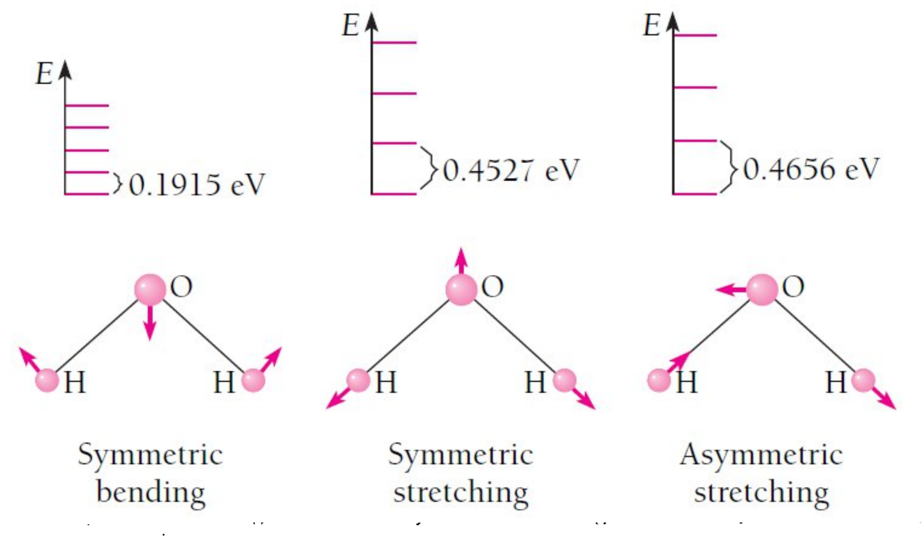
الشكل (٨–٢٦) خطوط الامتصاص للطيف الدوراني التابع للانتقالات $v = 0 \rightarrow v = 1$ لجزيئة ثنائية الذرات . نلاحظ انه ليس هناك خط امتصاص عند $\nu = \nu_0$ (المجموعة Q) وذلك نتيجة لقاعدة الاختيار $\Delta J = \pm 1$.

ليس هناك خط طيف عند $\nu = \nu_0$ ، ذلك لان الانتقالات التابعة لـ $\Delta J = 0$ هي ممنوعة forbidden في جزيئات ثنائية الذرات . فالفواصل بين الخطوط في كل من المجموعتين P و R تكون $\Delta\nu = \hbar/2\pi I$. وعلى هذا ، فيمكن حساب عزم القصور الذاتي لجزيئة من طيف الدوران – الاهتزاز في منطقة الاشعة تحت الحمراء ، اومن طيف الدوران النقي في منطقه الموجات الدقيقة .

الشكل (٨ – ٢٧) يوضح حزمة الامتصاص لجزيئة CO. لطيف الدوران – الاهتزاز vibration-rotation spectrum التابع للانتقال $v = 0 \rightarrow v = 1$. ان جزيئة تتالف من عدد كبير من الذرات يمكن ان يكون لها عدد مختلف من الاهتزازات الاساس . قسم من هذه الاهتزازات يشمل الجزيئة ككل قسم آخر يخص مجموعة من الذرات ، من دون أن يؤثر على بقية الجزيئة . فمثلاً ان المجموعة ($—OH$) ، في جزيئة ، لها تردد خاص مقداره 1.1×10^{14} Hz والمجموعة ($—NH_2$) لها تردد خاص مقداره 1.0×10^{14} Hz . والتردد الخاص لمجموعة متكونة من ذرتي كربون تعتمد على عدد الأواصر بينهما : المجموعة $>C—C<$ تتذبذب بتردد مقداره 3.3×10^{13} Hz. والمجموعة $>C{=}C<$ تتذبذب بتردد مقداره حوالي 5.0×10^{13} Hz. على حين تتذبذب المجموعة $—C{\equiv}C—$ بتردد مقداره حوالي 6.7×10^{13} Hz . (لاحظ الشكلين ٨–٢٨ و٨–٢٩) . فكما هو متوقع ، كلما زاد عدد الآواصر بين ذرتي الكربون زاد ثابت القوة k ، وبالتالي تردد المجموعة) . ففي كل حالة لايعتمد التردد على الجزيئة او على موقع المجموعة في الجزيئة . وهذه الصفة تجعل اطياف التذبذب وسيلة ثمينة لتحديد تركيب الجزيئات

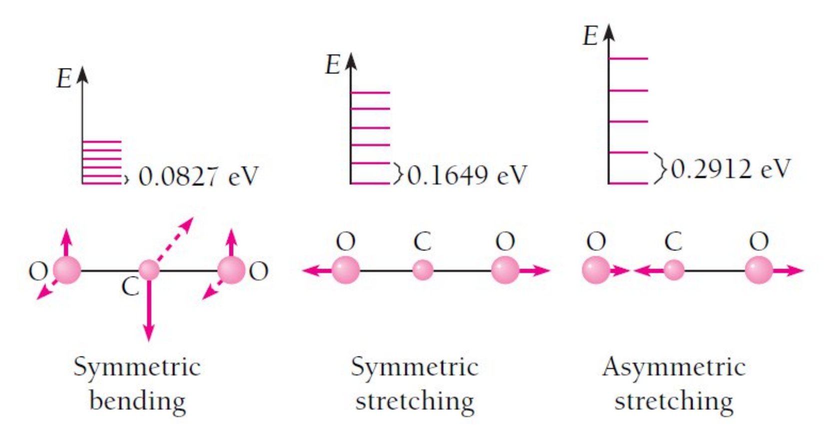


الشكل (٨–٢٧) التحليل الدقيق لحزمة امتصاص طيف الدوران–الاهتزاز التابعة للانتقال $v = 0 \rightarrow v = 1$ لجزيئة co الخطوط مؤشرة تبعا لقيمة J للحالة الدورانية الابتدائية .



الشكل (٨–٢٨) الاهتزازات الاساس لجزيئة H_2O ومستويات الطاقة لكل اهتزاز .

ومثال ذلك ، حامض الخليك الكبريتي thioacetic acid ، الذي نتوقع أن يكون تركيبه أما $CH_3CO{-}SH$ أو $CH_3CS{-}OH$. أنّ طيف الامتصاص في المنطقة تحت الحمراء لحامض الخليك الكبريتي ، يتضمن خطوطاً عند ترددات تساوي تردد اهتزاز المجموعتين $\rangle C{=}O$ و $-SH$ ولكن ليس هناك خطوط تابعة للمجموعة $\rangle C{=}S$ او المجموعة $-OH$. وعليه فان الاحتمال الاول لتركيب حامض الخليك الكبريتي هو الصحيح .



الشكل (٨–٢٩) الاهتزازات الاساس لجزيئة CO_2 ومستويات الطاقة لكل اهتزاز . ان اهتزاز الانحناء يمكن أن يحدث في مستويين متعامدين .

٨-١٠ الاطياف الالكترونية للجزيئات

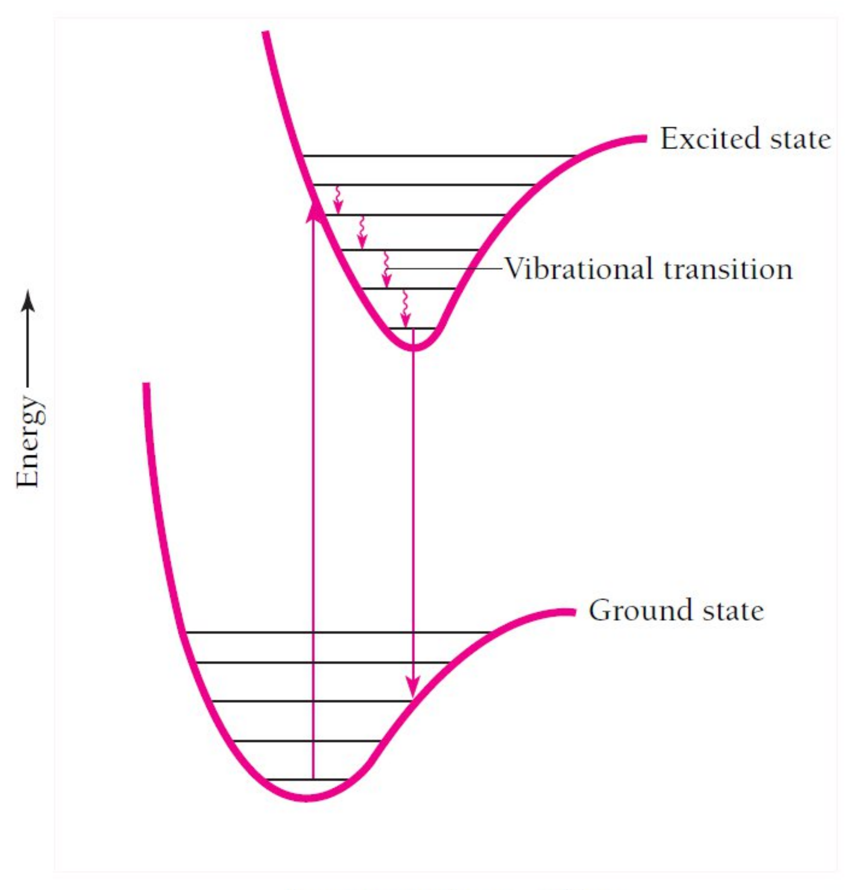
ELECTRONIC SPECTRA OF MOLECULES

انّ الطاقات الدورانية والاهتزازية في جزيئة ، تخص حركة نوى الذرات فقط ؛ ذلك لان هذه النوى تمتلك تقريباً جميع كتلة الجزيئة . ومن ناحية أخرى ، يمكن أيضاً الالكترونات الجزيئة ، أن تتهيج الى مستويات طاقة اعلى بالنسبة الى الحالة الارضية للجزيئة . ولكن الفواصل بين مستويات هذه الطاقة اكبر بكثير من الفواصل بين مستويات الطاقة الدورانية أو الاهتزازية ، تؤدي الانتقالات الالكترونية electronic transitions الى اشعاعات في منطقة الاشعة المرئية اومنطقة الاشعة فوق البنفسجية . وكل من هذه الانتقالات تظهر على شكل سلسلة من الخطوط المتقاربة جداً ، تدعى بالحزم band ، وذلك لوجود الحالات الدورانية والاهتزازية المختلفة التي تصحب كل حالة الكترونية (لاحظ الشكل ٤-١٢) . انّ جميع الجزيئات ، بضمنها الجزيئات الثنائية المتشابهة النوى ، H_2 و N_2 . التي ليس لها اطياف دورانية واهتزازية ، لعدم امتلاكها عزم ثنائي قطب كهربائي دائم . لها اطياف الكترونية . ذلك لان الانتقالات الالكترونية دائماً تصحبها تغيرات في عزم ثنائي القطب الكهربائي ، الذي بدوره يساعد على الانتقالات بين المستويات الدورانية والاهتزازية المختلفة . وهذا يؤدي الى وجود التراكيب الدقيقة في الاطياف الالكترونية . انّ هذه الصفة تساعدنا بصورة خاصة على تحديد عزوم القصور الذاتي ، وثوابت القوى للجزيئات الثنائية المتشابهة النوى .

ان التهيجات الالكترونية في الجزيئات متعددة الذرات polyatomic molecule تؤدي دائما الى تغير في اشكالها . ويمكن تحديد هذه التغيرات من التركيب الدوراني الدقيق في حزم اطيافها الالكترونية . وأساس التغيرات في شكل هذه الجزيئات يرجع الى تباين دالات موجة الالكترونات للحالات المختلفة، والتي تؤدي الى اواصر مختلفة. مثال ذلك الانتقال الالكتروني المحتمل في جزيئة تتضمن مدارات sp الهجينية ، نحو مستوى الطاقة الاعلى الذي يتضمن مدارات p النقية . ومن الاشكال المبينة في بداية هذا الفصل . نجد ان الزاوية بين الاواصر في المدارات sp الهجينية لجزيئة BeH_2 هي $180°$. حيث ان الجزيئة تأخذ الشكل الخطي (H—Be—H) ، على حين الزاوية بين الاواصر المتكونة من مدارات p النقية هي $90°$ ، وبذلك تأخذ الجزيئة الشكل المنحني (H—Be—H)

وهناك طرق متعددة للجزيئة ، التي في حالة الكترونية متهيجة ، ان تفقد طاقتها وترجع الى الحالة الارضية. فيمكن للجزيئة بطبيعة الحال ان تبعث فوتون له نفس تردد

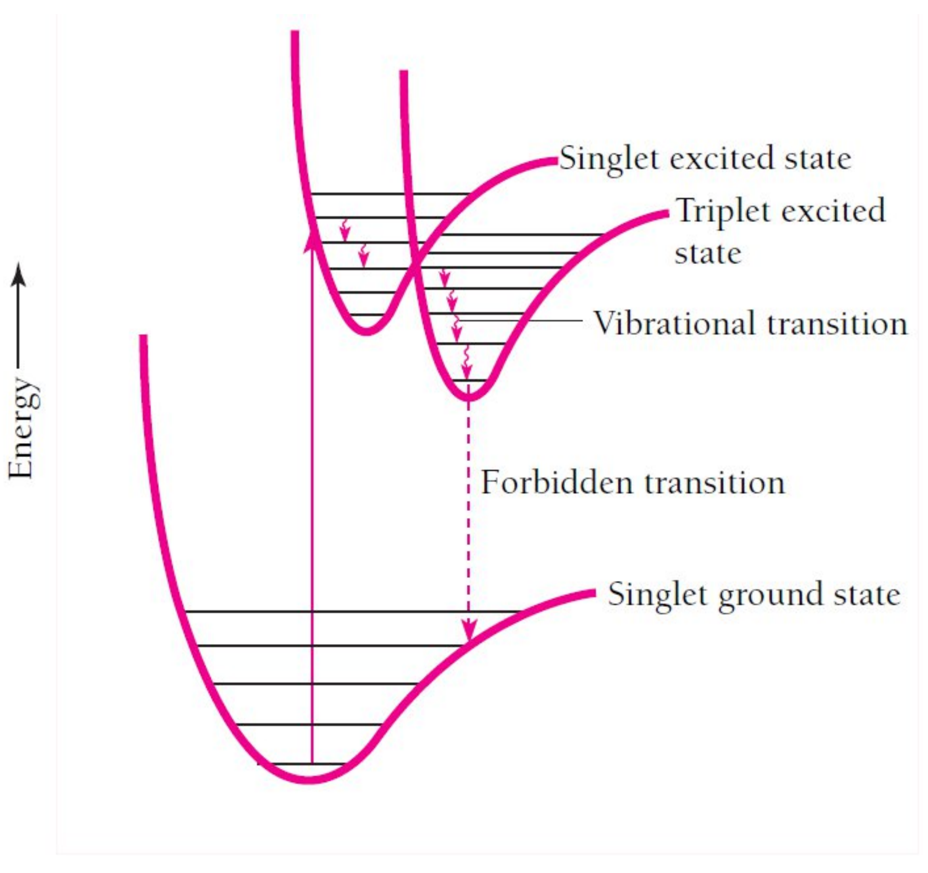
الفوتون الممتص خلال عملية التهيج . وبهذه الوسيلة ترجع الجزيئة الى الحالة الارضية بقفزة واحدة . والاحتمالية الاخرى هي التفسفر *fluorescence* : يمكن للجزيئة ان تفقد بعض طاقتها الاهتزازية بالتصادم مع جزيئات أخرى ، وبذلك فان الانتقال الاشعاعي radiative transition يبدأ من مستويات اهتزازية دنيا تابعة للمستوى الالكتروني الاعلى (الشكل ٨–٣٠) . ولذا فان اشعاعات التفسفر تكون ذات ترددات أقل من تردد



الشكل (٨–٣٠) منشأ التفلور

الاشعاعات الممتصة . الى مستوى ثلاثي triplet متهيج (S = 1) ، من غير ان تبعث اشعاعات . وتصادمات اضافية للجزيئة وهي في الحالة الثلاثية ، تجلبها الى وضعية غير

متداخلة مع الحالة الاحادية ، حيث تصل الجزيئة بالتالي الى الحالة (S = 0) . وعند ذلك تبقى الجزيئة مقيدة trapped في الحالة الثلاثية ، ولا يستطيع الانتقال الى الحالة الاصلية بواسطة اصطدامات اضافية . ووفق قاعدة الاختيار ، يكون الانتقال اشعاعي ، من الحالة الثلاثية الى الحالة الاحادية ، ممنوعا (لاحظ البند (٧ – ١١)) معنى هذا ، في الحقيقة ، ان هناك احتمالا ضئيلا جداً لحدوث هذا الانتقال . اي ان مثل هذه الانتقالات لها عمر نصفي طويل جدا . ونتيجة لذلك فان الاشعاعات الفوسفورية تنبعث بدقائق ، حتى وبساعات ، بعد الامتصاص الاولي للاشعاعات .



الشكل (٨–٣١) منشأ التفسفر ، تتأخر الانتقالات النهائية ذلك لأنها تناقض قاعدة الاختيار للانتقالات الالكترونية .

تمرينـــــات

٨-١ ما درجـة الحرارة التي عندهـا يكون معدل الطاقة الحركيـة لجزيئات الهيدروجين يساويا طاقة ترابطها ؟

٨ - ٢ على الرغم من انه ليس هناك جزيئة He_2 مستقرة ، فان من الممكن ان يوجد أيون H_2^+ مستقر ، حيث ان طاقة ترابطه تساوي تقريبا طاقة ترابط He_2^+ . فسر هذه الظاهرة .

٨ - ٣ أي من F_2 ، او F_2^+ ، او F_2^- تتوقع ان يمتلك أعلى طاقة ترابط ؟ أقل طاقة ترابط ؟ .

٨ - ٤ طاقة تآين H_2 تساوي 15.7 eV في حين طاقة تآين H تساوي 13.6 ماسبب هذا التباين ؟ .

٨ - ٥ خط الامتصاص التابع للطيف الدوراني الناتج عن الانتقال $J = 0 \rightarrow J = 1$ في جزيئة $^{12}C^{16}O$ يكون عند التردد 1.153×10^{11} Hz . على حين يكون هذا الخط في جزيئة $^{?}C^{16}O$ عند التردد 1.102×10^{11} Hz ، جد العدد الكتلي لنظير الكربون المجهول .

٨ - ٦ أحسب مستويات الطاقة الدورانية الاربعة الدنيا للجزيئتين H_2 و D_2 ، حيث تمثل ذرة الديوتريوم (الهيدروجين الثقيل ^2_1H).

٨ - ٧ الطيف الدوراني لجزيئة HCl يتضمن الاطوال الموجية التالية :

12.03×10^{-5} m
9.60×10^{-5} m
8.04×10^{-5} m
6.89×10^{-5} m
6.04×10^{-5} m

فاذا كانت النظائر المتضمنة في الجزيئة هي ^1_1H و $^{35}_{17}Cl$ ، جد المسافة بين نواة الهيدروجين ونواة الكلور في هذه الجزيئة (لاحظ ان كتلة ^{35}Cl تساوي 5.81×10^{-26} kg.

٨ - ٨ أحسب التردد الكلاسيكي classical frequency لدوران جسم صلب طاقته E_J (المعادلة ٨ - ٨) للحالتين $J = J$ و $J = J + 1$ ، ثم أثبت أن تردد خط الطيف الناتج من الانتقال بين هاتين الحالتين يتوسط التردد الدوراني للحالتين .

٨ - ٩ جزيئة $^{200}Hg^{35}Cl$ تبعث فوتونا طول موجته 4.4-cm ، عندما تنتقل من الحالة الدورانية $J = 1$ الى $J = 0$. جد المسافة بين ذرتي هذه الجزيئة . (لاحظ ان كتلة كل من ^{200}Hg و ^{35}Cl هما 3.32×10^{-25} kg و 5.81×10^{-26} kg.) على التوالي) .

٨ – ١٠ تصور ان جزيئة H_2 تشبه تماما متذبذب توافقي بسيط بثابت قوة 573 N/m . فاذا علمت ان طاقة ترابط H_2 تساوي 4.5-eV ، احسب العدد الكمي الاهتزازي الذي يحصل عنده تفكك الجزيئة .

٨ – ١١ آصرة الترابط بين ذرة الهيدروجين والكلور في جزيئة $^{1}H^{35}Cl$ لها ثابت قوة 516 N/m . هل من الممكن ان تكون هناك حالات اهتزازية متهيجة لجزيئة HCl في درجة حرارة الغرفة ؟.

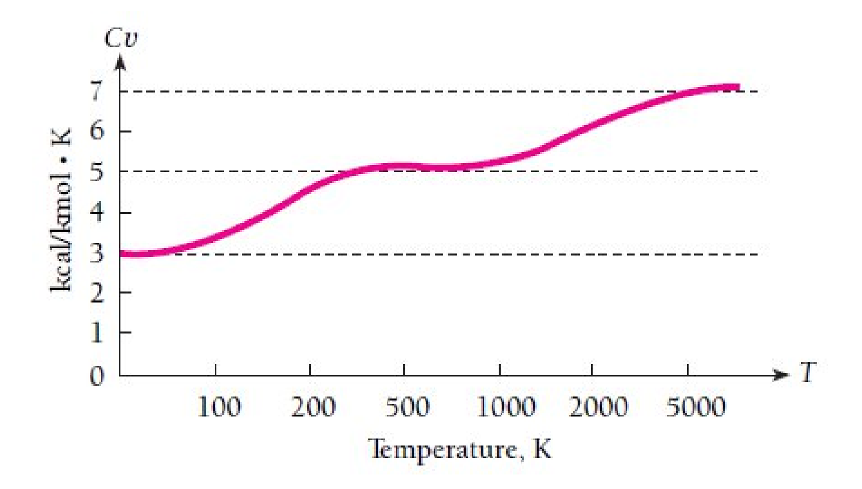
٨ – ١٢ الوزن الذري للديوتريوم D، الذي هو نظير الهيدروجين يساوي تقريبا ضعف الوزن الذري للهيدروجين الاعتيادي . أي الجزيئتين H_2 او HD تكون طاقتها الدنيا (طاقة الصفر المطلق zero-point energy) أكبر ؟ كيف يؤثر هذا على طاقة الترابط لكل من الجزيئتين ؟ .

٨ – ١٣ اذا علمت ان ثابت قوة $^{1}H^{19}F$ يساوي 966 N/m ، جد تردد اهتزاز الجزيئة.

٨ – ١٤ الشكل (٨ – ٣٢) يبين تغير الحرارة النوعية لجزيء غرامي molar specific لغاز الهيدروجين ، عند حجم ثابت ، مع درجة الحرارة المطلقة . (لاحظ ان مقياس احداثي درجات الحرارة هولوغارتمي) . ولما كانت كل درجة انطلاقة each degree of freedom (أي كل امكانية حركة تكتسب فيها الجزيئة طاقة) لجزيئة غاز ، تساهم تقريبا بـ ~1 kcal/kmol K في الحرارة النوعية للغاز ، فيمكننا تفسير المنحني على ان الحركة

الانتقالية فقط ، بدرجات انطلاقها الثلاث ، هي ممكنة لجزيئات الهيدروجين عند درجات الحرارة الواطئة جدا . وفي درجات حرارة أعلى نسبيا ، ترتفع الحرارة النوعية تقريبا الى ~5 kcal/kmol K . وهذا يعني انه تتوفر الان درجتي انطلاقة اخرى . وعند درجات الحرارة العالية جداً ، تصبح الحرارة النوعية تقريبا ~7 kcal/kmol K . التي تشير الى ان جزيئة الهيدروجين تكتسب درجتي انطلاقة اضافيتين . فالزوج الاول من درجات الانطلاقة الاضافية يمثل حركتين دورانيتين حول محورين عموديين على محور تناظر الجزيئة . في حين يمثل الزوج الثاني ، الحركة الاهتزازية التي فيها تكون الطاقة على شكلين : طاقة كامنة وطاقة حركية . (أ) اثبت التفسير في اعلاه لشكل المنحني (٨ – ٣٢)، وذلك بحساب درجتي الحرارة التي عندها kT تساوي اوطأ مستوى متهيج للطاقة الدورانية ، وأوطأ مستوى متهيج للطاقة الاهتزازية لجزيئة H_2 . افترض ان ثابت قوة الاصرة في H_2 يساوي 573 N/m ، والمسافة بين ذرتي الهيدروجين تساوي 7.42×10^{-11} m . (عند درجة الحرارة الاولى ، تكون نصف الجزيئات تقريبا في حالة دورانية متهيجة ، على حين في درجة الحرارة الثانية تكون نصف الجزيئات تقريبا في حالة اهتزازية متهيجة) ، (ب) ولتبرير اهمال الطاقة الدورانية حول محور التناظر ، أخذ درجتي انطلاقة دورانية فقط ، احسب

درجة الحرارة التي عندها kT تساوي اوطأ طاقة دورانية متهيجة لجزيئة H_2 حول محور تناظرها . (ج) ما عدد الدورات التي تعملها جزيئة H_2 عند $J = 1$ و $v = 1$ لكل ذبذبة ؟



الشكل (٨ – ٣٢) الحرارة النوعيه لجزيء غرامي من الهيدروجين عند حجم ثابت .

الفصل التاسع

الميكانيك الاحصائي

ان الميكانيك الاحصائي *statistical mechanics* يحاول ايجاد العلاقة بين الصفات العيانية macroscopic ، لمجموعة من الجسيمات والصفات المجهرية microscopic لنفس الجسيمات . وهذا الحقل من الفيزياء . وكما يستدل من تسميته ، لا يهتم بالحركات الحقيقية أو التفاعلات بين الجسيمات المختلفة ، بل يدرس السلوك الأكثر احتمالاً لهذه الجسيمات . ففي الوقت الذي لا يدلنا الميكانيك الاحصائي على تاريخ حركة الجسيم ، فانه يخبرنا عن احتمال وجوده في موقع وزخم معينين في لحظة معينة . ولما كان في الطبيعة عدد كبير من الظواهر تتضمن مجموعات كبيرة جداً من الجسيمات ، لذلك تتضح أهمية الوصف الاحصائي في الفيزياء . ونتيجة للاسس العامة للميكانيك الاحصائي . يمكن تطبيقه في المسائل الكلاسيكية : كحالة الجزيئات في غاز ، وفي مسائل ميكانيك الكم : كحالة الالكترونات الطليقة في المعادن أو فوتونات في حيز مغلق . والحقيقة هي ان الميكانيك الاحصائي يعد أحسن الوسائل المهمة في الفيزياء النظرية .

٩-١ قوانين التوزيع الاحصائي STATISTICAL DISTRIBUTION LAWS

سنستخدم الميكانيك الاحصائي لايجاد الطريقة الاكثر احتمالاً لتوزيع كمية معينة من الطاقة بين عدد من جسيمات متشابهة ، أي ايجاد عدد الجسيمات التي من المحتمل أن تكون عند طاقة ε_1 وعدد الجسيمات عند طاقة ε_2 ، وهكذا ، نفترض ان الجسيمات يتفاعل بعضها مع بعض أو مع جدران الوعاء الذي تكون موجودة فيه ، بحيث يتكون توازن حراري thermal equilibrium . ولكن من دون أن تنتج علاقة محددة بين حركة الجسيمات المنفردة . ندرس هنا مجاميع لثلاثة أنواع مختلفة من الجسيمات .

١- جسيمات متشابهة لها أي برم كان ، لكنها متباعدة بعضها عن بعض بمسافات كافية ، بحيث يمكن تميز بعضها عن البعض الآخر ، ومثال ذلك هو الجزيئات الغازية . فهذه الجسيمات تتبع توزيع ماكسويل وبولتزمان *Maxwell-Boltzmann*

٢- جسيمات متشابهة ذات برم يساوي صفرا أو عددا كاملا ، ولا يمكن تميز بعضها عن الآخر . هذه الجسيمات لا تخضع لمبدأ الانفراد ولذا تتبع توزيع بوز وآينشتين *Bose-Einstein* . ان الفوتونات هي جسيمات بوز أو بوزونات ، ولذلك سنتمكن من اشتقاق طيف الاشعة المنبعثة من جسم أسود black body باستخدام هذا التوزيع .

٣- جسيمات متشابهة ذات برم يساوي ½ ، ولا يمكن تميز بعضها عن الآخر ، هذه الجسيمات تخضع لمبدأ الانفراد ، ولذا تتبع فيرمي وديراك *Fermi-Dirac* . والالكترونات هي جسيمات فيرمي او فيرميونات . ومن هذا سنتمكن من دراسة حالة الالكترونات الطليقة في المعادن باستخدام توزيع فيرمي وديراك .

٩-٢ فضــــاء الحالــــة PHASE SPACE

ان الحالة الكلاسيكية لنظام من جسيمات في لحظة معينة ، تتحدد بموقع وزخم كل من الجسيمات المكونة في تلك اللحظة . وبما أن كلاً من موقع وزخم جسيم هو متجه vectors بثلاث مركبات ، لذا علينا ان نعرف ست كميات

$$x, y, z, p_x, p_y, p_z$$

لتحديد حالة كل جسيم .

ان موقع جسيم في الفضاء الاعتيادي ذي الابعاد الثلاثة ، يتحدد بالاحداثيات x, y, z . ومن الملائم أن نعمم هذه الفكرة بأن نتصور فضاء ذا ستة ابعاد ، كل نقطة فيه لها ستة احداثيات هي : x, y, z, p_x, p_y, p_z . ان ادخال فكرة هذا الفضاء ، والذي يدعى بفضاء الحالة ، سيساعدنا على دراسة الميكانيك الاحصائي بطريقة هندسية بسيطة ويجنبنا استخدام تحليلات خيالية . نقطة في فضاء الحالة تمثل موقعاً وزخماً معينين للجسيم ، على حين تمثل نقطة في الفضاء الاعتيادي موقع الجسيم فقط . وعليه فحالة كل جسيم تتحدد كليا بنقطة في فضاء الحالة ، وحالة نظام من جسيمات تتحدد بتوزيع معين من النقاط في فضاء الحالة .

ان مبدأ عدم التحديد uncertainty principle يلزمنا توضيح معنى نقطة في فضاء الحالة . دعنا نقسم فضاء الحالة الى خلايا صغيرة ذات ستة أبعاد بطول أضلاع $dx, dy, dz, dp_x, dp_y, dp_z$ فبتصغير الخلايا نصل تدريجيا الى نقطة في فضاء الحالة . ولكن حجم الخلية هو

$$\tau = dx\, dy\, dz\, dp_x\, dp_y\, dp_z$$

على حين لدينا ، حسب مبدأ عدم التحديد :

$$dx\, dp_x \geqslant \hbar$$
$$dy\, dp_y \geqslant \hbar$$
$$dz\, dp_z \geqslant \hbar$$

ولذا نجد أن :

$$\tau \geqslant \hbar^3 .$$

أي أن نقطة في فضاء الحالة هي في الحقيقة خلية حجمها الادنى بحدود $\hbar^3$. ومن هذا يتضح أنه علينا أن نتصور موقع الجسيم في فضاء الحالة في خلية ذات حجم أدنى $\hbar^3$ مركزها النقطة x, y, z, p_x, p_y, p_z ،وليس بالضبط عند تلك النقطة .

ان تحليلات الخلية اكثر تفصيلا تشير الى أن حجم الخلية الدنيا هو h^3 . وهذه النتيجة لاتتناقض مع مبدأ التحديد . لأن $h^3 > \hbar^3$. وبصورة عامة . كل خلية في فضاء الحالة ذات عدد k من أحداثيات الموقع و k من أحداثيات الزخم ، تشغل حجما h^k . ان مهمة الميكانيك الاحصائي هي تحديد كيفية توزيع الجسيمات المكونة لنظام معين بين خلايا فضاء الحالة .

ان مفهوم نقطة في فضاء الحالة ، باعتبارها حجما غير متناه بالصغر ، ليس له معنى فيزياوي ؛ ذلك لأنه يناقض مبدأ عدم التحديد ، لكن تمثيل نقطة في فضاء الموقع أو فضاء الزخم كل على انفراد ، بحجم غير متناه بالصغر هو مقبول تماما ؛ اذ يمكننا من حيث المبدأ أن نحدد موقع جسيم بدرجة غير متناهية في الدقة ، اذا قبلنا خطأ غير محدود في زخم الجسيم ، وبالعكس .

٩-٣ توزيع ماكسويل-بولتزمان MAXWELL-BOLTZMANN DISTRIBUTION

دعنا ندرس مجموعة N من الجزيئات تتحدد طاقتها بالقيم $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots, \varepsilon_i, \ldots$ فهذه الطاقات يمكن أن تمثل حالات كمية منفصلة أو معدلات فترات طاقات مستمرة ؛ وبصورة عامة يمكن لأكثر من خلية واحدة في فضاء الحالة أن تعود الى طاقة معينة . والمطلوب ايجاد التوزيع الأكثر احتمالا للجزيئات بين الطاقات المختلفة .

وهناك قاعدة اساس في الميكانيك الاحصائي تنص على أنه كلما زاد العدد W للطرق المختلفة لتوزيع الجزيئات بين الخلايا في فضاء الحالة عند طاقة كلية معينة ، كان احتمال التوزيع أكبر . وعليه فأعلى احتمال للتوزيع يكون عند القيمة القصوى لـ W . فخطوتنا الاولى هي ايجاد الصيغة العامة لـ W . ولنفترض أن هناك نفس الاحتمال لكل خلية في فضاء الحالة لأن تكون مشغولة . ان هذا الافتراض معقولاً ومع هذا فتبريره النهائي (كما هي الحال لمعادلة شرودينكر) يأتي من كون نتائج هذا الافتراض تتفق مع النتائج العملية .

اذا كان هناك عدد g_i من الخلايا تمتلك طاقة ε_i ، فعدد الحالات المختلفة التي فيها طاقة جزيئية تساوي ε_i هو g_i . عدد الطرق التي فيها جزيئتان يمتلكان طاقة ε_i هو g_i^2 ، وعدد طرق لـ n_i من الجزيئات أن تأخذ كل منها طاقة هو $(g_i)^{n_i}$. وعليه فعدد الطرق المختلفة لتوزيع N جزيئة بين طاقات مختلفة هو حاصل ضرب كميات ذات الصيغة

$(g_i)^{n_i}$. أي

$$(g_1)^{n_1}(g_2)^{n_2}(g_3)^{n_3}\ldots \qquad (١-٩)$$

في حين أن

$$\Sigma n_i = n_1 + n_2 + n_3 + \cdots = N \qquad (٢-٩)$$

ان الكمية في المعادلة (٩-١) لاتساوي W ، ذلك أن علينا أن نأخذ بنظر الاعتبار التبادل الممكن permutations للجزيئات بين مستويات الطاقة المختلفة . والعدد الكلي للتبادل الممكن لـ N من الجزيئات هو $N!$ وعلى سبيل المثال ، لنأخذ أربع جزيئات a ، b ، c و d . فقيمة المقدار $4!$ هو

$$4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$$

أي أن هناك أربعاً وعشرين طريقة لترتيب الجزيئات الأربع ، وهذه الطرق هي

abcd	*bacd*	*cabd*	*dabc*
abdc	*badc*	*cadb*	*dacb*
acbd	*bcad*	*cbad*	*dbac*
acdb	*bcda*	*cbda*	*dbca*
adbc	*bdac*	*cdab*	*dcab*
adcb	*bdca*	*cdba*	*dcba*

وعندما يكون هناك أكثر من جزيئة في مستوى معين من الطاقة فان تبادل بعضها مع بعض ليس له أهمية فيزياوية . فمثلا ، اذا كانت الجزيئات b, a و c في نفس مستوى الطاقة j ، فليس هناك فارق بين ترتيبها بالشكل *abc, acb, bca, bac, cab,* ، *cba* ؛ اذ أن هذه الترتيبات الستة متكافئة ، وكل مايهمنا هو أن $n_j = 3$. وعليه فكل n_i من الجزيئات في نفس المستوى i ، يتضمن $n_i!$ من التبادلات غير المهمة . فلوكان هناك n_1 من الجزيئات في المستوى 1 ، n_2 من الجزيئات في المستوى 2 ، وهكذا ، لوجدنا أن هناك $n_1!n_2!n_3!\ldots$ من التبادلات غير المهمة . فعدد التبديلات المهمة هو $N!$ مقسوما على عدد التبادلات غير المهمة في أعلاه ، أي :

$$\frac{N!}{n_1!n_2!n_3!\ldots} \qquad (٣-٩)$$

ان العدد الكلي للطرق المختلفة لتوزيع N من الجزيئات بين مستويات الطاقة الممكنة هو حاصل ضرب المعادلة (٩-١) والمعادلة (٩-٣) :

$$W = \frac{N!}{n_1!n_2!n_3!\ldots}(g_1)^{n_1}(g_2)^{n_2}(g_3)^{n_3}\cdots$$

نحسب الآن التوزيع الأكثر احتمالا ، والذي يتضمن أكبر قيمة لـ W . وكخطوة أولى نجد صيغة تقريبية ملائمة لمضروب عدد كبير . فمن العلاقة :

$$n! = n(n-1)(n-2)\ldots(4)(3)(2)$$

نجد أن اللوغارتيم الطبيعي لـ $n!$ هو

$$\ln n! = \ln 2 + \ln 3 + \ln 4 + \cdots + \ln (n-1) + \ln n$$

الشكل (٩-١) يوضح تغير $\ln n$ مع n . ان المساحة تحت المنحني المدرج تمثل $\ln n!$. وحين يكون n عددا كبيرا جدا ، ينطبق المنحني المدرج والمنحني المستمر لـ $\ln n$ بعضهما على بعض . وبذلك يمكننا حساب $\ln n!$ بتكامل $\ln n$ من $n = 1$ الى $n = n$

$$\ln n! = \int_1^n \ln n \, dn$$

$$= n \ln n - n + 1$$

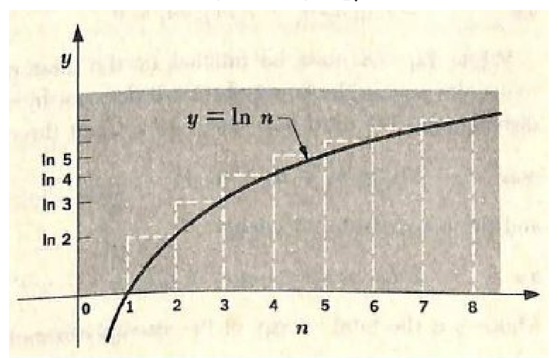
ولما كان $n \gg 1$ فيمكن اهمال 1 من العلاقة التي في أعلاه لنحصل على :

$$\ln n! = n \ln n - n \qquad n \gg 1 \qquad (٩-٥)$$ معادلة سترلنك

والمعادلة (٩-٥) تعرف بمعادلة سترلنك *Stirling*

فبأخذ اللوغارتيم الطبيعي للمعادلة (٩ - ٤) نجد

$$\ln W = \ln N! - \Sigma \ln n_i! + \Sigma n_i \ln g_i$$



الشكل (٩ - ١) المساحة تحت المنحني المدرج تساوي $\ln n!$ نلاحظ أنه عندما تكون كبيرة جداً ، يقترب المنحني المدرج من المنحني المستمر . وبذلك يمكن ايجاد n من تكامل $\ln n!$ من $n = 1$ الى $n = n$

وتساعدنا علاقة سترلنك على كتابة هذه المعادلة بالصيغة

$$\ln W = N \ln N - N - \Sigma n_i \ln n_i + \Sigma n_i + \Sigma n_i \ln g_i$$

ولكن :

$$\Sigma n_i = N,$$

لذلك نجد :

$$\ln W = N \ln N - \Sigma n_i \ln n_i + \Sigma n_i \ln g_i \qquad (٩-٦)$$

ان المعادلة (٩-٦) تعطينا $\ln W$ بدلا من W نفسها ، الا ان هذه لا تشكل عقبة في حساباتنا ؛ لأن

$$(\ln W)_{max} = \ln W_{max}$$

ان التوزيع الأكثر احتمالا يتميز بـ $\delta W = 0$ ، عندما يتغير كل من n_i بمقدار صغير جداً : δn_i . (لوكانت كل من n_i تأخذ قيما مستمرة بدلا من اعداد صحيحة ، لكان شرط الحصول على أعلى احتمال هو أن $\partial W/\partial n_i = 0$.) . واذا كان التغير في $\ln W$ ، الناتج عن التغير δn_i في n_i ، هو $\delta \ln W$ فان

$$\delta \ln W_{max} = -\Sigma n_i \delta \ln n_i - \Sigma \ln n_i \delta n_i + \Sigma \ln g_i \delta n_i = 0 \qquad (٧-٩)$$

(لاحظ أن كل من $N \ln N$ و كمية ثابتة ولذا يساوي تغيرهما صفراً) . ولكن :

$$\delta \ln n_i = \frac{1}{n_i} \delta n_i$$

وعليه فإن :

$$\Sigma n_i \delta \ln n_i = \Sigma \delta n_i$$

ومن ناحية أخرى ، ان العدد الكلي للجزيئات ثابت ، لذلك فان المجموع $\Sigma \delta n_i$ ، لتغير اعداد الجزيئات في مستويات الطاقة المختلفة ، يجب أن يساوي صفرا . وهذا يعني أن :

$$\Sigma n_i \delta \ln n_i = 0$$

لذلك تأخذ المعادلة (٩-٧) الصيغة :

$$-\Sigma \ln n_i \delta n_i + \Sigma \ln g_i \delta n_i = 0 \qquad (٨-٩)$$

إن المعادلة (٩-٨) لا تحدد بصورة كاملة التوزيع المطلوب للجزيئات بين مستويات الطاقة . ولايجاد هذا التوزيع ، علينا أيضاً أن نأخذ بنظر الاعتبار كون عدد الجزيئات ثابتا :

$$\Sigma n_i = n_1 + n_2 + n_3 + \cdots = N \qquad (٢-٩)$$

وكذلك قانون حفظ الطاقة :

$$\Sigma n_i \varepsilon_i = n_1 \varepsilon_1 + n_2 \varepsilon_2 + n_3 \varepsilon_3 + \cdots = E \qquad (٩-٩)$$

حيث أن E تمثل الطاقة الكلية للجزيئات . لذلك فالتغيرات δn_1 ، δn_2 ، . . . . في عدد الجزيئات في مستويات الطاقة المختلفة يعتمد بعضها على الآخر بحيث :

$$\Sigma \delta n_i = \delta n_1 + \delta n_2 + \delta n_3 + \cdots = 0 \qquad (١٠-٩)$$

$$\Sigma \varepsilon_i \delta n_i = \varepsilon_i \delta n_i + \varepsilon_2 \delta n_2 + \varepsilon_3 \delta n_3 + \cdots = 0 \qquad (١١-٩)$$

ولادخال هذين الشرطين في المعادلة (٩-٨) ، نستعمل طريقة لكرانج Lagrange وذلك باستعمال معاملات غير محددة . فنضرب المعادلة (٩-١٠) بـ $-\alpha$ والمعادلة (٩-١١)

بـ $-\beta$ (حيث α و β كميتان ثابتتان لا تعتمدان على n_i) ، ثم نجمع المعاملات الناتجة مع المعادلة (٩-٨) ، حيث نحصل على :

$$\Sigma(-\ln n_i + \ln g_i - \alpha - \beta\varepsilon_i)\delta n_i = 0 \qquad (١٢-٩)$$

ففي هذه المعادلة نستطيع اعتبار δn_i غير معتمد بعضها على بعض . وبذلك نستنتج أن

$$-\ln n_i + \ln g_i - \alpha - \beta\varepsilon_i = 0$$

ومنها نحصل على قانون توزيع ماكسويل – بولتزمان :

$$n_i = g_i e^{-\alpha} e^{-\beta\varepsilon_i} \qquad (١٣-٩)$$

قانون توزيع ماكسويل وبولتزمان .

وهذه العلاقة تعطينا عدد الجزيئات n_i التي تمتلك طاقة ε_i ، بدلالة عدد الخلايا g_i في فضاء الحالة ، التابعة للطاقة ε_i ، والثابتين α و β . ويبقى علينا حساب g_i ، α ، و β .

* ٩ – ٤ حساب الثوابت : EVALUATION OF CONSTANTS

ان تكمم quantization الطاقة لا يكون واضحاً في الحركة الانتقالية لجزيئات غاز . وان هناك اعتيادياً عدد كبير جداً من الجزيئات في عينة من غاز . وعليه فمن الملائم ان ندرس حالة التوزيع المستمر للطاقة ، بدلا من وجود طاقات منفصلة $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, \ldots$ فلو كان $n(\varepsilon)\,d\varepsilon$ يمثل عدد الجزيئات التي طاقاتها محصورة بين ε و $\varepsilon + d\varepsilon$ ، لأخذت المعادلة (٩-١٣) الصيغة :

$$n(\varepsilon)\,d\varepsilon = g(\varepsilon)e^{-\alpha}e^{-\beta\varepsilon}\,d\varepsilon \qquad (١٤-٩)$$

ولكن

$$\varepsilon = \frac{p^2}{2m}$$

حيث p زخم الجزيئة . ولذلك يمكن اعادة كتابة المعادلة (٩-١٤) بالصيغة :

$$n(p)\,dp = g(p)e^{-\alpha}e^{-\beta p^2/2m}\,dp \qquad (١٥-٩)$$

فالمقدار $g(p)dp$ يساوي عدد الخلايا في فضاء الحالة ، التابعة للزخم بين p و $p + dp$. ولما كان حجم كل خلية هو h^3 فان

$$g(p)\,dp = \frac{\iiiint\!\!\int dx\,dy\,dz\,dp_x\,dp_y\,dp_z}{h^3}$$

حيث ان البسط يمثل حجم فضاء الحالة المشغول من قبل الجزيئات ذات الزخم المحدد لدينا

$$\iiint dx\,dy\,dz = V$$

التي تساوي حجم الغاز ، وان :

$$\iint dp_x\,dp_y\,dp_z = 4\pi p^2\,dp$$

تمثل حجم قشرة كروية في فضاء الزخم momentum space نصف قطرها p وسمكها dp .

وعليه :

$$g(p)\, dp = \frac{4\pi V p^2\, dp}{h^3} \qquad (\text{٩} - \text{١٦})$$

ومنها نحصل على

$$n(p)\, dp = \frac{4\pi V p^2 e^{-\alpha} e^{-\beta p^2/2m}}{h^3}\, dp$$

ويمكننا الان ايجاد قيمة $e^{-\alpha}$. فلما كان :

$$\int_0^\infty n(p)\, dp = N$$

عليه فان :

$$N = \frac{4\pi e^{-\alpha} V}{h^3} \int_0^\infty p^2 e^{-\beta p^2/2m}\, dp$$

$$= \frac{e^{-\alpha} V}{h^3} \left(\frac{2\pi m}{\beta}\right)^{3/2}$$

حيث قد استخدمنا في هذه النتيجة ، العلاقة :

$$\int_0^\infty x^2 e^{-ax^2}\, dx = \frac{1}{4}\sqrt{\frac{\pi}{a^3}}$$

وبذلك :

$$e^{-\alpha} = \frac{Nh^3}{V} \left(\frac{\beta}{2\pi m}\right)^{3/2}$$

ومنها :

$$n(p)\, dp = 4\pi N \left(\frac{\beta}{2\pi m}\right)^{3/2} p^2 e^{-\beta p^2/2m}\, dp \qquad (\text{٩} - \text{١٨})$$

ولايجاد قيمة β ، نحسب الطاقة الكلية E للجزيئات . وبما ان :

$$p^2 = 2m\varepsilon \qquad \text{و} \qquad dp = \frac{m\, d\varepsilon}{\sqrt{2m\varepsilon}}$$

فيمكن كتابة المعادلة (٩ − ١٨) بالصيغة :

$$n(\varepsilon)\, d\varepsilon = \frac{2N\beta^{3/2}}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\varepsilon}\, e^{-\beta\varepsilon}\, d\varepsilon \qquad (\text{٩} - \text{١٩})$$

فالطاقة الكلية للجزيئات تكون :

$$E = \int_0^\infty \varepsilon n(\varepsilon)\, d\varepsilon$$

$$= \frac{2N\beta^{3/2}}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty \varepsilon^{3/2} e^{-\beta\varepsilon}\, d\varepsilon$$

$$= \frac{3}{2}\frac{N}{\beta} \qquad (\text{٩} - \text{٢٠})$$

حيث قد استخدمنا في هذه النتيجة العلاقة

$$\int_0^\infty x^{3/2} e^{-ax}\, dx = \frac{3}{4a^2}\sqrt{\frac{\pi}{a}}$$

وبناء على النظرية الجزيئية للغازات ، فان الطاقة الكلية E لمجموعة N من الجزيئات من غاز مثالي (كالغاز الذي نتكلم عليه هنا) في درجة حرارة مطلقة هي :

$$E = \frac{3}{2} NkT \qquad (٩ - ٢١)$$

حيث k هو ثابت بولتزمان Boltzmann's constant

$$k = 1.380 \times 10^{-23} \text{ J/molecule-degree}$$

ولذلك نجد من المعادلتين (٩ — ٢٠) و(٩ — ٢١) ان

$$\beta = \frac{1}{kT} \qquad (٩ - ٢٢)$$

٩ — ٥ طاقة الجزيئات في غاز مثالي :
MOLECULAR ENERGIES IN AN IDEAL GAS

الان وبعد ان حصلنا على قيمة الثابتين α و β ، نستطيع أن نكتب قانون توزيع بولتزمان بصيغته النهائية :

$$n(\epsilon)\, d\epsilon = \frac{2\pi N}{(\pi kT)^{3/2}} \sqrt{\epsilon}\, e^{-\epsilon/kT}\, d\epsilon \qquad (٩ - ٢٣)$$

قانون توزيع بولتزمان للطاقة

ان هذه المعادلة تعطينا عدد الجزيئات بطاقات محصورة بين ϵ و $\epsilon + d\epsilon$ في عينةمن غاز مثالي ، درجة حرارته المطلقة T . والشكل (٩—٢) يوضح توزيع بولتزمان للطاقة مقاسة بوحدات kT . فنلاحظ ان المنحني غيرمتناظر ، ذلك لأن هناك حد ادنى للطاقة ϵ هو $\epsilon = 0$ ، على حين ليس هناك — عملياً— حد أعلى لهذه الطاقة (هذا على الرغم من ان احتمال اكتساب طاقة عدة مرات أكبر من kT هو قليل جدا) .

وبناء على المعادلة (٩—٢٠) ، فالطاقة الكلية E لمجموعة N من الجزيئات هي

$$E = \frac{3}{2} \frac{N}{\beta}$$

ونستنتج من ذلك ان معدل الطاقة $\bar{\epsilon}$ لكل جزيئة هو

$$\bar{\epsilon} = \frac{3}{2} \frac{1}{\beta}$$

$$= \frac{3}{2} kT \qquad (٩ - ٢٤)$$

معدل الطاقة الجزيئية

ففي درجة حرارة 300 K ، التي تمثل تقريبا درجة حرارة الغرفة ، نجد ان

$$\bar{\epsilon} = 6.21 \times 10^{-21} \text{ J/molecule}$$
$$\approx 1/25 \text{ eV/molecule}$$

وعلينا ان نتذكر ان معدل الطاقة هو نفسه لكل الجزيئات ، بغض النظر عن كتلتها . ويمكن ايجاد توزيع بولتزمان لزخم الجزيئات وكذلك توزيع سُرعها من المعادلة (٩-٢٣)، وذلك بعد ملاحظة :

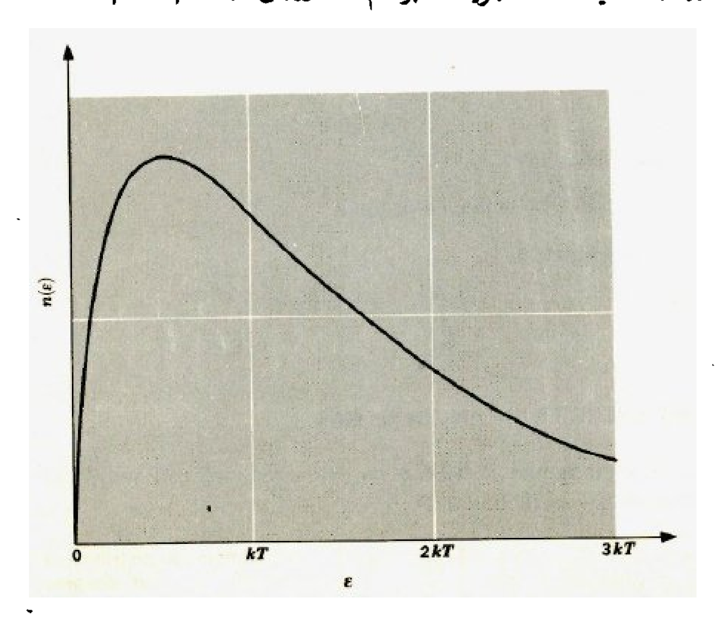
$$\varepsilon = \frac{p^2}{2m} = \frac{1}{2}mv^2$$

$$d\varepsilon = \frac{p}{m}dp = mv\,dv$$

حيث نجد

(٩ - ٢٥) $$n(p)\,dp = \frac{\sqrt{2}\pi N}{(\pi mkT)^{3/2}}p^2 e^{-p^2/2mkT}\,dp$$ قانون توزيع بولتزمان للزخم

فهذه المعادلة تعطينا عدد الجزيئات بزخم محصور بين p و $p + dp$



الشكل (٩-٢) توزيع ماكسويل -بولتزمان للطاقة

وكذلك يمكننا ايجاد عدد الجزيئات ذات السرع المحصورة بين v و $v + dv$ ، حيث

(٩ - ٢٦) $$n(v)\,dv = \frac{\sqrt{2}\pi N m^{3/2}}{(\pi kT)^{3/2}}v^2 e^{-mv^2/2kT}\,dv$$ قانون بولتزمان لتوزيع للسُرَع

وقد استنتج ماكسويل هذه المعادلة في عام 1859 وهذه المعادلة موضحة في الشكل (٩-٣)

ان الجذر التربيعي لمعدل مربع سرعة *root-mean-square* speed جزيئة . معدل طاقتها $\frac{3}{2}kT$ ، هو :

(٩ - ٢٧) $$v_{\text{rms}} = \sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$$ الجذر التربيعي لمعدل مربع السرعـــة

حيث $\overline{\frac{1}{2}mv^2} = \frac{3}{2}kT$. ان v_{rms} لاتساوي المعدل الحسابي للسرعة $\bar{v}$. والعلاقة بين $\bar{v}$ و v_{rms} تعتمد على قانون توزيع السُرع للجزيئات المعمول به. ففي حالة توزيع بولتزمان

$$v_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{3\pi}{8}}\bar{v} \approx 1.09\bar{v}$$

اي ان v_{rms} أكبر من v بحوالي 9%

ونتيجة لعدم تناظر بولتزمان نجد ان السرعة الاكثر احتمالا للجزيئات ، v_p ، هي أصغر من $\bar{v}$ و v_{rms} . ولايجاد v_p علينا ان نساوي مشتقة $n(v)$ ، بالنسبة لـ v ، صفرا ، ثم حل المعادلة الناتجة لـ v_p . فبهذه الطريقة نحصل على :

(٩ - ٢٨) $$v_p = \sqrt{\frac{2kT}{m}}$$ السرعة الاكثر احتمالا

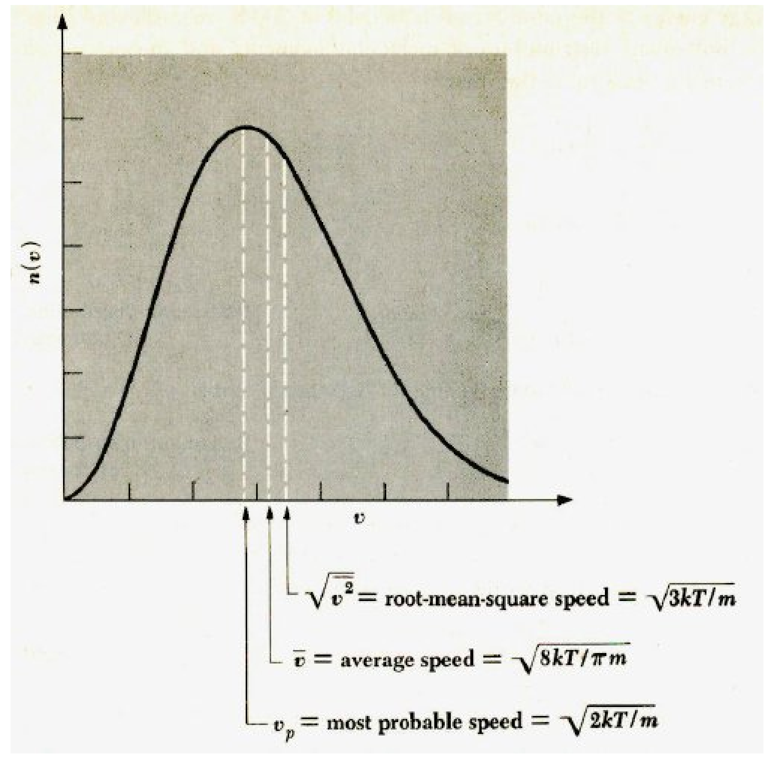
وتتغير سرع جزيئات غاز تغيرا ملحوظا على جهتي v_p . فالشكل (٩ - ٤) يوضح توزيع سرع جزيئات غاز الأوكسجين عند درجة حرارة 73 K (−200°C) ، وجزيئات غاز الاوكسجين عند درجة حرارة 273 K (0°C) ، وجزيئات الهيدروجين عند درجة حرارة 273 K . فنلاحظ ان السرعة الاكثر احتمالا للجزيئة تزداد مع ارتفاع درجة الحرارة. وتقل مع زيادة كتلة الجزيئة .

وعليه فان السرع الجزيئية للاوكسجين عند 73 K – على العموم – أقل من السرع الجزيئية عند 273 K . على حين عند 273 K ، تكون السرع الجزيئية للهيدروجين – على العموم – أكبر من السرع الجزيئية للاوكسجين عند نفس درجة الحرارة (لاحظ ان معدل طاقة الجزيئات هو نفسه لكل من الاوكسجين والهيدروجين عند كل درجة حرارة T)

٩ – ٦ الأطياف الدورانية : ROTATIONAL SPECTRA

ان التوزيع المستمر للطاقة يحدث في حالة الحركة الانتقالية للجزيئات فقط . في حين . وكما لاحظنا في الفصل الثامن ، ان طاقة الحركات الدورانية والاهتزازية للجزيئات تكون مكممة quantized ، حيث تأخذ الجزيئة طاقات معينة E_i فقط . فقانون توزيع بولتزمان لاكتساب طاقات منفصلة ، يأخذ الصيغة :

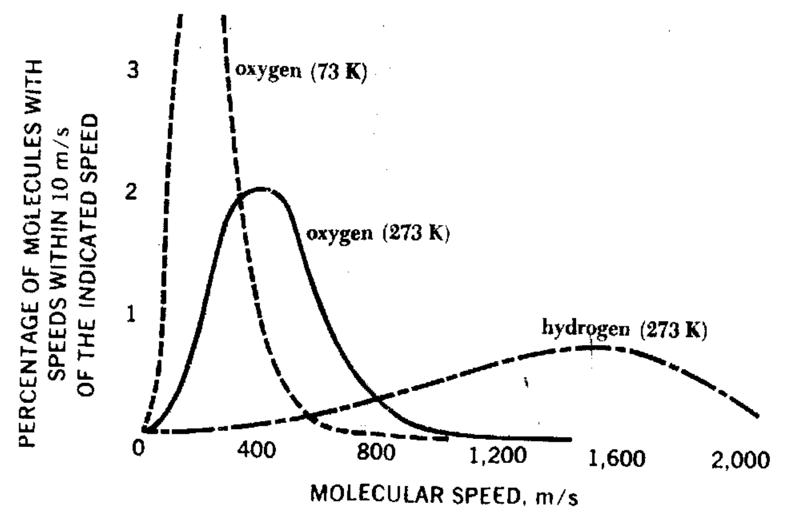
(٩ - ٢٩) $$n_i = n_0\, g_i\, e^{-E_i/kT}$$



الشكل (٩ — ٣) توزيع ماكسويل — بولتزمان للسرع .

التي هي في الحقيقة نفس المعادلة (٩—١٣) بعد التعويض عن $e^{-\alpha}$ بـ n_0 و βu_i بـ E_i/kT فالمعامل $e^{-E_i/kT}$ ، الذي يسمى — اعتياديا — بمعامل بولتزمان Boltzmann factor يمثل الاحتمال النسبي لتهيج حالة كمية ذات طاقة E_i عند درجة الحرارة T . والمعامل g_i ، يدعى بتعداد المستوي E_i (او الوزن الاحصائي statistical weight) ، وهذا يمثل عدد الحالات الكمية ذات نفس الطاقة E_i

فدعنا نطبق المعادلة (٩—٢٩) على مستويات الطاقة الدورانية للجزيئات (ويمكننا استخدام نفس الطريقة لمعالجة التعداد النسبي لمستويات الطاقة الذرية) . وكما نعلم انه بصورة عامة هناك أكثر من حالة دورانية واحدة تعود الى عدد كمي دوراني J . وهذا التضاعف degeneracy ينشأ من كون ان مركبة الزخم الزاوي L_z تأخذ مضاعفات $\hbar$ محصورة بين $J\hbar$ الى $-J\hbar$ مارة بالقيمة 0 ، وبذلك يكون العدد الكلي للقيم الممكنة لـ J هو $2J+1$. فمن هذا ينتج ان هناك عدد $2J+1$ من الاتجاهات المختلفة للزخم الزاوي الكلي J للجزيئة . كل من هذه الاتجاهات تمثل حالة كمية مختلفة. لهذا



الشكل (٩ — ٤) توزيع السرع الجزيئية للاوكسجين عند درجة 73 K ، للاوكسجين عند درجة 273 K وللهيدروجين عند درجة 273 K .

فان مستوى طاقـة دورانية تابع لعدد كمي J له وزن احصائي

$$g_J = 2J + 1$$

ومن ناحية اخرى ، تساوي طاقة جزيئة صلبة ثنائية الذرات

$$E_J = J(J+1)\frac{\hbar^2}{2I}$$

وعليه فان معامل بولتزمان التابع للعدد الكمي J هو

$$e^{-J(J+1)\hbar^2/2IkT}$$

وبذلك يكون توزيع بولتزمان لاشغال مستويات الطاقة الدورانية المختلفة من قبل جزيئة ثنائية الذرات هو

$$n_J = (2J+1)\, n_0\, e^{-J(J+1)\hbar^2/2IkT} \qquad (٩ - ٣٠)$$

حيث n_0 عدد الجزيئات عند الحالة الدورانية $J = 0$.

ولقد وجدنا في البنـد (٨ — ٨) ان عزم القصـور الذاتي لجزيئة CO يساوي 1.46×10^{-46} kg-m² لذلك ففي حالة عينة من غاز أول اوكسيد الكربون عند درجة حرارة الغرفة (293 K اي 20°C) فان

$$\frac{\hbar^2}{2IkT} = \frac{(1.054 \times 10^{-34}\ \text{J-s})^2}{2 \times 1.46 \times 10^{-46}\ \text{kg-m}^2 \times 1.38 \times 10^{-23}\ \text{J/K} \times 293\ \text{K}}$$
$$= 0.00941$$

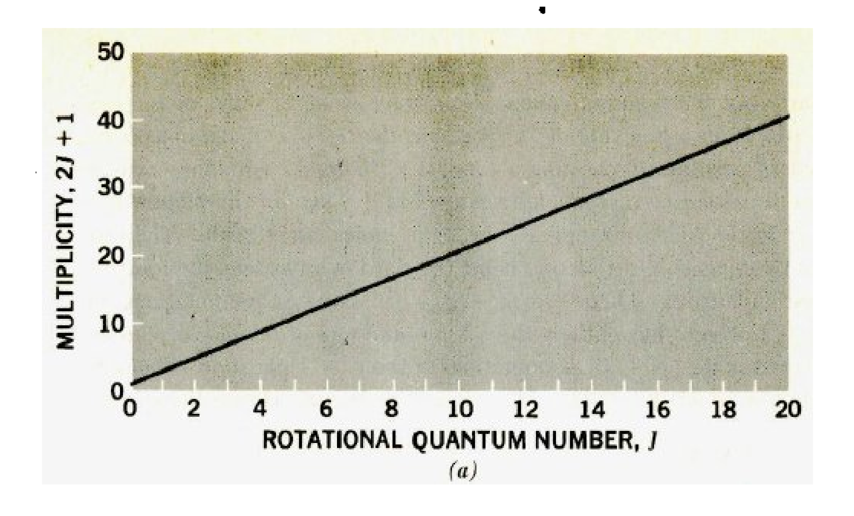
ومنها $n_J = (2J + 1)\, n_0\, e^{-0.00941\, J(J+1)}$

والشكل (٩-٥) يبين منحني الوزن الاحصائي $2J + 1$ ، معامل بولتزمــان $e^{-0.00941\, J(J+1)}$ والتعداد النسبي n_J/n_0 كدالة لـ J ، لحالة جزيئة CO عند درجة حرارة 20°C . نلاحظ في هذه الدرجة الحرارية ان مستوى الطاقة التابع لـ $J = 7$ هو أكثر تعدادا ، في حين هناك نفس عدد الجزيئات عند $J = 19$ و $J = 0$.

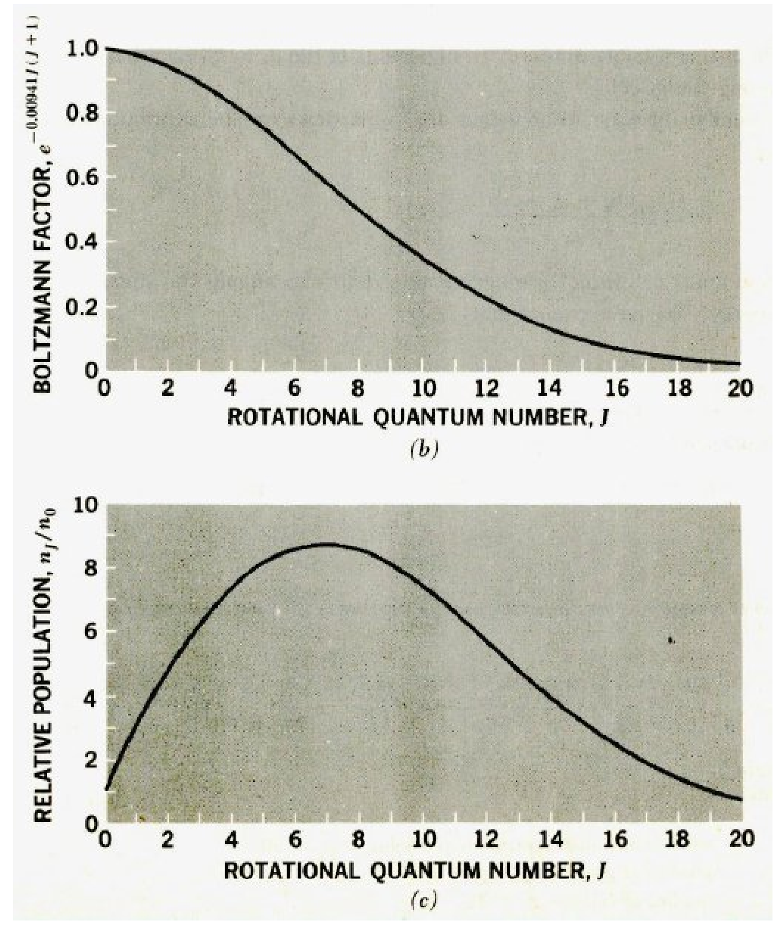
ان شدة خطوط الطيف الدوراني تتناسب مع التعداد النسبي لمستويات الطاقة الدورانية المختلفة . فالشكل (٨-٢٧) يوضح التحليل الدقيق لحزمة طيف الدوران - التذبذب لـ CO ، الناتج عن الانتقال $v = 0 \rightarrow v = 1$ نميز هذه الخطوط تبعاً لقيمة J الابتدائية للحالات الدورانية . كما يتوقع ان كلا من المجموعتين P و R هما شدة قصوى عند $J = 7$.

* ٩- ٧ توزيع بوز - اينشتين : BOSE-EINSTEIN DISTRIBUTION

ان الفرق الاساس بين احصاء ماكسويل - بولتزمان واحصاء بوز - آينشتين هو ان الاول يخص جسيمات متشابهة يمكن تمييزها ، بطريقة ما ، بعضها عن بعض ، على حين يخص الأخير جسيمات متشابهة لا يمكن التمييز فيما بينها ، ولكن يمكن احصائها. ونفترض في احصاء بوز - آينشتين Bose-Einstein statistics كما في الحالة السابقة ، ان جميع الحالات الكمية لها نفس احتمال الانشغال وان g_i تمثل عدد الحالات التي لها نفس الطاقة ε_i . ان كل حالة كمية مختلفة تعود الى خلية في فضاء الحالة phase space .



(a)



الشكل (٩ - ٥) : (أ) التضاعف ، (ب) معامل بولتزمانو (ج) التعداد النسبي ، للطاقة الدورانية لجزيئة CO عند 20°C

وبذلك تكون خطوتنا الاولى ايجادعدد الطرق التي فيها n_i من الجسيمات غير المتميزة بعضها عن بعض* ، لأن تتوزع بين g_i من الخلايا

ولاجراء الحسابات اللازمة ، نأخذ سلسلة $n_i + g_i - 1$ من الاشارات على خط مستقيم (الشكل ٩-٦) . فنلاحظ من الشكل أنه يمكن اعتبار ($g_i - 1$) من الاشارات كفواصل لـ g_i من القطع . وعليه يمكن تصور السلسلة بأنها تمثل n_i من الجسيمات داخل g_i من الخلايا . في الشكل $g_i = 12$ و $n_i = 20$ ، فهناك أحد عشر فاصلا يقسم عشرين جسيما في اثنتي عشرة خلية . فالخلية الاولى تحوى على جسيمين ، والثانية فارغة ، والثالثة تحوى جسيما واحدا ، والرابعة تحوى ثلاثة جسيمات ، وهكذا . ولما كان هناك $(n_i + g_i - 1)!$ من

التبادلات (permutations) الممكنة بين ($n_i + g_i - 1$) من الاشارات ، ومن بين هذه التبادلات هناك $n_i!$ من التبادلات غير المهمة للجسيمات التي عددها n_i ، و $(g_i - 1)!$

تبادلاً غير مهم للفواصل التي عددها ($g_i - 1$) ، عليه فهناك فقط

$$\frac{(n_i + g_i - 1)!}{n_i!(g_i - 1)!}$$

ترتيب مختلف لـ n_i من الجسيمات غير المتميزة في g_i من الخلايا .

ومما تقدم يكون عدد الطرق W لتوزيع N من الجسيمات هو :

$$W = \Pi \frac{(n_i + g_i - 1)!}{n_i!(g_i - 1)!} \qquad (٩-٣١)$$

الذي يساوي حاصل ضرب التوزيعات المتميزة للجسيمات بين الطاقات المختلفة . ونفترض الآن أن :

$$(n_i + g_i) \gg 1$$

وعليه يمكن تقريب ($n_i + g_i - 1$) بـ ($n_i + g_i$) . لذلك لو أخذنا اللوغاريتم الطبيعي لطرفي المعادلة (٩-٣١) لحصلنا على :

$$\ln W = \Sigma [\ln (n_i + g_i)! - \ln n_i! - \ln (g_i - 1)!]$$

2 0 1 3 6 2 2 0 0 1 2 1

particle
partition

number of indistinguishable particles $= n_i = 20$
number of partitions $= g_i - 1 = 11$
number of cells $= g_i = 12$

الشكل (٩ - ٦) مجموعة n_i من الجسيمات غير المتميزة في g_i من الخلايا تفصلها $g_i - 1$ من الحواجز .

ويساعدنا قانون سترلنك Stirling

$$\ln n! = n \ln n - n$$

على كتابة $\ln W$ بالصيغة

$$\ln W = \Sigma [(n_i + g_i) \ln (n_i + g_i) - n_i \ln n_i - \ln (g_i - 1)! - g_i] \qquad (٩-٣٢)$$

وكما في الحالة السابقة ، فالشرط الذي عنده يكون التوزيع ذا أكبر احتمال ، وهو أن تغيرات صغيرة δn_i في n_i المختلفة لاتؤثر على قيمة W . فلو كان $\delta \ln W$ يمثل التغير في $\ln W$ الناتج من التغيرات δn_i في n_i ، فان الشرط الذي في أعلاه يكافيء :

$$\delta \ln W_{max} = 0$$

وعليه عند القيمة القصوى لـ $\ln W$ في المعادلة (٩-٣٢)، فإن :

$$\delta \ln W_{max} = \Sigma [\ln (n_i + g_i) - \ln n_i] \delta n_i = 0 \qquad (٩-٣٩)$$

حيث هنا قد استخدمنا الحقيقة

$$\delta \ln n = \frac{1}{n} \delta n$$

وكما في البند (٩-٣) نأخذ بنظر الاعتبار قانون حفظ الجسيمات المعبر عنه بـ

$$\Sigma \delta n_i = 0$$

وقانون حفظ الطاقة المعبر عنه بـ

$$\Sigma \varepsilon_i \delta n_i = 0$$

وبضرب المعادلة الاولى بـ($-\alpha$) والثانية بـ($-\beta$)، ثم جمعها مع المعادلة (٩-٢٣). نحصل على :

$$\Sigma [\ln (n_i + g_i) - \ln n_i - \alpha - \beta\varepsilon_i] \delta n_i = 0$$

ففي هذه المعادلة ، يمكن اعتبار δn_i غير معتمد بعضها على البعض . وعليه فالكميات التي في داخل الاقواس يجب أن تساوى صفرا كل على انفراد . أي أن :

$$\ln \frac{n_i + g_i}{n_i} - \alpha - \beta\varepsilon_i = 0$$

$$1 + \frac{g_i}{n_i} = e^{\alpha} e^{\beta\varepsilon_i}$$

ومنها

$$n_i = \frac{g_i}{e^{\alpha} e^{\beta\varepsilon_i} - 1} \qquad (٩ - ٤)$$

وبالتعويض عن β من المعادلة (٩ - ٢٢).

$$\beta = \frac{1}{kT} \qquad (٩ - ٢٢)$$

نحصل على قانون توزيع بوز – آينشتين

$$n_i = \frac{g_i}{e^{\alpha} e^{\varepsilon_i/kT} - 1} \qquad (٩ - ٣٥)$$ قانون توزيع بوز – آينشتين

٩ – ٨ اشعاعات الجسم الاسود : BLACK-BODY RADIATION

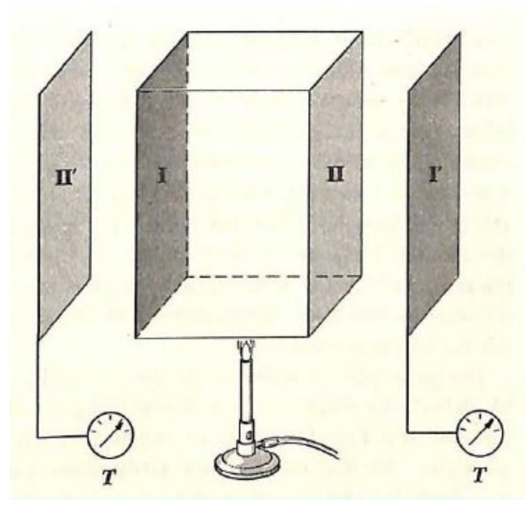
ان صفات الاشعاعات الكهرومغناطيسية التي تبعث من جسم ، تعتمد على طبيعة ودرجة حرارة الجسم . وقد ناقشنا في الفصول السابقة، الاطياف غير المتواصلة discrete spectra المنبعثة من غازات متهيجة والناتجة من الانتقالات اللاكترونية في الذرات . ومن ناحية أخرى ، فان الاجسام الكثيفة كالاجسام الصلبة ، تبعث اشعاعات متواصلة تتضمن جميع الترددات. ذلك لأن الذرات في المواد الصلبة تكون متقاربة جداً

بعضها من بعض بحيث ان التفاعلات فيما بينها تؤدي الى مستويات طاقة متعددة متقاربة جدا ولا يمكن تمييزها عن حزمة band متواصلة من الطاقة .

ان قابلية الجسم للاشعاع ، مرتبطة جوهريا بقابليته للامتصاص . وهذا متوقع ؛ اذ ان جسما في حالة توازن حراري مع محيطه يجب ان يمتص طاقة بنفس المعدل الذي يبعث به الطاقة ومن الملائم ان ندرس جسما مثاليا يمتص جميع الاشعاعات الساقطة عليه بغض النظر عن ترددها ومثل هذا الجسم يدعى بالجسم الاسود *black body*

ويمكننا عمليا ان نثبت ان الجسم الاسود له قابلية اشعاع اكبر من اي جسم آخر. فالتجربة الموضحة في الشكل (٩ – ٧) تتضمن زوجين من السطوح كل زوج منها متشابه ويختلف عن الزوج الآخر . درجة حرارة السطحين I′ و II′ متساويتان . وعند درجة حرارية معينة يشع كل من السطحين I و I′ بنفس المعدل e_1 W/m^2 ، ويشع كل من السطحين II و II′ بمعدل آخر e_2. السطحان I و I′ يمتصان جزء a_1 ، والسطحان II و II′ يمتصان جزء a_2 ، من الطاقة الساقطة عليهما . وعليه يمتص I′ طاقة من II بمعدل يتناسب مع a_1e_2 ويمتص II′ طاقة من I بمعدل يتناسب مع a_2e_1 . ولما كان كل من السطحين I′ و II′ يحتفظان بنفس درجة الحرارة ، ولذا نجد

$$a_1e_2 = a_2e_1$$



الشكل (٩ – ٧) : السطحان I و I′ متشابهان فيما بينهما ومختلفان من سطحين II و II′ المتشابهين فيما بينهما .

أي أن

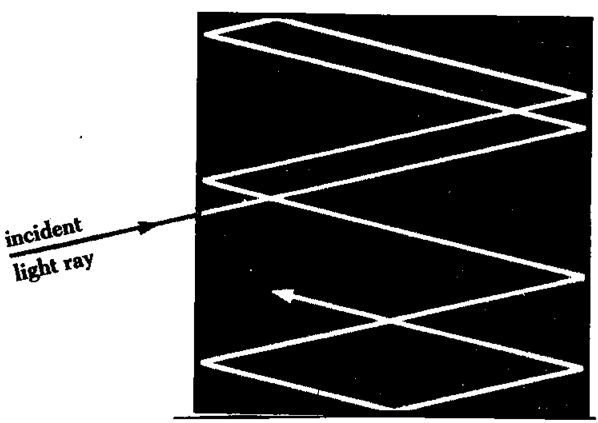
$$\frac{e_1}{a_1} = \frac{e_2}{a_2}$$

وهذه النتيجة توضح أن قابلية جسم لاشعاع طاقة كهرومغناطيسية مع قابلية امتصاصه للطاقة. والآن نفترض أن السطحين I و I′ هما سوداوان ، أي أن $a_1 = 1$ ، في حين أن السطحين II و II′ ليس سوداوين ، حيث $a_2 < 1$. وعليه :

$$e_1 = \frac{e_2}{a_2}$$

ولما كان $a_2 < 1$ فان $e_1 > e_2$ ، ونستنتج من هذا ان جسما اسود عند درجة حرارة معينة يشع طاقة بمعدل أكبر من أي جسم آخر.

ان سبب استخدام جسم أسود مثالي idealized black body في معالجتنا للاشعاعات الحرارية ، هو لتجنب الصفات الدقيقة للجسم المشع . فجميع الاجسام السود لها نفس الصفة ، ويمكن عمليا تقريب الجسم الأسود بتجويف ذي فتحة صغيرة جدا (الشكل ٩–٨) . حيث ان جميع الاشعاعات التي تسقط على فتحة التجويف تدخل التجويف وتمتصها جدرانه ، بعد أن تنعكس عدة مرات هناك .

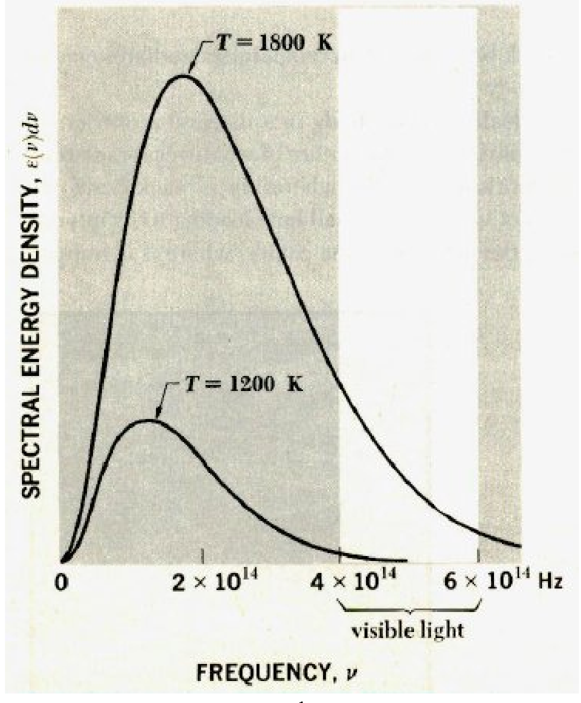


الشكل (٩ – ٨) فتحة صغيرة في جدار تجويف هي تقريب ممتاز للجسم الاسود

ان جدران التجويف تبعث وتمتص الاشعاعات بصورة مستمرة والاشعاعات التي هي في حالة توازن حراري مع جدران تجويف ، تدعى باشعاعات الجسم الاسود black-body radiation وهذه الاشعاعات نحن بصدد دراستها هنا . فيمكن عمليا دراسة اشعاع الجسم الاسود بتحليل طيف الاشعة الخارجه من التجويف . والنتائج التي نحصل عليها تتفق مع ملاحظاتنا اليومية ، أن الجسم الاسود يشع اكثر عندما يكون حارا مما هو عليه عندما يكون باردا ، وان ذروة peak طيف الاشعة المنبعثة من جسم حار تكون عند تردد اعلى من ذروة طيف الاشعة المنبعثة من جسم بارد . ويمكن توضيح هذه الظاهرة بسلوك قضيب

حديدي يسخن تدريجيا الى درجات حرارية عالية ؛ ففي البداية يتوهج القضيب بلون احمر كامد dull -red ، ثم احمر برتقالي ساطع orange red وبالنهاية يصبح حارا بدرجة الابيضاض "white hot." والشكل (٩-٩) يبين طيف اشعاع جسم اسود عند درجتين حراريتين مختلفتين .

ان الفيزياء الـكلاسيكية لاتستطيع ان تفسر طيف الجسم الاسود المبين في الشكل . والحقيقة هي ان هذا الفشل بالذات قد ادى بماكس بلانك Max Planck في عام 1900 ان يقترح بان اشعـاع الضـوء يتم بصـورة كمية . وسوف نستخـدم ميكانيك الاحصـاء الـكمي quantum-statistical mechanics لاشتقاق قانون بلانك للاشعاع الذي يعطينا نفس الطيف الملاحظ عمليا .



الشكل (٩ – ٩) طيف اشعاع الجسم الاسود . انّ توزيع طاقة الطيف تعتمد كليا على درجة حرارة الجسم .

ندرس طيف الجسم الاسود نظريا بدراسة طيف الاشعة في حالة توازن حراري مع جدران تجويف ما ، نفترض ان حجم التجويف هو V ، ويحوي عددا كبيرا من الفوتونات غير المتميزة indistinguishable ، ذوات الترددات المختلفة . ان الفوتونات لاتخضع لمبدأ الانفراد ، وعليه فانها بوزونات وتتبع قانون توزيع بوزآينشتين . ان عدد الحالات $g(p)$ فيها فوتون زخمه محصور بين p و $p + dp$ ، يساوي ضعف عدد الخلايا في فضاء الحالة

التابعة لنفس فترة الزخم. والسبب في تضاعف انشغال كل خلية هو ان فوتونات بنفس التردد يمكن ان يكون لها استقطابان مختلفان (مثلا، استقطاب دائري باتجاه حركة عقرب الساعة واستقطاب دائري معاكس لحركة الساعة). فباستخدام التحليلات التي قادتنا الى المعادلة (٩ - ١٦) نحصل على :

$$g(p)\,dp = \frac{8\pi V p^2\,dp}{h^3}$$

ولما كان زخم الفوتون هو :

$$p = h\nu/c.$$

لذا نجد :

$$p^2\,dp = \frac{h^3\nu^2\,d\nu}{c^3}$$

ومنها :

$$g(\nu)\,d\nu = \frac{8\pi V}{c^3}\nu^2\,d\nu \qquad (٩ - ٣٦)$$

وعلينا الان أن نحسب معامل لاكرانج (Lagrangian) α في المعادلة (٩-٣٥). ولهذا الهدف، علينا أن نلاحظ أولاً أن عدد الفوتونات في التجويف يمكن أن يتغير؛ حيث خلافا لحالة جزيئات الغاز او الالكترونات، يمكن للفوتونات أن تخلق أو تفنى. ولكن الطاقة الكلية للاشعاعات داخل التجويف يجب أن تبقى ثابتة. فمثلاً، فوتونان بطاقة $h\nu$ يمكن أن تنبعث آنيا في حين يمتص فوتون واحد بطاقة $2h\nu$. وبذلك : $\Sigma\,\delta n_i \neq 0$

ونأخذ هذه الصفة بنظر الاعتبار بجعل $\alpha = 0$، لكي يكون لدينا $\Sigma\,\delta n_i \neq 0$

وبالتعويض عن g_i من المعادلة (٩-٣٦) في المعادلة (٩-٣٥) وعن ε_i بـ $h\nu$، وجعل $\alpha = 0$، نجد أن عدد الفوتونات ذات ترددات محصورة بين ν و $\nu + d\nu$ في تجويف حجمه V ودرجة حرارة جدرانه T هو

$$n(\nu)\,d\nu = \frac{8\pi V}{c^3}\frac{\nu^2\,d\nu}{e^{h\nu/kT} - 1} \qquad (٩-٣٧)$$

توزيع طاقة الاشعاع $\varepsilon(\nu)\,d\nu$، أي طاقة الاشعاع لوحدة الحجم ذات ترددات محصورة بين ν و $\nu + d\nu$ هو

$$\varepsilon(\nu)\,d\nu = \frac{h\nu n(\nu)\,d\nu}{V}$$

$$= \frac{8\pi h}{c^3}\frac{\nu^2\,d\nu}{e^{h\nu/kT} - 1} \qquad \text{قانون بلانك للاشعاع} \qquad (٩-٣٨)$$

فالمعادلة (٩-٣٨) تمثل قانون بلانك للاشعاع *Planck radiation formula* وهذا القانون يتفق مع نتائج التجارب العملية. فهناك نتيجتان مهمتان يمكن الحصول عليهما من قانون بلانك للاشعاع. نجد أولا طول موجة الاشعاع الذي عنده تكون كثافة الطاقة عظمى. ولهذا الهدف نكتب المعادلة (٩-٣٨) بدلالة طول الموجة λ، ثم نجعل :

$$\frac{d\varepsilon(\lambda)}{d\lambda} = 0$$

وبايجاد $\lambda = \lambda_{max}$ التي تحقق هذه المعادلة نحصل على :

$$\frac{hc}{kT\lambda_{max}} = 4.965$$

ويمكن اعادة كتابة هذه المعادلة بصيغة أكثر ملاءمة، حيث

$$\lambda_{max}T = \frac{hc}{4.965k} = 2.898 \times 10^{-3}\,\mathrm{m\,K} \qquad (٩ - ٣٩)$$

والمعادلة (٩ – ٣٩) تعرف بقانون ازاحة واين *Wien's displacement law*

وهذا القانون يعبّر بصورة كميةّ عن الحقيقة التجريبية بان ذروة طيف الجسم الاسود تنحرف تدريجيا نحو أطوال موجيةّ أقصر (ترددات أعلى) ، كلما ارتفعت درجة الحرارة .

والنتيجة المهمة الثانية التي يمكن الحصول عليها من المعادلة (٩ – ٣٨) هوحساب كثافة الطاقة الكلية ε في داخل التجويف . وهذه تمثل مجموع كثافة الطاقات عند جميع الترددات . أي :

$$\varepsilon = \int_0^\infty \varepsilon(\nu)\, d\nu = \frac{8\pi^5k^4}{15c^3h^3}T^4 = aT^4$$

حيث a هو ثابت عام universal constant. لذا فان كثافة الطاقة الكلية تتناسب مع القوة الرابعة لدرجة الحرارة المطلقة لجدران التجويف . وعليه نتوقع بان الطاقة e المنبعثة في وحدة الزمن ووحدة المساحة من سطح اسود ، تتناسب أيضاً مع T^4 وهذا الاستنتاج يتفق مع قانون ستيفان وبولتزمان *Stefan-Boltzmann*

$$e = \sigma T^4 \qquad (٩ - ٤٠)$$

وفيه الثابت σ يدعى ثابت ستيفان ويساوي :

$$\sigma = 5.67 \times 10^{-8}\,\mathrm{W/m^2\,K^4}$$

الشكل (٩ – ٩) يوضح كلاً من قانون واين للازاحة وقانون ستيفان وبولتزمان . نلاحظ أن ذروة الطيف تنحرف تدريجيا نحو ترددات اعلى ، وان المساحات الكلية تحت المنحنيات تزداد بسرعة بزيادة درجة الحرارة .

٩ – ٩ توزيع فيرمي وديراك FERMI-DIRAC DISTRIBUTION

انَ احصاء فيرمي وديراك ينطبق على جسيمات غيرمتميزة ، تخضع لمبدا الانفراد. ولذا

فان اشتقاقنا لقانون توزيع فيرمي وديراك سوف يتم بنفس طريقة اشتقاق قانون توزيع بوز واينشتين ، عدا أن الآن كل خلية (أي ، حالة كميّة) يمكن ان تشغل بجسيم واحد في الاكثر

ولوكان هناك g_i من الخلايا تابعة لنفس الطاقة ε_i وكان هناك n_i من الجسيمات ، فان n_i من الخلايا سوف تشغل على حين $(g_i - n_i)$ تبقى فارغة . ويمكن ترتيب الخلايا g_i بـ $g_i!$ من الطرق المختلفة . ولكن التبادلات $n_i!$ للخلايا المشغولة و $(g_i - n_i)!$

للخلايا الفارغة هي غير مهمة ، ذلك لأن الجسيمات غير متميزة بعضها عن بعض والخلايا الفارغة متكافئة . ومن هنا فان عدد الترتيبات المتميزة للجسيمات في الخلايا هو

$$\frac{g_i!}{n_i!(g_i - n_i)!}$$

الاحتمال W للتوزيع الكلي للجسيمات هو حاصل الضرب

$$W = \Pi \frac{g_i!}{n_i!(g_i - n_i)!} \qquad (٩ - ٤١)$$

باخذ اللوغاريتم الطبيعي لطرفي هذه المعادلة ، نجد :

$$\ln W = \Sigma [\ln g_i! - \ln n_i! - \ln (g_i - n_i)!]$$

وباستخدام قانون سترلنك :

$$\ln n! = n \ln n - n$$

ينتج لدينا :

$$\ln W = \Sigma [g_i \ln g_i - n_i \ln n_i - (g_i - n_i) \ln (g_i - n_i)] \qquad (٩ - ٤٢)$$

لكي يكون هذا التوزيع ذا احتمال اكبر ، يجب ان تبقى W ثابتة عند تغيير كل من n_i بـ δn_i

اي (٩ - ٤٣)

$$\delta \ln W_{max} = \Sigma [-\ln n_i + \ln (g_i - n_i)] \delta n_i = 0$$

وكما مرّ في الحالة السابقة ، نأخذ بنظر الاعتبار قانون حفظ الطاقة وأن العدد الكلي للجسيمات ثابت ، ذلك بجمع .

$$-\alpha \Sigma \delta n_i = 0$$

و

$$-\beta \Sigma \varepsilon_i \delta n_i = 0$$

مع المعادلة (٩ - ٤٣) . حيث ينتج

(٩ - ٤٤)

$$\Sigma [-\ln n_i + \ln (g_i - n_i) - \alpha - \beta\varepsilon_i] \delta n_i = 0$$

فهنا يمكن اعتبار δn_i غير معتمد بعضها على بعض ، وبذلك فان الكميات داخل الاقواس يجب أن تساوي صفرا . أي أن :

$$\ln \frac{g_i - n_i}{n_i} - \alpha - \beta\varepsilon_i = 0$$

$$\frac{g_i}{n_i} - 1 = e^{\alpha} e^{\beta \varepsilon_i}$$

(٩ - ٤٥)

$$n_i = \frac{g_i}{e^{\alpha} e^{\beta \varepsilon_i} + 1}$$

وبتعويض

$$\beta = \frac{1}{kT}$$

نحصل على قانون توزيع فيرمي وديراك :

(٩-٤٦) قانون توزيع فيرمي — ديراك

$$n_i = \frac{g_i}{e^{\alpha} e^{\varepsilon_i/kT} + 1}$$

ان اهم تطبيقات قانون توزيع فيرمي وديراك هو نظرية الالكترون الطليق في المعادن ، الذي سوف ندرسه في الفصل القادم .

٩-١٠ مقارنة النتائج COMPARISON OF RESULTS

ومما تقدم تكون قوانين التوزيع الاحصائي الثلاثة هي :

ماكسويل — بولتزمان $n_i = \frac{g_i}{e^{\alpha} e^{\varepsilon_i/kT}}$

بوز — آينشتين $n_i = \frac{g_i}{e^{\alpha} e^{\varepsilon_i/kT} - 1}$

فيرمي — ديراك $n_i = \frac{g_i}{e^{\alpha} e^{\varepsilon_i/kT} + 1}$

ففي هذه العلاقات n_i تمثل عدد الجسيمات التي طاقاتها ε_i ، و g_i تمثل عدد الحالات التابعة لنفس الطاقة ε_i . ان الكمية :

(٩-٤٧) نسبة الانشغال

$$f(\varepsilon_i) = \frac{n_i}{g_i}$$

تدعى بنسبة الانشغال *occupation index* للحالة التابعة للطاقة ε_i ، وهذه تمثل معدل عدد الجسيمات في كل حالة عند تلك الطاقة. ان نسبة الانشغال لاتعتمد على توزيع مستويات طاقة الجسيمات ، وعليه فان هذه الكمية مناسبة لتمييز الفروقات الاساس بين قوانين التوزيع الثلاثة . ان نسبة الانشغال في قانون توزيع ماكسويل وبولتزمان ياخذ شكلا اسيا بحتا ، يتناقص بنسبة $1/e$ لكل زيادة kT في الطاقة ε_i . وبينما $f(\varepsilon_i)$ تعتمد على قيمة α ، نجد النسبة بين $f(\varepsilon_i)$ و $f(\varepsilon_j)$ ، التابعة لمستويات الطاقة ε_i و ε_j ، لاتعتمد على هذه القيمة ، حيث ان :

$$\frac{f(\varepsilon_i)}{f(\varepsilon_j)} = e^{(\varepsilon_j-\varepsilon_i)/kT} \qquad \text{معامل بوتلزمان} \qquad (٩-٤٨)$$

ان هذه العلاقة مفيدة عندما يكون $f(\varepsilon) \ll 1$ ، فان كلا من قانوني توزيع بوز وآينشتين ، وفيرمي ، وديراك تعطينا ايضا هذه الصيغة ، وهذه تساعدنا على تحديد نسبة الانشغال النسبي بين مستويين كميين ، بصورة سهلة .

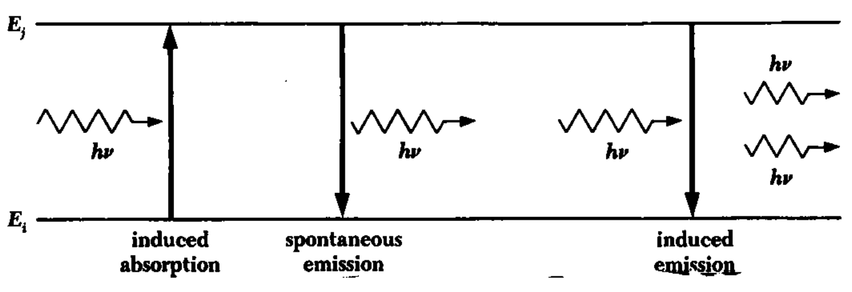
ولحالة غاز من الفوتونات لدينا $\alpha = 0$. ولذا عندما تكون $\varepsilon_i \gg kT$ ، فان نسبة الانشغال في قانون توزيع بوزوآينشتين تأخذ صيغة نسبة الانشغال في قانون توزيع ماكسويل وبولتزمان . على حين عندما $\varepsilon_i \ll kT$ ، فان الحد (1 -) في مقام قانون توزيع الأول يجعل الانشغال النسبي لهذا القانون أكبر من الأنشغال النسبي لقانون توزيع ماكسويل وبولتزمان . وفي حالة قانون توزيع فيرمي وديراك ، لاتزيد نسبة الانشغال عن الواحد قطعا . وهذه الصفة هي نتيجة خضوع الجسيمات المتضمنة لمبدأ الانفراد . فعند درجات حرارة واطئة تكون جميع مستويات الطاقة الدنيا تقريباً مشغولة ، على حين فوق طاقة حرجة معينّة تهبط نسبة الانشغال بسرعة الى الصفر . وهذه الطاقة الحرجة تسمى طاقة فيرمي *Fermi energy* ولكن عند درجات حرارية عالية تكون نسبة الانشغال لجميع مستويات الطاقة صغيرة جدا ، وبذلك يصبح مبدأ الأنفراد ليس ذا تأثير . وعليه فإنه عند درجات حرارية عالية ، يأخذ قانون توزيع فيرمي وديراك صيغة قانون توزيع ماكسويل وبولتزمان .

٩ - ١١ أشعة الليزر THE LASER

هناك ثلاثة أنواع من الأنتقالات تتضمن اشعاعات كهرومغناطيسية تحدث بين مستويي طاقة i و j (الشكل ٩-١٠). فاذا كانت الذرة في البداية عند الحالة i . فيمكنها أن تنتقل الى حالة أعلى بأمتصاص فوتون طاقته $h\nu = E_j - E_i$. وتدعى هذه العملية بالأمتصاص المحتث *induced absorption* . في حين أنه اذا كانت الذرة في البداية عند حالة عليا j ، يمكنها أن تنتقل الى حالة أوطأ i باشعاع فوتون طاقته $h\nu$.

وهذه العملية تدعى بالأنبعاث التلقائي *spontaneous emission*

وهناك احتمال ثالث يدعى بالانبعاث المحتث *induced emission* ، فيه فوتون ساقط طاقته $h\nu$ يتسبب انتقال الذرة من حالة أعلى الى حالة أوطأ . والحقيقة أن الأنبعاث المحتث لا يتضمن مفاهيم جديدة . فمثال قريب لهذه الظاهرة هو مذبذب الأهتزازات التوافقية harmonic oscillator، كالبندول البسيط . عند تسليط قوة متغيّرة مع الزمن بشكل جيبي على بندول ، بحيث ان تردد وطور القوة يساويان تردد وطور البندول ، فان سعة البندول تزداد بأستمرار مع الزمن . وهذه النتيجة تشبه الأمتصاص المحتث للطاقة . واذا كان طور القوة المسلطة يختلف بزاوية °180 عن طور البندول ، فان سعة البندول سوف تتناقص مع الزمن . وهذه الحالة تشبه الاشعاع المحتث للطاقة .



الشكل (٩ – ١٠) : يمكن أن تحدث انتقالات بين مستويين في ذرة بواسطة امتصاص محتث ، او انبعاث تلقائي ، أو انبعاث محتث .

ولما كانت $h\nu$ للذرات أو الجزيئات التي هي في حالة توازن حراري أكبر – اعتياديا – من kT ، فان تعداد الذرات في مستويات الطاقة العالية يكون أصغر بكثير من تعدادها في مستويات الطاقة الواطئة . وهب اننا سلطنا ضوءاً تردده ν على نظام ذري ، فرق الطاقة بين حالته الأرضية وحالة متهيجة يساوي $h\nu$. ونتيجة لكون الحالات العالية فارغة نسبيا ، يكون الأنبعاث المحتث معدوما تقريبا . فأغلب الحوادث تتضمن امتصاص فوتونات ساقطة من قبل ذرات في الحالة الأرضية وأنتقالها الى حالات متهيجة ، ومن ثم ابعاث اشعاعات عشوائية لفوتونات بنفس تردد الفوتونات الساقطة . (وبطبيعة الحال هناك نسبة معينة من الذرات المتهيجة تفقد طاقاتها عن طريق التصادم) .

وفي حالات خاصة تستطيع الذرات أن تظهر تعداداً معكوسا ، فيها تكون مستويات الطاقة العالية أكثر انشغالاً من مستوى الطاقة الأرضية . فالشكل (٩–١١) يبين نظاماً ذرياً ذات ثلاثة مستويات ، فيه المستوى الوسطي 1 هو شبه مستقر metastable . وهذا يعني أن الأنتقال من الحالة الوسطية الى الحالة الأرضية ممنوع ، ضمن نطاق قاعدة الأختيار

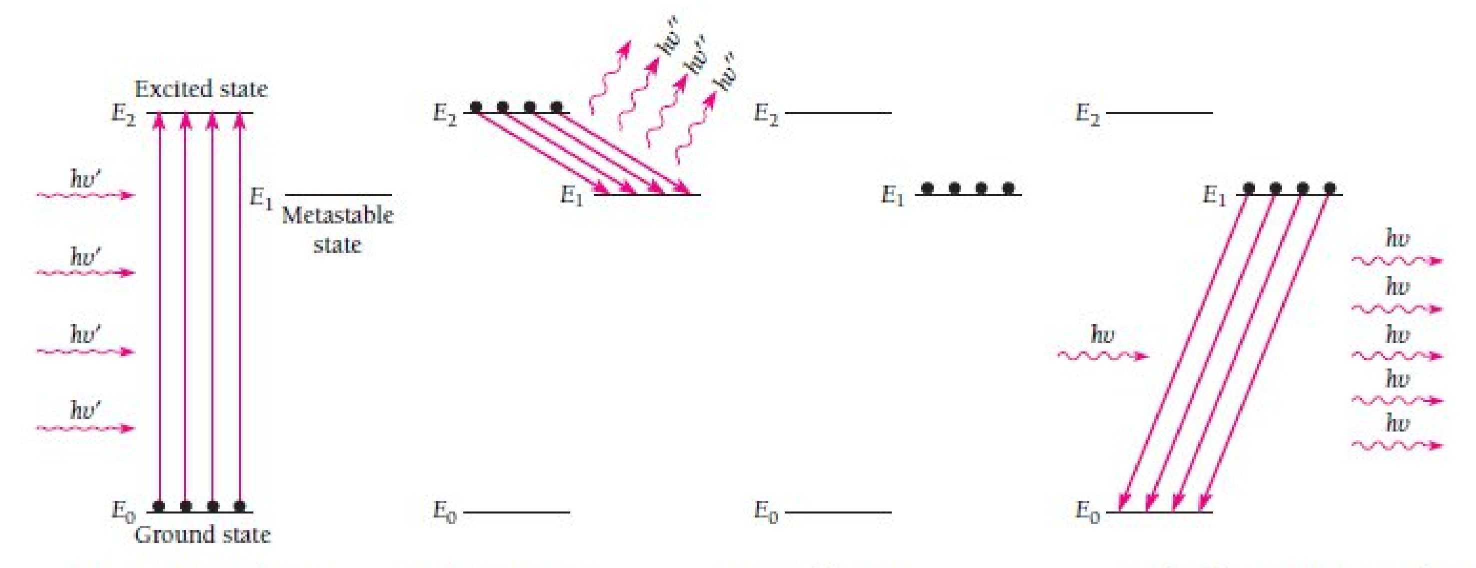
ويمكن رفع النظام الى الحالة العالية 2 بتسليط أشعة بتردد $\nu' = (E_2 - E_0)/h$. (وهناك طريقة أخرى لرفع النظام ، بواسطة تصادم الكترونات مع النظام) . ان الذرات في الحالة 2 لها عمر نصفي حوالي 10^{-8} s بالنسبة للانتقالات الاشعاعية المسموحة . ولذا تهبط هذه الذرات الى الحالة شبه المستقرة 1 (أو الى الحالة الأرضية) تقريباً لحظيا . وبما أنه يمكن أن يكون العمر النصفي للحالات شبه المستقرة أكبر بكثير من ثانية واحدة ، لذا نستطيع الاستمرار برفع الذرات للحالة 1 حتى يكون انشغال هذه الحالة أكبر من انشغال الحالة 2 فعند هذه الحالة اذا سلطنا اشعاعا على النظام بتردد $\nu = (E_1 - E_0)/h$ ، فالانبعاث المحتث سيزيد بكثير على امتصاص الفوتونات ، ذلك لأن معظم الذرات تكون موجودة في الحالة العالية . وهذا يعني أن الأشعاعات الخارجة تكون أشد من الاشعاعات الداخلة . ان هذه العملية هي أساس عمل الميزر maser . (تضخيم الموجات الدقيقة بالاشعاع المستحث

(*m*icrowave *a*mplification by *s*timulated *e*mission of *r*adiation)

واللبزر laser (تضخيم الضوء بالاشعاع المستحث

*a*mplification by *s*timulated *e*mission of *r*adiation).

وكما هو متوقع ، ان الموجات المنبعثة في الأنبعاث التلقائي لها أطوار عشوائية بالنسبة لبعضها الآخر ؛ اذ ليس هناك أي تنسيق بين الذرات المعنية . ولكن في حالة الأنبعاث المحتث تكون الموجات المنبعثة بنفس طور الموجات المحثّة . هذه الصفة تساعد كلاً من الميزر والليزر أن يكونا حزما متوافقة الطور coherent . وكأنموذج لجهاز الليزر ، فانه انبوب مملوء بغاز أو مادة صلبة شفافة ، له مرآة عند كل من نهايتيه . وأحدى المرآتين تكون نصف شفافة لتسمح لجزء من الضوء الناتج بالخروج ويسلط الضوء الذي يرفع الذرات الى الحالة شبه المستقرة من خلال الجدار الجانبي للانبوب . ان الضوء المحصور المتحرك ذهابا وايابا بين المرآتين يحفز على انبعاث اشعاعات اضافية تكون مصدرا للحزمة الضوئية المسددة من الجهاز . وهناك أنواع متعددة من أجهزة الميزر والليزر ، غالباً تستخدم فيها طرق أخرى غير المبينة في أعلاه للحصول على توزيع الطاقة المعكوس .



Atoms in ground state are pumped to state E_2 by photons of $h\nu' = E_2 - E_0$ (or by collisions).

Rapid transition to metastable state E_1 by spontaneous emission of photons of $h\nu'' = E_2 - E_1$ (or in some other way).

Metastable states occupied in many atoms.

Stimulated emission occurs when photons of $h\nu = E_1 - E_0$ are incident, with the secondary photons themselves inducing further transitions to produce an avalanche of coherent photons.

الشكل (٩ – ١١) اساس عمل الميزر والليزر .

تمرينـــات

١ . اثبت ان معدل سرعة جزيئة غاز مثالي تساوي : $\sqrt{2kT/m}.$

٢ . جد معدل $1/v$ لجزيئة غاز يتبع احصاء ماكسويل وبولتزمان .

٤ . ما نسبة جزيئات غاز مثالي ، مركبة سرعها باتجاه معيّن أكبر من ضعف السرعة الاكثر احتمالاً ؟

٥ . فيض نيوترونات مقداره 10^{12} neutrons/m^2 يخرج من فتحة مفاعل نووي. اذا كان توزيع طاقة هذه النيوترونات يتبع قانون توزيع ماكسويل وبولتزمان الخاص لـ $T = 300$ K ، أحسب كثافة النيوترونات في الحزمة .

٦ . انّ تردد اهتزاز جزيئة 1.32×10^{14} Hz. (أ) جد التعداد النسبي للحالات الاهتزازية $v = 0, 1, 2, 3,$ عند درجة حرارة 5000 K . (ب) هل من الممكن ان يكون تعداد الحالتين $v = 2$ و $v = 3$ متساوياً ؟ اذا كان الجواب نعم ، فعند أيّ درجة حرارة يمكن أن يحدث ذلك ؟

٧ . عزم القصور الذاتي لجزيئة H_2 يساوي 4.64×10^{-48} kg-m^2. (أ) جد التعداد النسبي للحالات الدورانية $J = 0, 1, 2, 3, 4$ عند درجة حرارة 300 K .
(ب) هل من الممكن ان يكون تعداد الحالتين $J = 2$ و $J = 3$ متساوياً ؟ اذا كان الجواب نعم ، فعند أيّ درجة حرارة يمكن أن يحدث ذلك ؟

٨ . جزيئة N_2O تأخذ شكلاً خطياً ، طول الآصرة N—N يساوي 1.126 Å وطول الآصرة N—O يساوي 1.191 Å . انّ كتلة ذرة ^{18}O 2.66×10^{-26} kg وكتلة ذرة ^{14}N 2.32×10^{-26} kg . (أ) ما العدد الكمّي للحالة الدورانية الاكثر تعداداً عند درجة حرارة 300 K . (ب) ارسم النسبة n_J/n_0 عند 300 K كدالة لـ J .

٩ . درجة حرارة الكروموسفير chromosphere للشمس تساوي تقريباً 5000 K . جد التعداد النسبي للذّرات الهيدروجين في الكروموسفير في مستويات الطاقة $n = 1, 2, 3, 4$ (ملاحظة ، خذ بنظر الاعتبار تضاعف كل من هذه المستويات) .

١٠ . فتيلة التنكستن في مصباح ضوئي تكافيء جسماً أسود عند درجة حرارة 2900 K . جد نسبة الاشعاع المنبعث في المنطقة المرئية الى الاشعاع الكلي (تنحصر المنطقة المرئية بين الترددات 4×10^{14} و 7×10^{14} Hz

١١ . ضوء الشمس يصل الى الارض بمعدل $1,400\ W/m^2$ ، عندما تكون الشمس فوق سمت الرأس تماماً . نصف قطر الشمس $6.96 \times 10^8\ m$ ، ومعدل نصف قطر فلك الارض حول الشمس $1.49 \times 10^{11}\ m.$. أفترض أن الشمس تشع كجسم أسود ، جد درجة حرارة سطح الشمس . ان درجة الحرارة الحقيقية لسطح الشمس هي أقل بكثير من درجة الحرارة المحسوبة بهذه الطريقة) .

١٢ . لقد درست مسألة طيف اشعاع الجسم في نهاية القرن التاسع عشر من قبل رالي Rayleigh وجينز Jeans باستخدام الفيزياء الكلاسيكية ، حيث ان مفهوم الفوتونات لم يكن معروفاً في ذلك الوقت . وقد حصل هذان العالمان على الصيغة

$$\varepsilon(\nu)\, d\nu = \frac{8\pi\nu^2 kT\, d\nu}{c^3}$$

(أ) وضح لماذا لا يمكن ان تكون هذه المعادله صحيحة عند جميع الترددات ؟

(ب) أثبت أنه عند الغاية $\nu \rightarrow 0$, يأخذ قانون بلانك للاشعاع صيغة قانون رالي وجينـز .

١٣ عند درجة حرارة معينّة ، أي من الغازات التالية لها ضغط أعلى ، وأي منها لها ضغط أوطأ : غاز اعتيادي ، أو غاز جسيمات بوز (جسيمـات تتبع قانون توزيـع بـوز وآينشتين) ، او غاز جسيمات فيرمي (جسيمات تتبع قانون توزيع فيرمي وديراك) ؟ ولماذا ؟

. اشتق قانون ستيفان وبولتزمان بالطريقة التالية . تصور أن ماكنة كارنو Carnot engine تتكون من اسطوانة ومكبس سطوحها الداخلية عاكسة مثالية ، وتستعمل الاشعة الكهرومغناطيسية في عملها . تتألف دورة هذه الماكنة من اربع عمليات : (١) تمدد مع ثبوت درجة حرارة T والضغط p ، (٢) تمدد كظيم تهبط خلاله درجة الحرارة بمقدار dT والضغط بمقدار dp . (٣) تقلص مع ثبوت درجة الحرارة $T - dT$ وثبوت الضغط عند $p - dp$ وأخيراً (٤) تقلص كظيم تنتقل فيه الاشعاعات الى درجة الحرارة والضغط والحجم الابتدائية آن ضغط الاشعاع المحصور الذي كثافة طاقته u هو $u/3$. على حين كفاءة ماكنة كارنو هي $dW/Q = 1 - (T - dT)/T$ ، حيث Q الحرارة المكتسبة خلال التمدد عند ثبوت درجة الحرارة و dW الشغل المنجز من قبل الماكنة خلال دورة كاملة . أحسب كفاءة هذه الماكنة بدلالة u و T ، مستعينا برسم العلاقة بين P و V ، ثم اثبت أن $u = aT^4$ ، حيث a هي كمية ثابتة.

٢٥ في جهاز اشعة الليزر يحتوي على مزيج الهيليوم والنيون ، ترتفع الذرات He و Ne الى المستويات شبه المستقرة 20.61 و 20.66 eV ، على التوالي ، فوق طاقتها الارضية ، بواسطة قذفها بالكترونات. وتمنح بعض ذرات He المتهيجة طاقاتها الى ذرات Ne بواسطة التصادم ، حيث يتم التعويض عن الفرق بين طاقتي تهيج الذرتين والمساوي 0.05 eV من الطاقة الحركية للذرات . ثم تبعث ذرات Ne المتهيجة فوتونات بطول موجي 6328-Å ، في انتقال ممنوع ، مكونة بذلك أشعة ليزر. وبعد ذلك تبعث هذه الذرات فوتونات بطول موجي 6680-Å عن طريق انتقال مسموح بالانتقال ، الى مستو شبه مستقر آخر، ومن ثم تبقى هناك متهيجة حتى تفقد طاقتها عن طريق التصادم مع جدران الانبوب . جد طاقة التهيج للمستويين الوسطيين في Ne . لماذا نحتاج الى ذرات He ؟

الفصل العاشر

فيزياء الحالة الصلبة

تتكون المواد الصلبة من ذرات او ايونات او جزيئات متراص بعضها مع بعض . وهذا التقارب هو سبب الصفات الاساس لهذه المواد . وتكون الاواصر التساهمية المسببة في تكوين الجزيئات ، موجودة ايضا في بعض المواد الصلبة . وبالاضافة الى ذلك فالروابط الايونية ، وقوى فاندر ولز *van der Waals* والروابط المعدنية *metallic* bonds تؤدي ايضا الى تكوين قوى التماسك cohesive forces في المواد الصلبة . ومكونات هذه المواد هي الايونات ، والجزيئات ، والذرات المعدنية ، على التوالي . وتنشأ جميع هذه الروابط من قوى كهربائية ، وعليه فالفرق الاساس بينهم ينشأ من كيفية توزيع الالكترونات حول الجزيئات المختلفة المكونة للمادة الصلبة .

١٠-١ المواد الصلبة المتبلورة وغير المتبلورة

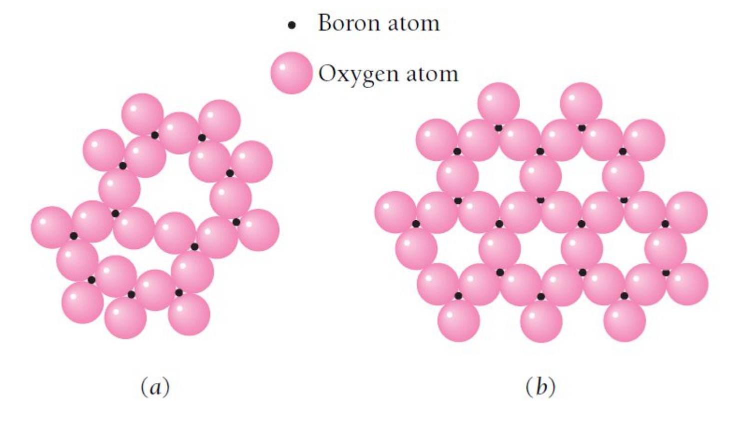
CRYSTALLINE AND AMORPHOUS SOLIDS

تكون معظم المواد الصلبة متبلورة crystalline ، حيث تصطف مكوناتها الذرية ، او الايونية او الجزيئية بصورة منتظمة ومتكررة في نسق ذي ثلاثة ابعاد . ان النسق الكبير يدعى بالبلورة . وهناك مواد صلبة اخرى لاتتصف بهذا التنظيم الواسع لمكوناتها ، حيث يمكن اعتبارها سوائل مبردة . على حين يمكن فهم صلابة stiffness هذه المواد على اساس وجود لزوجة viscosity عالية . ان الزجاج ، والقير وانواعا كثيرة من المواد البلاستيكية هي امثلة لمواد صلبة غير متبلورة amorphous (بدون تنسيق ثابت) .

وتظهر المواد الصلبة غير المتبلورة بعض التنظيمات الضيقة في تركيبها . ويعطينا ثالث اوكسيد البورون (B_2O_3) ، الذي يمكن ان يكون في حالة متبلورة وغير متبلورة ، فكرة واضحة عن الفرق بين النسق البلوري والتنظيمات الصغيرة المميزة للمواد غير المتبلورة . فتكون ذرات الاوكسجين في بلورة B_2O_3 منتظمة في صفوف سداسية تستمر لمدى واسع (الشكل ١٠-١) ، في حين لايتصف B_2O_3 غير المتبلور (الذي يكون على شكل زجاجي vitreous) بهذا التكرار في ترتيب ذراته . وهناك مثال واضح لترتيب قصير المدى في السوائل وهو الماء عند درجة حرارة من الانجماد . فكثافة الماء عند هذه الدرجة تكون اقل من كثافته عند درجات

حرارية اعلى ؛ والسبب في ذلك هو انه عندما تكون جزيئات الماء منسقة في بلورات صغيرة تكون اقل تراصا فيما بينها مما لوكانت طليقة الحركة .

ولكي نفهم حالتي المادة بصورة واضحة ، من الملائم ان ندرس التشابه بين المواد الصلبة غير المتبلورة والمواد السائلة ببعض التفصيل . فالمواد السائلة تشبه الغازات اكثر مما تشبه المـــواد



الشكل (١٠-١) شكل في بعدين لـ B_2O_3 . (أ) B_2O_3 غير المتبلور يظهر تنظيمات قصيرة المدى . (ب) B_2O_3 متبلور يظهر تنظيمات بعيدة المدى .

الصلبة ، حيث ان كلا من السوائل والغازات هي موائع fluids ولا يمكن تمييز بعضها عن بعض عند الدرجة الحرارية الحرجة . ومع هذا فالصفات المجهرية microscopic للسوائل تشبه كثيرا صفات المواد الصلبة . فكثافة سائل تساوي تقريبا كثافة نفس المادة في حالة الانجماد . وهذه الصفة توضح ان تقارب جزيئات المادة يكون متساو تقريبا في الحالتين السائلة والصلبة . ان دراسة قابلية الانضغاط compressibilities لتلك المواد تؤكد هذه الصفة . وبالاضافة الى ذلك فان حيود الاشعة السينية X-ray يظهر بان هناك سوائل كثيرة لها تراكيب منسقة قصيرة المدى تشبه تماما تراكيب المواد الصلبة غير المتبلورة ، عدا ان تراكيب المواد السائلة تتغير باستمرار مع الزمن .

ولما كانت المواد الصلبة غير المتبلورة تشبه السوائل ، لذلك فانها لاتظهر درجات انصهار متميزة . ونستطيع ان نفسر هذه الصفة في ضوء التركيب المجهري لتلك المواد . فالمواد الصلبة غير المتبلورة لاتمتلك تنظيما بعيد المدى ولذا فالروابط بين جزيئات تلك المواد تتباين فيما بينها . وعند تسخين المادة الصلبة نجد الروابط الضعيفة تتفكك عند درجات حرارة اوطأ مما تحتاجه الروابط الاقوى . ولذلك فالمادة غير متبلورة تتميع تدريجيا . اما في المواد الصلبة المتبلورة فيتضمن الانتقال من الترتيب المنتظم البعيد المدى الى الترتيب القصير المدى (او عدم الترتيب) ، كسر الروابط المتساوية القوة . وعليه نجد ان انصهارها يحدث عند درجة حرارة محددة .

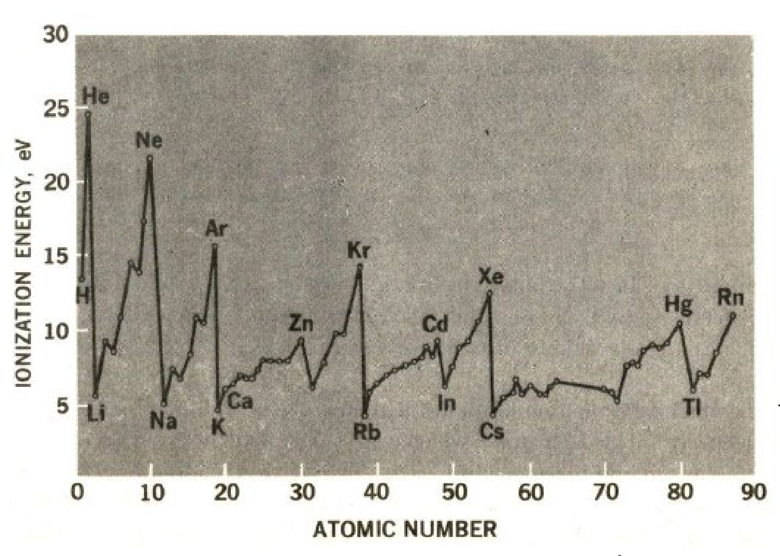
١٠ – ٢ البلورات الآيونية IONIC CRYSTALS

تتكون الآواصر التساهمية من تشارك الذرات بزوج او اكثر من الالكترونات . حيث تتولد عن ذلك قوة تجاذبية بين هذه الذرات . وتتكون الاواصر الايونية من تفاعل ذرات ذات طاقة تأين واطئة (اذ تفقد الكتروناً او اكثر بسرعة) مع ذرات تميل الى اكتساب الالكترونات الفائضة . وتعطي الذرات الاولى الكترونات للذرات الاخيرة لتصبح أيونات موجبة وسالبة ، على التوالي . وتأخذ الايونات في البلورات الايونية حالة التوازن عندما تتعادل قوى التجاذب بين الايونات الموجبة والسالبة مع قوى التنافر بين الايونات المتشابهة . وكما هي حال للجزيئات ، لاتنهار البلورات تحت تاثير قوى التماسك ، ذلك لوجود مبدأ الانفراد exclusion principle . فعندما تتقارب الذرات بعضها من بعض ينتج تداخل بين المدارات الالكترونية للذرات المختلفة . وهذا يؤدي حسب مبدأ الانفراد الى انتقال بعض الالكترونات الى مدارات اعلى ، حيث يتولد عن ذلك قوة تنافر بين تلك الذرات .

ويحتوي الجدول (١٠ – ١) على طاقات تأين العناصر ويوضح والشكل (١٠ – ٢) تغيّر هذه الطاقة مع العدد الذري atomic number . انه من السهل أن نفهم لماذا تتغير طاقات التأين للعناصر بهذه الصورة ؟ فمثلا ، ذرة معدن قلوي في المجموعة الاولى من الجدول الدوري تحتوي على الكترون s واحد خارج مدار ثانوي مغلق . فالالكترونات في المدارات تحجب جزئيا شحنة النواة $+Ze$ عن الالكترون الخارجي . ولذلك ان الشحنة الفعلية التي تؤثر على الالكترون الخارجي تساوي فقط $+e$ بدلا من $+Ze$. وينتج من ذلك أننا نحتاج الى شغل قليل نسبيا لفصل الالكترون الخارجي من هذه الذرة لتكوين أيون قلوي موجب . وكلما كبرت الذرة ابتعد الالكترون الخارجي عن النواة وقلت القوة المؤثرة عليه (الشكل ١٠–٣) . وهذا هو السبب ، بصورة عامة ، في قلة طاقة التأين كلماّ توغلنا ضمن كل مجموعة في الجدول الدوري . وان سبب زيادة طاقة التأين من اليسار الى اليمين عبر كل دورة او مجموعة في الجدول الدوري ، هي زيادة شحنة النواة مع بقاء عدد الالكترونات في المدارات الداخلية ثابتاً . هناك الكترونان في المدارات الداخلية لعناصر المجموعة الثانية ، وعليه فالشحنة الفعلية المؤثرة على الالكترونات الخارجية في هذه الذرات تكون $+(z-2)e$

ويكون الالكترون الخارجي في ذرة الليثيوم متأثرا بفعل شحنة $+e$ ، على حين تكون كل من الالكترونات الخارجية في كل من ذرات البريليوم beryllium ، البورون boron ، الكربون carbon ، ... متأثرة بشحنة فعلية $+2e$, $+3e$, $+4e$. على التوالي

وعلى نقيض ذرات المعادن القلوية ، تميل الذرات الهلوجينية halogen atoms



الشكل (١٠-٢) تغير طاقة التأين مع العدد الذري .

الى اشباع مدارها الثانوي p بالتقاطها الكترونا واحدا . و تُعرّفْ أُلْفَة الكترون *electron affinity* لذرة عنصر بانها الطاقة المتحررة عندما يضاف الكترون لهذه الـذرات . فكلما زادت الفة الالكترون ، زادت قوة ترابط الالكترون المضاف للذرة . والجدول (١٠-٢) يوضح الفات الالكترون مع الذرات الهلوجينية . وبصورة عامة تقل الفة الالكترون كلما انحدرنا الى الاسفل في كل مجموعة في الجدول الدوري ، في حين تزداد الالفة من اليسار الى اليمين عبركل دورة . والقياسات العملية لألفة الالكترون هي صعبة نسبيا ؛ فهذه الكميات معروفة بصورة دقيقة لعدد محدود من العناصر فقط .

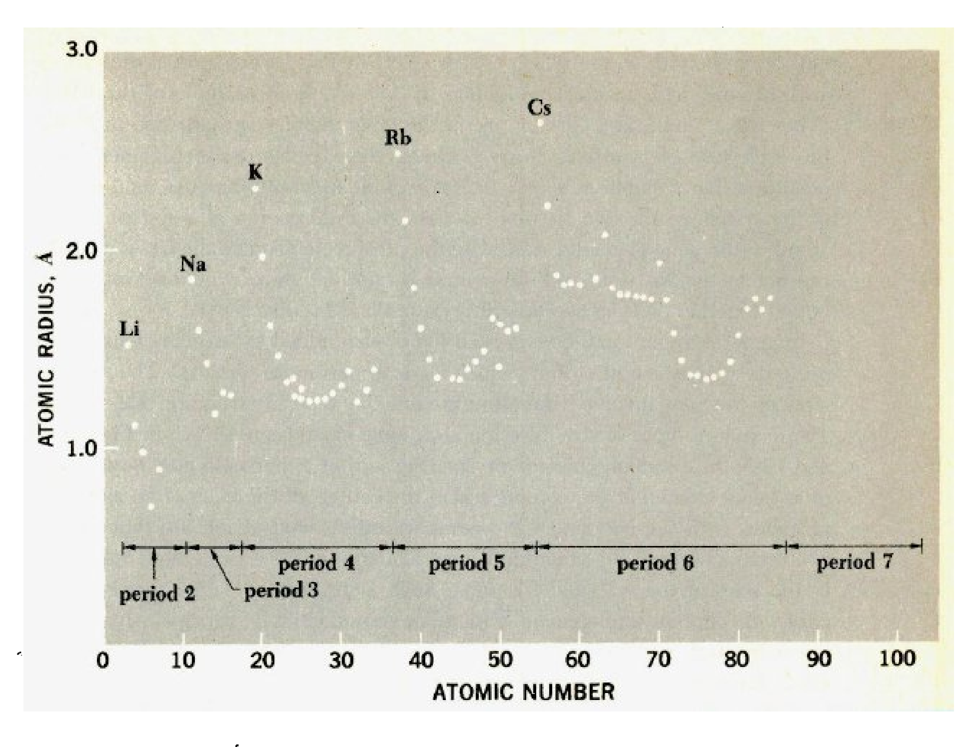
تنشأ آصرة أيونية بين ذرتين احداهما لها طاقة تأين صغيرة وعليه تميل الى فقدان الكترون لتصبح ايونا موجبا ، على حين تمتلك الذرة الثانية الفة الكترونية عالية وبالتالي تميل الى ان تصبح ايونا سالبا . ويشكل الصوديوم ، الذي طاقة تأينّه 5.14 eV ، مثالا للذرات الاولى.

على حين الكلور ، الذي الفته الالكترونية 3.61 eV ، هو مثال للذرات الاخيرة . وعند وجود أيون Na^+ قرب أيون Cl^- تنتج قوة جذب الكتروستاتيكية بين الأيونين تساعد على ربطهما . والشرط اللازم لتكوين جزيئة NaCl مستقرة هو أن الطاقة الكلية للأيونين أقل من الطاقة الكلية للذرتين Na و Cl ، والا فالالكترون الاضافي في Cl^- سوف ينتقل الى الايون Na^+ ولا تتولد آصرة . فدعنا نشاهد كيف تتحقق هذه القاعدة في حالة NaCl .

فبصورة عامة كل أيون في البلورات يكون محاطا بأكبرعدد ممكن من الايونات المعاكسة حيث بذلك نحصل على أقصى استقرارية للنظام . وعليه فاحجام الايونات في البلورات

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1 H 13.6																	2 He 24.6
3 Li 5.4	4 Be 9.3											5 B 8.3	6 C 11.3	7 N 14.5	8 O 13.6	9 F 17.4	10 Ne 21.6
11 Na 5.1	12 Mg 7.6											13 Al 6.0	14 Si 8.1	15 P 11.0	16 S 10.4	17 Cl 13.0	18 Ar 15.8
19 K 4.3	20 Ca 6.1	21 Sc 6.6	22 Ti 6.8	23 V 6.7	24 Cr 6.8	25 Mn 7.4	26 Fe 7.9	27 Co 7.9	28 Ni 7.6	29 Cu 7.7	30 Zn 9.4	31 Ga 6.0	32 Ge 7.9	33 As 9.8	34 Se 9.8	35 Br 11.8	36 Kr 14.0
37 Rb 4.2	38 Sr 5.7	39 Y 6.5	40 Zr 7.0	41 Nb 6.8	42 Mo 7.1	43 Tc 7.3	44 Ru 7.4	45 Rh 7.5	46 Pd 8.3	47 Ag 7.6	48 Cd 9.0	49 In 5.8	50 Sn 7.3	51 Sb 8.6	52 Te 9.0	53 I 10.5	54 Xe 12.1
55 Cs 3.9	56 Ba 5.2	*	72 Hf 5.5	73 Ta 7.9	74 W 8.0	75 Re 7.9	76 Os 8.7	77 Ir 9.2	78 Pt 9.0	79 Au 9.2	80 Hg 10.4	81 Tl 6.1	82 Pb 7.4	83 Bi 7.3	84 Po 8.4	85 At —	86 Rn 10.7
87 Fr —	88 Ra 5.3	†															
	*	57 La 5.6	58 Ce 6.9	59 Pr 5.8	60 Nd 6.3	61 Pm —	62 Sm 5.6	63 Eu 5.7	64 Gd 6.2	65 Tb 6.7	66 Dy 6.8	67 Ho —	68 Er 6.1	69 Tm 5.8	70 Yb 6.2	71 Lu 5.0	
	†	89 Ac —	90 Th 7.0	91 Pa —	92 U 6.1	93 Np —	94 Pu 5.1	95 Am 6.0	96 Cm —	97 Bk —	98 Cf —	99 Es —	100 Fm —	101 Md —	102 No —	103 Lw	

الجدول (١٠-١) طاقات التأين للعناصر مقاسة بالالكترون – فولت .



الشكل (١٠–٣) : انصاف اقطار ذرات العناصر المختلفة . نلاحظ أن بعض الذرات لها أكثر من قيمة واحدة لنصف قطرها . وذلك تبعا للتركيب البلوري الذي تكون فيه .

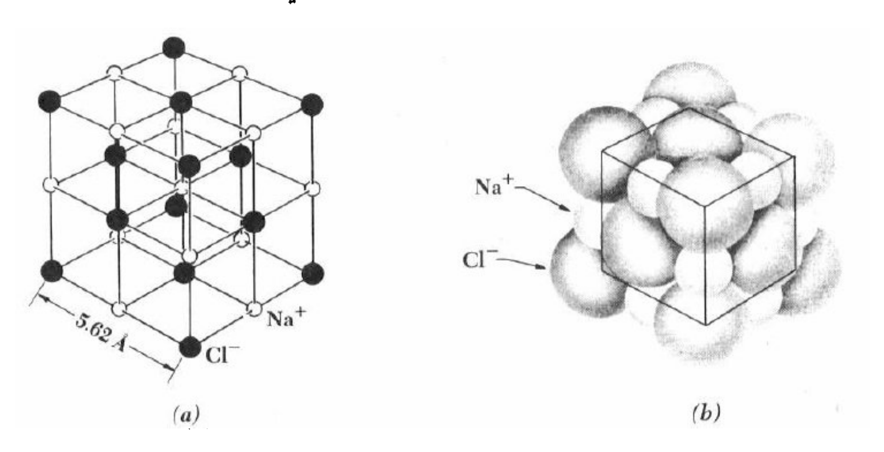
الجدول (١٠–٢) : الفات الالكترون للهلو جينات مقاسة بوحدة الالكترون – فولت .

In electron volts.

Fluorine	3.45
Chlorine	3.61
Bromine	3.36
Iodine	3.06

الايونية تحدد تركيب تلك البلورات . وهناك تركيبان شائعان للبلورات (لاحظ الشكلين (١٠–٤) و (١٠–٥) . ففي بلورة كلوريد الصوديوم ، يمكن تصور ايونات كل من الصوديوم والكلور متمركزة عند زوايا ومراكز اوجه سلسلة من المكعبات، بحيث ان ايونات Na^+ و Cl^- تكون متبادلة في الترتيب . ولذا فان هناك ستة ايونات تحيط كل أيون ذي شحنة معاكسة . وسبب هذا الترتيب هو الفرق الكبير بين حجم ايونات الصوديوم والكلور . ومثل هذا التركيب البلوري يدعى بمكعب متمركز الوجه *face-centered cubic* ولبلورة كلوريد السيزيوم cesium chloride تركيب مختلف ، حيث أن كل ايون يكون متمركزاً في مركز مكعب ، على حين تنتظم الايونات المعاكسة عند زوايا هذا المكعب . وعلى هذا فكل ايون يكون محاطا

بثمانية ايونات معاكسة مكونا ما يدعى بمكعب متمركز *body- centered cubic* . وتنتج هذه التراكيب البلورية في حالة أن أحجام الايونات متقاربة . وتعرّف طاقة تماسك *cohesive energy* بلورة أيونية بانها الطاقة المتحررة عند تكوين البلورة من ذراتها المنفصلة . واعتيادياً تقاس طاقة التماسك بـ eV/atom ، أو eV/molecule ، او بوحدة kcal/mol . حيث نقصد بالجزيئة molecule والجزيء الغرامي mol ، بانه مجاميع الذرات المحددة بالقانون الكيمياوي للمركب المتضمن ، (مثلا NaCl في حالة بلورة كلوريد الصوديوم) ، هذا على الرغم من أن هذه التراكيب لاتوجد بصورة مسقلة في داخل البلورات

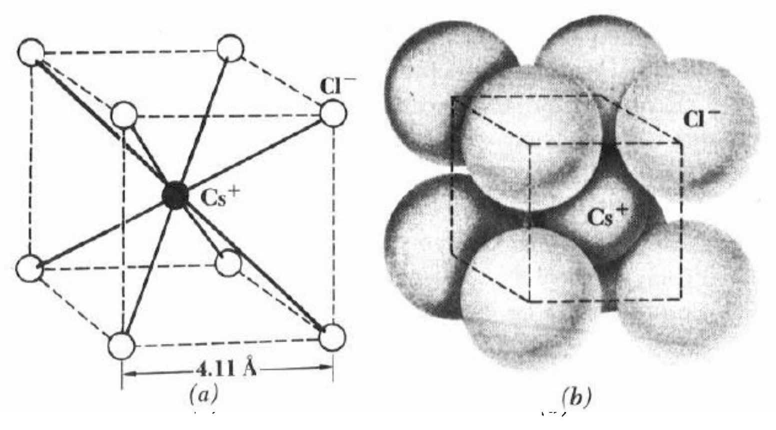


الشكل (١٠-٤) (أ) مكعب متمركز الوجه لبلورة كلوريد الصوديوم . ان العدد التنسيقي للبلورة يساوي ستة . (ب) أنموذج بلورة كلوريد الصوديوم .

والمصدر الرئيسي لطاقة تماسك ذرة أيونية هو الطاقة الكامنة الالكتروستاتيكية $V_{coulomb}$ للايونات . فدعنا ندرس أيون Na^+ في NaCl . ويعرف العدد التنسيقـــي coordination number لبلورة بأنه عدد أقرب الذرات أو الأيونات أو الجزيئات المحيطة بكل ذرة أو أيون أو جزيئة في البلورة والعدد التنسيقي لبلورة NaCl هو ستة ، اذ أن هناك ستة أقرب أيونات Cl^- لكل أيون Na^+ ، بحيث ان كلاً منها تقع على نفس أقرب مسافة r من الأخير . وعليه فالطاقة الكامنة لأيون Na^+ نتيجة لأيونات Cl^- الستة هـــي :

$$V_1 = -\frac{6e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

وأيونات Cl^- القريبة التالية ، والتي عددها إثناعشر ، كل منها تقع على مسافة $\sqrt{2}r$ من أيون Na^+ قيد الدرس ؛ ذلك أن قطر مربع طول ضلعه r يساوي $\sqrt{2}r$. وعليه فالطاقة



الشكل (١٠-٥) (أ) مكعب متمركز لبلورة كلوريد السيزيوم . هناك ثمانية أقرب ايونات لكل ايون معاكس (أي أن العدد التنسيقي للبلورة يساوي ثمانية) . (ب) أنموذج بلورة CsCl

الكامنة لأيون Na^+ نتيجة لأيونات Na^+ الاثني عشر التالية تساوي :

$$V_2 = +\frac{12e^2}{4\pi\varepsilon_0 \sqrt{2}\, r}$$

وعندما نستمر في حساب الطاقة الكامنة لأيون Na^+ نتيجة للايونات الموجبة والسالبة في البلورة ، نجد :

$$V_{\text{coulomb}} = -\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}\left(6 - \frac{12}{\sqrt{2}} + \cdots\right)$$
$$= -1.748\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

$$\text{الطاقة الالكتروستاتيكية لبلورة أيونية} = -\alpha\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r} \qquad (١٠ - ١)$$

وبطبيعة الحال تنطبق هذه النتيجة لحالة الطاقة الكامنة لأيون Cl^- أيضا . وتدعى الكمية α بثابت ماديلونك *Madelung* للبلورة . و لـ α نفس القيمة لجميع البلورات التي لها نفس التركيب . وتعطينا حسابات مشابهة لبلورات مختلفة قيما مختلفة لـ α ؛ فمثلاً لحالة بلورة ذات تركيب مكعب متمركز ، كبلورات كلوريد السيزيوم في الشكل (١٠-٥) ، أن $\alpha = 1.763$. على حين $\alpha = 1.638$ في حالة بلورة ذات تركيب يشبه بلورة كبريتيد الزنك zinc blende (أحد أشكال المركب ZnS) . وبصورة عامة يتراوح ثابت ماديلونك للتراكيب البلورية البسيطة بين 1.6 و 1.8 .

ويمكننا تقريب الطاقة الكامنة الناتجة من قوة التنافر بين الأيونات نتيجة مبدأ الأنفراد exclusion principle بالصيغة :

$$V_{\text{repulsive}} = \frac{B}{r^n} \qquad (١٠ - ٢)$$

فاشارة $V_{\text{repulsive}}$ موجبة ؛ لأنها تنتج عن قوة تنافر . ان تغيّر الطاقة الكامنة مع r يكون على شكل r^{-n} (حيث ان n عدد كبير) يعبر عن قصر مدى القوة الناتجة . أي أن هذه القوة تقل بسرعة بزيادة r . فالطاقة الكامنة الكلية V لكل أيون نتيجة للتفاعلات مع الأيونات المجاورة هي :

$$V = V_{\text{coulomb}} + V_{\text{repulsive}}$$
$$= -\frac{\alpha e^2}{4\pi\varepsilon_0 r} + \frac{B}{r^n} \qquad (١٠ - ٣)$$

وعند مسافة التوازن r_0 (equilibrium separation) بين الأيونات المتجاورة تكون قيمة V بالتعريف دنيا . أي أن ، $(dV/dr) = 0$ عندما $r = r_0$

وعليه :

$$\left(\frac{dV}{dr}\right)_{r=r_0} = \frac{\alpha e^2}{4\pi\varepsilon_0 {r_0}^2} - \frac{nB}{{r_0}^{n+1}} = 0 \qquad (١٠ - ٤)$$

$$\frac{\alpha e^2}{4\pi\varepsilon_0 {r_0}^2} = \frac{nB}{{r_0}^{n+1}}$$

$$B = \frac{\alpha e^2}{4\pi\varepsilon_0 n}\ {r_0}^{n-1}$$

وبذلك فالطاقة الكامنة الكلية تكون

$$V = -\frac{\alpha e^2}{4\pi\varepsilon_0 r_0}\left(1 - \frac{1}{n}\right) \qquad (١٠ - ٥)$$

ومن الممكن حساب n عن طريق قياس قابلية انضغاط compressibilities البلورات الأيونية . ومتوسط قيم n للبلورات الأيونية يساوي تقريبا 9 . وهذا يعني أن قوة التنافر تتغير بسرعة مع r ولذلك فان البلورات الأيونية تكون قاسية hard وليست لينّة soft ، وتمانع رصها بصورة أكثر . وعند موقع التوازن يكون تأثير قوة التنافر الناتجة من مبدأ الأنفراد هو تقليل الطاقة الكامنة الكلية بحوالي 11 ٪ بالنسبة للطاقة الكامنة الناتجة من القوى الالكتروستاتيكية . وليس من الضروري أن نعرف n بصورة دقيقة . فمثلا ، لوكانت $n = 10$ بدلا من $n = 9$ فإن V سوف تتغيّر بمقدار 1 ٪ فقط .

وفي بلورة NaCl ، تساوي مسافة التوازن r_0 بين الأيونات 2.81 Å . ولما كانت $\alpha = 1.748$ و $n = 9$ عليه فإن الطاقة الكامنة لكل أيون من Na^+ أو Cl^- هـي :

$$V = -\frac{\alpha e^2}{4\pi\varepsilon_0 r_0}\left(1 - \frac{1}{n}\right)$$
$$= -\frac{9 \times 10^9\ \text{N-m}^2/\text{C}^2 \times 1.748 \times (1.60 \times 10^{-19}\ \text{C})^2}{2.81 \times 10^{-10}\ \text{m}}\left(1 - \frac{1}{9}\right)$$
$$= -1.27 \times 10^{-18}\ \text{J}$$
$$= -7.97\ \text{eV}$$

والحقيقة هي أن احصاء الأيونات في حساباتنا السابقة متكرر مرتين : مرّة عندما نحسب الطاقة الكامنة للأيون ومرة أخرى عندما نحسب تأثير الأيون على الطاقة الكامنة للايونات الأخرى . وعليه فان الطاقة الكامنة لكل أيون تساوي نصف الكمية التي في أعلاه . أي -3.99 eV . وتمثل هذه الطاقة مساهمة كل أيون لطاقة تماسك البلورة .

وعلينا أيضا أن نأخذ بنظر الأعتبار الطاقة اللازمة لنقل الكترون من ذرة Na الى ذرة Cl لتكوين $Na^{+}—Cl^{-}$. وتساوي هذه الطاقة الفرق بين طاقة تأين Na، $+5.14$-eV والفة الالكترون -3.61-eV مع Cl . أي أن الطاقة اللازمة لنقل الالكترون تساوي $+1.53$ eV ومن هذا ينتج أن كل ذرة تساهم بـ$+0.77$ eV في طاقة التماسك نتيجة لأنتقال الالكترونات. وعليه فان طاقة التماسك الكلية لكل ذرة هي

$$E_{\text{cohesive}} = (-3.99 + 0.77)\ \text{eV/atom} = -3.22\ \text{eV/atom}$$

ويمكننا حساب طاقة التماسك لبلورة أيونية عن طريق قياس الحرارة الكامنة للتبخر heat of vaporization ، أو طاقة تحليلها dissociation energy أو من طاقة تبادل الالكترونات exchange energy . ولقد وجد باستخدام هذه الطرق أن طاقة التماسك لـ NaCl تساوي 3.28 eV ، والتي هي على توافق مع النتيجة النظرية التي في أعلاه .

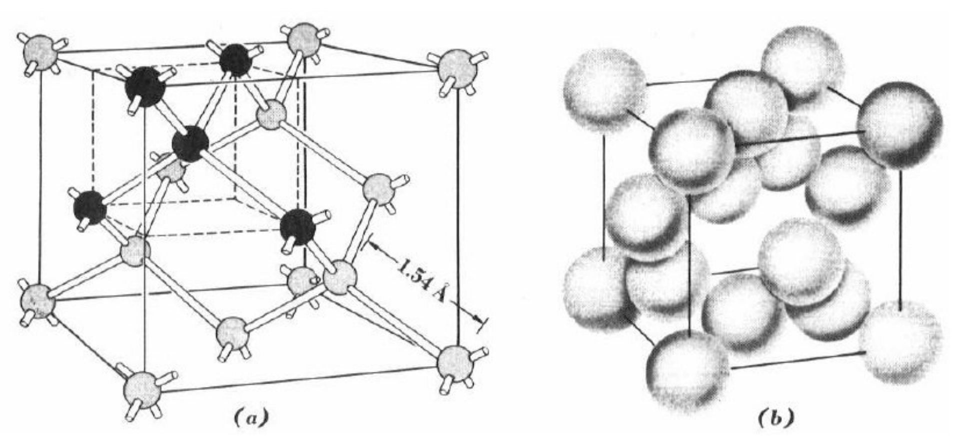
وتكون معظم المواد الصلبة الأيونية قاسية ؛ وذلك بسبب متانة الأواصر الأيونية فيها . ولهذه المواد درجة انصهار عالية . ومن المعتاد أن تكون المواد الصلبة سهلة الأنكسار ؛ لأن ذراتها لا يستطيع بعضها الأنزلاق على بعض بسهولة . وتستطيع السوائل القطبية Polar liquids (كالماء) اذابة البلورات الأيونية ، على حين السوائل التساهمية covalent liquids (كالبنزين) لا تستطيع ذلك .

١٠ — ٣ البلورات التساهمية COVALENT CRYSTALS

ان قوى التماسك في البلورات التساهمية تنشأ من وجود الكترونات مشتركة بين الذرات المتجاورة . كل ذرة مشتركة بآصرة تساهمية تساهم بالكترون واحد في الآصرة . ويكون الالكترونان مشتركين بين الذرتين ، بدلاً من أن يكون كل منهما ملكية خاصة لأحدى الذرتين كما في حالة الأواصر الأيونية .

ويشكل الالماس مثالا لبلورة ترتبط ذراتها بأواصر تساهمية . والشكل (١٠-٦) يوضّح التركيب البلوري للالماس . والترتيب الرباعي الأوجه هو نتيجة قابلية كل ذرة كربون بأن تكّون اربع أواصر تساهمية مع أربع ذرات كربون أخرى (لاحظ الشكل ٨ – ١٦) .

وهناك عدد قليل جدا من البلورات التساهمية . ومن أمثلة هذه البلورات هي السليكون والجرمانيوم وكربيد السليكون SiC والالماس . ففي بلورة SiC تكون كل ذرة محاطة بأربع



الشكل (١٠-٦) (أ) تركيب رباعي الاوجه لبلورة الالماس . والعدد التنسيقي للبلورة يساوي أربعة . (ب) أنموذج بلورة الالماس .

ذرات من النوع الآخر مشكلة بذلك نفس التركيب الرباعي الأوجه لحالة الالماس . ويكون جميع البلورات التساهمية قاسية (فالالماس هو أصلب مادة معروفة ، و SiC هي مادة تستخدم في الصناعة لأغراض البرد) . وهذه البلورات لها درجات انصهار عالية ولا تذوب في السوائل الأعتيادية . وتعكس الصفة الأخيرة قوة الأواصر التساهمية لهذه البلورات . وتنحصر قيم أنموذجية لطاقات تماسك هذه البلورات بين 3 و 5 eV/atom، التي تساوي تقريبا طاقات تماسك البلورات الأيونية .

وهناك عدة طرق للتحقق من أن الأواصر في البلورات غير المعدنية وغير الجزيئية هي غالباً أيونية أو تساهمية . وبصورة عامة ان المركبات المتكونة من عناصر من المجموعة الأولى I أو الثانية II في الجدول الدوري ، وعناصر من المجموعة السادسة VI أو السابعة VII ، تظهر أواصر أيونية في حالتها الصلبة . ان دراسة العدد التنسيقي coordination number للبلورة أي عدد أقرب الذرات في النسق البلوري من كل ذرة ، هي طريقة أخرى للتحقق من نوعية الآصرة . فعدد تنسيقي كبير يشير أن الآصرة أيونية ؛ ذلك لأن من الصعب أن نفسر كيف أن ذرة معينة تستطيع أن تكوّن أواصر تساهمية مع ست ذرات متجاورة (كما في حالة بلورات ذات تركيب مكعب متمركز الوجه كـ NaCl) ، أو مع ثمان ذرات متجاورة (كما في حالة بلورات ذات تركيب مكعب متمركز كـ CsCl) . ومن ناحية أخرى ، فان عدداً تنسيقياً يساوي 4 في تركيب الالماس يتفق تماما مع وجود روابط تساهمية بحتاً . وكما في حالة الجزيئات ، لا يمكن تصنيف الأواصر الى أيونية بحتاً أو تساهمية بحتاً .

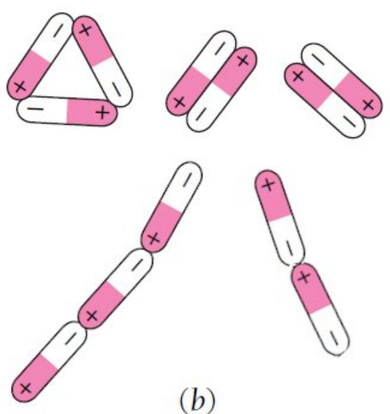
ان بلورة AgCl التي لها نفس تركيب NaCl، وCuCl التي لها نفس تركيب الالماس كلتاهما تتضمن أواصر متوسطة بين الأواصر الأيونية والتساهمية . وهناك مواد صلبة كثيرة تشكل أمثلة أخرى لهذه الأواصر .

١٠ – ٤ قوى فاندرولز VAN DER WAALS FORCES

ان جميع الذرات أو الجزيئات ، حتى ذرات الغازات الخاملة كالهيليوم والاركون ، تظهر قوة تجاذب ضعيفة قصيرة المدى short-range فيما بينها تدعى بقوى فاندرولز *van der Waals* forces . وتكون هذه القوى مسؤولة عن تكثيف الغازات الى سوائل وتجميد السوائل الى مواد صلبة على الرغم من عدم وجود روابط أيونية ، أو تساهمية أو معدنية بين مكوناتها . والصفات المعروفة للمادة كالاحتكاك ، والشد السّطحي ، واللزوجة ، والالتصاق ، والتماسك ،... جميعها تنشأ من قوى فاندرولز . ان قوة تجاذب فاندرولز بين جزيئتين على مسافة r بعضها على بعض تتناسب مع r^{-7} .
وعليه فان هذه القوى تكون مهمة عندما تكون المسافة بين الجزيئات صغيرة جداً .

نبدأ دراسة قوة فاندرولز بالأشارة الى أن كثيراً من الجزيئات (التي تدعى بالجزيئات القطبية) تمتلك عزم ثنائي قطبي كهربائي دائماً permanent electric dipole moments . مثال ذلك جزيئة الماء H_2O التي فيها تركيز الالكترونات حول ذرة الأوكسجين يجعل تلك النهاية سالبة أكثر من النهايتين اللتين عندهما تقع ذرتا الهيدروجين . تميل هذه الجزيئات الى ترتيب نفسها بحيث تكون نهاياتها المختلفة متجاورة (لاحظ الشكل ١٠–٧). بهذا الترتيب تكون قوة الترابط بين الجزيئات قصوى .

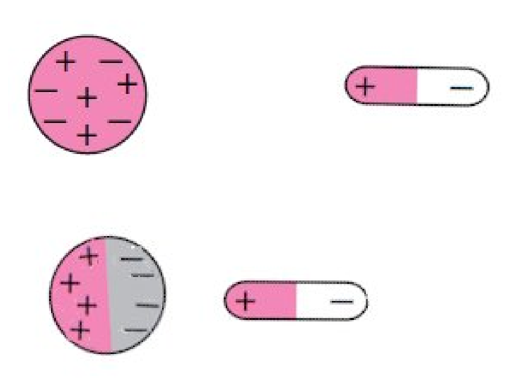
وتستطيع كذلك جزيئة قطبية أن تجذب جزيئة لا تمتلك عزماً ثنائي قطب كهربائي دائماً . والشكل (١٠–٨) يوضح هذه العملية . فيعمل المجال الكهربائي الناشىء من الجزيئة القطبية على فصل الشحنة في الجزيئة الأخرى ، وبذلك يتم حث عزم ثنائي قطب كهربائي في الجزيئة الأخيرة بنفس اتجاه عزم الجزيئة القطبية . ونتيجة لهذا تتولد قوة تجاذب بين الجزيئتين .



الشكل (١٠–٧) جزيئات قطبية تجذب بعضها بعضاً .

وهذه الحالة تشبه تماماً انجذاب قطعة حديد غير ممغنطة من قبل مغناطيس .

مما يجلب الانتباه هو أنجزيئتين تستطيع أحداهما جذب الآخر ، على الرغم من أن متوسط توزيع الالكترونات في هذه الجزيئات هو متجانس .



الشكل (8-10) جزيئة قطبية تجذب جزيئة قابلة للاستقطاب

فعند لحظة معينة يمكن ان يكون هناك توزيع غير متجانس للالكترونات بحيث انّ الجزيئة تظهر قطبية آنيا . ان ثنائيات الاقطاب الآنية هذه تتغيّر بالاتجاه والقيمة مع الوقت ، ذلك عكس ما هي عليه بالنسبة للجزيئات القطبية الحقيقية . وعندما تقترب جزيئتان غير قطبيتين بعضهما من بعض يتولّد توافق في تغير توزيع الشحنة في كلتا الجزيئتين ، بحيث ان نهاياتها المختلفة تميل الى أن تتجاوز فيما بينها (الشكل ١٠-٩) ، وبذلك تنتج قوة تجاذب بين الجزيئتين . وهذه القوة تدعى بأسم العالم الهولندي فاندرولز van der Waals ، الذي اكتشفها قبل اكثر من قرن من الزمن لتفسير ، سلوك الغازات غير المثالية . لكن بطبيعة الحال ان التفسير الذي في اعلاه لهذه القوة هو حديث نسبياً . انّ قوى فاندرولز أضعف بكثير من قوى الترابط الايونية والتساهمية . ونتيجة لذلك فانّ البلورات الجزيئية لها درجة انصهار وغليان واطئة وتكون متانتها الميكانيكية قليلة . وطاقات تماسك هذه البلورات هي صغير جداً ، اذ تساوي 0.08 eV/atom للاركون الصلب (الذي درجة انصهار $-189°C$) و 0.01 eV/molecule للهيدروجين الصلب (الذي درجة انصهاره $-259°C$) و 0.1 eV/molecule للميثان الصلب ، CH_4 (الذي درجة انصهاره $-183°C$) .

وهناك نوع قوى من روابط فاندرولز ، يدعى : الروابط الهيدروجينية *hydrogen bond* . ويحدث بين جزيئات معينة تحوى ذرات الهيدروجين . ففي هذه الجزيئات يحدث تحوير كبير في توزيع الالكترونات نتيجة للألفة الالكترونية العالية لذرة الأم (أي الذرة الرئيسة في الجزيئة) . فكل ذرة هيدروجين في هذه الجزيئات تعطي معظم شحنتها السالبة

لذرة الام وبذلك تظهر نواتها عارية نسبياً ،ونتيجة لذلك تنشأ جزيئة مستقطبة قطبها الموجب يرتبط مع القطب السالب للجزيئة المجاورة . والصفة الخاصة لهذه الحالة هو صغر الحجم الفعلي للبروتون المحجوب جزئياً . بحيث تكون القوة الكهربائية المتولدة في هذه المراكز كبيرة ؛ ذلك لأن هذه القوة تتغير مع المسافة r من مركز الشحنة على شكل r^{-2}

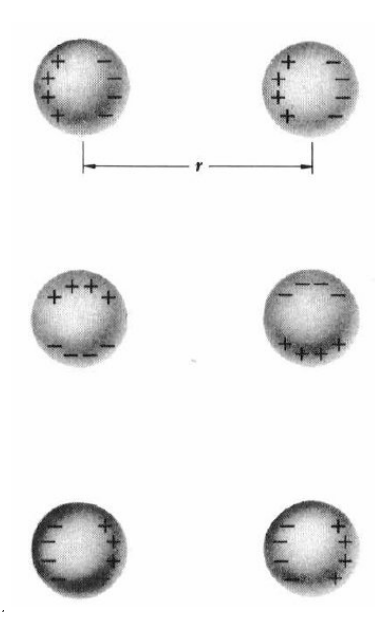
وتميل جزيئات الماء بصورة استثنائية لتكّون أواصر هيدروجينية قوية ؛ ذلك لأن ازواج الالكترونات الاربعة حول ذرة الاوكسجين تشغل مدارات sp^3 الهجينية التي تمتد نحو رؤوس رباعي أوجه المبين في (الشكل ١٠-١) . فنلاحظ من الشكل أن ذرتي الهيدروجين تتمركزان عند رأسين من رؤوس رباعي الاوجه ، لتظهر شحناً موجبة متمركزة عند هذه النقاط . على حين يظهر الرأسان الآخران لرباعي الاوجه شحناً سالبة منتشرة نسبياً . وعليه فكل جزيئة H_2O تستطيع تكوين روابط هيدروجينية مع أربع جزيئات H_2O مجاورة . وفي هذه الروابط ، تساهم الجزيئة المركزية بشحنتين ربط موجبة ، في حين تساهم جزيئتان من جزيئات H_2O الاربع المجاورة بشحنتي الربط الموجبة الاخرى . وفي الحالة السائلة نجد أن الاواصر الهيدروجينية بين جزيئات H_2O المتجاورة تنكسر وتعيد تكوينها باستمرار نتيجة للتهيج الحراري . ومع هذا نلاحظ الجزيئات عند كل لحظة تتجمع في مجاميع متميزة .في الحالة الصلبة تكون هذه المجاميع كبيرة ومستقرة كما في بلورات الجليد .

وينشاء الشكل السداسي لبلورة الجليد (لاحظ الشكل ١٠-١١)من الترتيب الرباعي للاواصر الهيدروجينية في جزيئات H_2O . ولما كان هناك فقط أربع اقرب جزيئات تحيط كل جزيئة ، لذا نجد أن بلورة الجليد تكون متخلخلة . هذا هو السبب في أن ان كثافة الجليد أقل من كثافة الماء ؛ ذلك أن حجم مجاميع الجزيئات في الماء أصغر وأقلّ استقراراً مما هي عليه في حالة الجليد ، لذلك فان جزيئات الماء في الحالة السائلة يكون بعضها بالمعدل أقرب من البعض وبالنتيجة تكون كثافة الماء أكبر من كثافة الجليد . (ان هذه الصفة واضحة من طفو الجليد على الماء) .

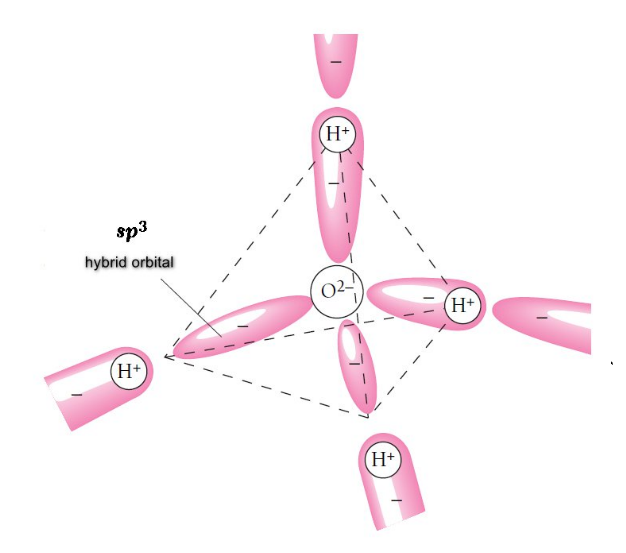
وتزداد كثافة الماء من $0°C$ الى قيمة عظمى عند $4°C$ ، وذلك بسبب تحطّم مجاميع H_2O الكبيرة الى مجاميع أصغر تشغل حيزاً أضيق . وبعد درجة الحرارة $4°C$ ، يزداد حجم السائل مع ارتفاع درجة الحرارة تبعاً لقانون التمدد الحجمي .

١٠-٥ الآصرة المعدنية THE METALLIC BOND

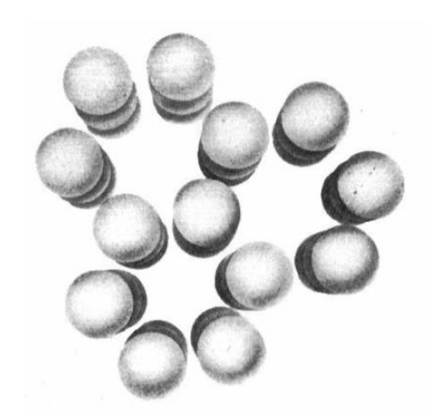
تنص النظرية الحديثة للمعادن بأن الالكترونات التساهمية للذرات المكونة للمعدن تكون مشتركة بين جميع الذرات ، حيث ينتج ما يسمى « بغاز الالكترونات الطليقة » . ويؤدي التفاعل بين غاز الالكترونات وايونات المعدن الموجبة الى قوة تماسك قوية . ان وجود



الشكل (١٠–٩) : يكون معدل توزيع الشحنة في الجزيئات غير القطبية متجانسا . على حين عند لحظة معينة يكون توزيع الشحنة غير متجانس . ان تغير توزيع الشحنة في الجزيئات المتجاورة يكون متوافقا ، وهذا يؤدي الى قوة تجاذب بين هذه الجزيئات تتناسب مع $1/r^7$.



الشكل (١٠–١٠) : تشغل ازواج الالكترونات التساهمية الاربعة حول ذرة الاوكسجين في جزيئة الماء (ستة الكترونات تنشأ من ذرة الاوكسجين وكل من ذرتي الهيدروجين تسهم بالكترون واحد) ، المدارات sp^3 الهجينية الاربعة ، مكونة بذلك شكلا رباعي الاوجه . فتستطيع كلُّ جزيئة H_2O أن تكون روابط هيدروجينية مع أربع جزيئات H_2O مجـاورة



الشكل (١٠-١١) : منظر علوي لبلورة الجليد يوضح الترتيب السداسي المتخلخل لبلورة H_2O . ان كل جزيئة لها أربع اقرب جزيئات تشترك معها بأواصل هيدروجينية .

الالكترونات الطليقة يفسّر بصورة جيدة قابلية التوصل الكهربائي والحراري للمعادن ، وعدم شفافيتها ، ولمعان سطوحها والعديد من صفاتها الأخرى . وعلينا ان نتذكر بأن ليس هناك الكترون في جسم صلب او معدن يستطيع أن يتحرك بطلاقة كاملة . ان جميع الالكترونات تتأثر بوجود الجسيمات الاخرى . وعند الاخذ بنظر الاعتبار هذه الصفة نحصل على صورة متكاملة لصفات المعادن تتفّق بصورة جيدّة مع النتائج العملية .

ونستطيع فهم قابلية ذرات المعادن لترتبط بعضها مع بعض لتكوين بلورات غير متناهية الحجم ، على أساس أن الآصرة المعدنية هي آصرة تساهمية غير مشبعة . فدعنا نقارن بين عملية الترابط في جزيئة الهيدروجين والليثيوم (كلاهما من المجموعة I في الجدول الدوري) فتتكون جزيئة H_2 من الكترونين في الحالة $1s$ يمتلكان برمين متعاكسين . ان هذا العدد من الالكترونات ، أكبر ما يمكن أن يوجد في المدار K . وعليه فجزيئة H_2 مشبعة . وحسب مبدأ الأنفراد ، أي الكترون اضافي يجب أن يكون في مستوى طاقة أعلى . ولذلك لا يمكن دمج ذرة هيدروجين ثالثة لتكوين نظام مستقر . ومبدئيا يبدو أن الليثيوم يتصف بنفس الصفة ، ذلك لأن له توزيع الكتروني electron configuration $1s^2 2s$ ولكن توجد في ذرة Li ستة مدارات $2p$ غير مشغولة طاقاتها قريبة جدا من طاقة الحالة $2s$. فعندما تقترب ذرة Li من جزيئة Li_2 ، تستطيع أن ترتبط بسهولة مع Li_2 بواسطة آصرة تساهمية من دون أن تخرق مبدأ الأنفراد . وتكون جزيئة Li_3 الناتجة مستقرة ؛ ذلك لأن جميع الكتروناتها التساهمية تكون في المدار L . وليس هناك حدا لعدد ذرات Li التي تستطيع أن ترتبط بعضها مع بعض بهذه الصورة . ومن هذا ينتج أن الليثيوم يكوّن بلورة مكعبة متمركزة ؛ اذ أن العدد التنسيقي للتركيب يساوي ثمانية (الشكل ١٠-٥) . ولما كانت كل ذرة ليثيوم تشارك

بالكترون تساهمي واحد ، فان كل آصرة تحتوي بالمعدل على ربع الكترون بدلا من الكترونين. كما في حالة الآصرة التساهمية الأعتيادية . ولذا نجد أن أواصر الليثيوم ليست مشبعة . وهذه الحالة تبقى صحيحة في جميع المعادن الأخرى .

ان احدى نتائج عدم اشباع الأواصر المعدنية هي أن صفات مزيج من معادن مختلفة لا تعتمد بصورة كبيرة على نسبة كل معدن في المزيج ، بشرط أن تكون حجوم ذرات معادن الخليط متقاربة . وعليه فان صفات السبائك alloy غالبا ما تتغير تدريجيا مع نسبة الخليط. هذا على نقيض المواد الصلبة الأيونية والمواد الصلبة التساهمية كـ SiC ، التي تكون صفاتها حساسة لنسبة المزيج .

وتتمخض نتيجة مهمة لوجود الأواصر غير المشبعة في المعادن ، وهي أن الالكترونات التساهمية في المعادن تكون شبه طليقة الحركة . ونستطيع فهم هذه الظاهرة على أساس أن الالكترون التساهمي يتحرك باستمرار من آصرة الى أخرى . ففي حالة الليثيوم الصلب مثلا ، يشترك كل الكترون تساهمي بثمان أواصر ، وعليه فهو يقضي وقتا قصيرا نسبيا جوار كل زوج من أيونات Li^{+} . واذا صح القول ، لا يستطيع الالكترون أن يتذكر زوج الأيونات التي نشأ منها ، ولذلك نجده يتحرك الى اواصر لا تتضمن ذرات الأم . ومن هذا يتضح أن سلوك الالكترونات التساهمية في المعادن يشبه تماما سلوك الجزيئات في غاز .

وكما هي الحال في أي جسم صلب ، تتماسك ذرات المعادن بعضها مع بعض ، لكون أن طاقتها وهي متماسكة أقل من طاقتها عندما تكون منفصلة . ولكي نفهم سبب نقصان الطاقة في البلورات المعدنية ، نلاحظ أنه نتيجة أقتراب الذرات بعضها من بعض ، فان كل الكترون تساهمي يقضي وقتا جوار أكثر من نواة واحدة على حين يبقى الالكترون في حالة الذرات المنفصلة ، جوار نواة واحدة . وعليه تكون الطاقة الكامنة للالكترون في البلورة أقل مما هي عليه في الذرة . وهذا التغير في الطاقة الكامنة هو أساس تكوين الأواصر المعدنية metallic bond

وهناك نقطة أخرى يجدر الأشارة اليها . فعلى حين أن الطاقة الكامنة للالكترون تقل في البلورات المعدنية ، نجد أن طاقته الحركية تزداد ؛ ذلك أن الالكترونات الطليقة في المعادن تشكل نظاما واحدا ومبدأ الأنفراد يمنع وجود أكثر من الكترونين في حالة مدارية معينة (هناك إتجاهان لبرم spin الالكترون وكل اتجاه يمثل حالة متميزة) . ويبدو لأول وهلة أنه في حالة الليثيوم ، مثلا ، أن ثمانية الكترونات تساهمية فقط من مجموع الالكترونات التساهمية للبلورة ، تشغل الحالة الكمية $n = 2$. في حين تجبر الالكترونات الأخرى أن تشغل مدارات أعلى فأعلى ، مما يؤدي الى عدم استقرارية التركيب البلوري . والحقيقة هي أن الذي يحدث في البلورة أقل تأثيرا . فمستويات طاقة الالكترونات التساهمية في ذرات المعدن المختلفة تتغير

قليلا نتيجة التفاعلات بين الذرات ، وبذلك تتكون ما تدعى بحزمة من مستويات الطاقة *energy band* . وتتألف هذه الحزم من مستويات طاقة عديدة متقاربة جدا بعضها من بعض بحيث تتسع لجميع الالكترونات التساهمية في البلورة . وعليه فالطاقة الحركية للالكترونات الطليقة تمتد بين 0 وقيمة عظمى معينة F ، تدعى بطاقة فيرمي *Fermi energy* . ففي حالة الليثيوم ، مثلا ، تساوي طاقة فيرمي 4.72 eV ، على حين يبلغ معدل الطاقة الحركية للالكترونات الطليقة في معدن الليثيوم :2.8 eV. ولما كانت الطاقة الحركية للالكترون كمية موجبة ، لذلك فان زيادة الطاقة الحركية في المعدن بالنسبة للطاقة الحركية في الذرات المنفصلة تؤدي الى تنافر الذرات .

وتنشأ الأواصر المعدنية عندما تكون قوة التجاذب بين الأيونات الموجبة وغاز الالكترونات أكبر من قوة التنافر بين الكترونات الغاز نفسها . أي ، عندما يكون نقصان الطاقة الكامنة للالكترونات أكبر من الزيادة في طاقتها الحركية . وكلما زاد عدد الالكترونات التساهمية في الذرة ، زاد معدل الطاقة الحركية للالكترونات الطليقة في البلورة المعدنية . على حين تبقى الطاقة الكامنة للالكترونات ثابتة تقريبا . ولذلك نجد أن العناصر المعدنية تنحصر في المجاميع الثلاثة الأولى من الجدول الدوري . وبعض العناصر تقع على الحد الفاصل ؛ ذلك أنها في بعض الأحيان تكون بلورات معدنية ، وفي أحيان أخرى تكون بلورات تساهمية . ويشكل القصدير Tin مثالا أنموذجيا لهذه الحالة . ففوق درجة حرارة 13.2°C ، يتكون معدن القصدير الابيض white tin ، الذي يتميز بكون كل ذرة منه تكون محاطة بست أقرب ذرات . وعند درجات حرارة أقل من 13.2°C يتكون القصدير الرصاصي gray tin ، الذي هو عبارة عن مادة صلبة تساهمية تركيبها البلوري يشبه الماس . ان القصدير الرصاصي والقصدير الأبيض هما مادتان مختلفتان تماما ؛ ذلك أن كثافتيهما على التوالي : 5.8 و $7.3\ g/cm^3$ ، وأن القصدير الرصاصي هو شبه موصل semiconductor ، على حين تقارب قابلية التوصيل الكهربائي للقصدير الأبيض ،قابلية التوصيل الكهربائي للمعادن .

١٠ – ٦ نظرية الحزمة في المواد الصلبة THE BAND THEORY OF SOLIDS

تكون الذرات في المواد الصلبة المتبلورة المعدنية أو غير المعدنية متقاربة جدا ، بحيث ان الكتروناتها التساهمية تشكل نظاما واحدا مشتركا بين جميع ذرات البلورة . وهذا النظام يتفق مع مبدأ الأنفراد ، ذلك أن مستويات طاقة الالكترونات الخارجية للذرات تتغير نتيجة للتفاعلات بين الذرات . وبدلا من تكون هناك مستويات طاقة محددة لكل ذرة ، نجد أن البلورة تمتلك حزمة من عدد ضخم من مستويات طاقة قريبة جدا بعضها من بعض . ويساوي عدد مستويات الطاقة المتجاورة عدد الذرات في البلورة ، لذلك فان حزمة الطاقة تظهر كأنها مستمرة . ان

CRYSTAL TYPES.

Type	Bond	Example	Properties
Ionic Negative ion Positive ion	Electrostatic attraction	Sodium chloride NaCl $E_{cohesive} = 3.28$ eV/atom	Hard; high melting points; may be soluble in polar liquids such as water
Covalent Shared electrons	Shared electrons	Diamond C $E_{cohesive} = 7.4$ eV/atom	Very hard; high melting points; insoluble in nearly all solvents
Metallic Metal ion Electron gas	Electron gas	Sodium Na $E_{cohesive} = 1.1$ eV/atom	Ductile; metallic luster; high electrical and thermal conductivity
Molecular instantaneous charge separation in molecule	Van der Waals forces	Methane CH_4 $E_{cohesive} = 0.1$ eV/atom	Soft; low melting and boiling points; soluble in covalent liquids

الجدول (١٠-٣) انواع البلورات .

حزم الطاقة ، والفواصل gaps بينها ، ومدى امتلاء كل حزمة ، تحدد صفات عديدة للمادة الصلبة وبضمنها قابليتها على التوصيل الكهربائي .

وهناك طريقتان لفهم منشأ حزم الطاقة ، ابسطهما أن نلاحظ ماذا يحدث لمستويات طاقة الذرات المنفصلة عندما يقترب بعضها تدريجيا من بعض ، ليكوّن المادة الصلبة . ونستخدم هذه الطريقة هنا لنعطي فكرة أولية عن تكوين حزم الطاقة وبعض النتائج المترتبة عليها . وفي نهاية الفصل ندرس تكوّن حزم الطاقة على أساس التحديدات المتولدة من تكرار النسق البلوري crystal lattice على حركة الالكترونات . وهذه الطريقة هي أكثر فعالية وتشكل أساس النظرية الحديثة للمواد الصلبة .

ان الشكل (١٠-١٢) يوضح مستويات الطاقة في الصوديوم كدالة للمسافة بين النوى فالحالة $3s$ هي أول مستوى مشغول في ذرة الصوديوم التي تبدأ بالتوسع لتكوّن حزمة على حين لايبدأ المستوى $2p$ بالتوسع ما لم تكن المسافة بين النوى صغيرة جدا . نلاحظ أنه في البداية يقل معدل الطاقة في الحزم $3p$ و $3s$ ، مشيرا الى تكوين قوة تجاذب بين الـذرات . المسافة الحقيقية بين نوى ذرات الصوديوم الصلب تمثل الحالة التي عندها يكون معدل الطاقة أدنى .

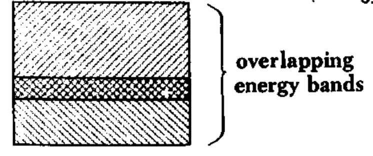
وتنشأ حزم الطاقة في مادة صلبة من مستويات الطاقة لذراتها المنفصلة ، وان الكترونا في مادة صلبة يمكن أن يمتلك طاقات تقع ضمن هذه الحزم فقط . وكما هو مبين في الشكل (١٠-٦٣) ، يمكن أن تتداخل حزم الطاقة المختلفة في مادة صلبة . ففي هذه الحالة تكون طاقة الالكترونات مستمرة . وفي مواد صلبة أخرى تكون حزم الطاقة غير متداخلة (الشكل ١٠-١٤) . والمسافات الفاصلة بين هذه الحزم تمثل الطاقات الممنوعة للالكترونات وتدعى بالحزم الممنوعة *forbidden bands*

ان الصفات الكهربائية للمواد الصلبة تتحدد بتركيب حزم طاقاتها ومدى انشغالها بالالكترونات .

والشكل (١٠-١٥) هو رسم تخطيطي مبسط لمستويات طاقة ذرة الصوديوم وحزم طاقة الصوديوم الصلب . فلكل ذرة صوديوم الكترون واحد في مدارها الخارجي في الحالة $3s$. وهذا يعني أن الحزمة $3s$ في الصوديوم المتبلور نصف مشغولة ؛ ذلك لأن كل مستوي في الحزمة ، كما هو الحال لمستويات الذرة ، يمكن أن يحتوي على الكترونيين . فعندما نسلط مجالا كهربائيا على قطعة من الصوديوم الصلب ، تحصل الالكترونات بسهولة على

3d
4s
3p
3s
observed internuclear distance
2p
ENERGY, eV
0
−10
−20
−30
0 3.67 5 10 15
INTERNUCLEAR DISTANCE, A

الشكل (١٠-١٢) مستويات طاقة ذرات الصوديوم تصبح حزما عندما تقترب الذرات بعضها من بعض
المسافة التجريبية بين نوى ذرات الصوديوم الصلب تساوي : 3.67 A



الشكل(١٠-١٣)من الممكن تداخل حزم الطاقة في المواد الصلبة .

forbidden band

الشكل (١٠-١٤) حزمة ممنوعة تفصل حزم طاقة غير متداخل

solid sodium

sodium atom

3s

2p

2s

1s

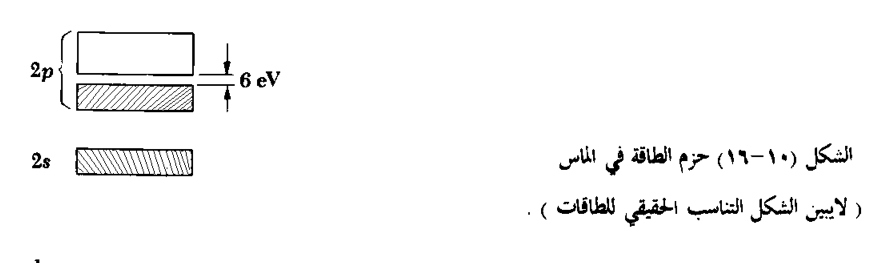
الشكل (١٠-١٥)مستويات طاقة ذرة الصوديوم وما يقابلها في حالة الصوديوم الصلب (ان الشكل لايبين التناسب الحقيقي للطاقات) . لاحظ أيضا الشكل (١٠-١٢) .

طاقة اضافية ، ولكن تبقى في نفس الحزمة . فتكون الطاقة الاضافية على شكل طاقة حركية والالكترونات المتحركة تكوّن تيارا كهربائيا . ومن هذا يتضح أن الصوديوم هوموصل جيد للكهربائية . ونفس الشيء ينطبق على جميع المواد الصلبة المتبلورة ، التي لها حزم طاقة مشغولة جزئيا .

والشكل (١٠-١٦)يمثل رسما تخطيطيا مبسطا لحزم الطاقة في الماس . فهناك حزمة طاقة مشغولة كليا بالالكترونات تنفصل بفاصل (gap) 6 eV من حزمة فارغة تقع فوقها . وهذا يعني أنه يجب أن يكتسب الالكترون في الأقل 6 eV طاقة اضافية لكي يتحرك ؛ ذلك أنه لا يمكن للالكترون أن يمتلك طاقة اضافية ضمن الحزمة الممنوعة ، اذ أن جميع مستويات الطاقة في حزمة الأم مشغولة . أوبعبارة أخرى لايمكن تعجيل الكترون داخل الحزمة المملوءة بواسطة مجال كهربائي . وسبب ذلك هوأن الالكترون يعاني تصادمات عديدة مع الذرات داخل البلورة (بمتوسط مسار طلق $\sim 10^{-8}$ m) ، وبذلك فالالكترون يفقد معظم طاقته

الحركية المكتسبة من المجال الكهربائي بعد كل تصادم . ولكي يكتسب الالكترون 6 eV خلال مسافة 10^{-8} m ، علينا أن نسلط عليه مجالاً كهربائياً شدته 6×10^8 V/m . وهذا المجال هو أكثر من 10^{10} مرة من شدة المجال اللازم لتكوين تيار داخل الصوديوم . وعليه فان الماس هو مادة رديئة التوصيل للتيار الكهربائي ويصنف كمادة عازلة insulator

وللسلكون تركيب بلوري يشبه الماس ، ولذا هناك فاصل يفصل الحزمة المملوءة العليا من حزمة فارغة أعلى . لكن عرض الحزمة الممنوعة في السلكون هو 1.1 eV فقط فقابلية توصيل السلكون عند درجات الحرارة الواطئة أحسن بقليل من قابلية توصيل الماس .



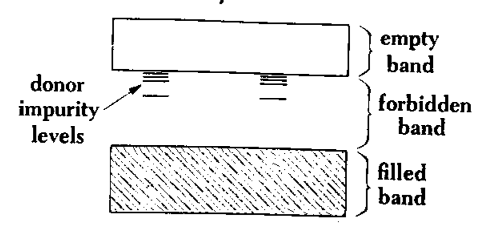
الشكل (١٠-١٦) حزم الطاقة في الماس
(لايبين الشكل التناسب الحقيقي للطاقات) .

فنسبة قليلة من الالكترونات في السلكون عند درجة حرارة الغرفة تكتسب طاقة حركية نتيجة للتهيج الحراري ، وتستطيع أن تقفز عبر الحزمة الممنوعة الى حزمة طاقة أعلى . وهذه الالكترونات تكون كافية لتوليد تيار كهربائي محسوس عند تسليط مجال كهربائي عليها . وعليه فالتوصيل الكهربائي للسلكون يقع مابين التوصيل الكهربائي للموصلات الجيدة والموصلات الرديئة ، ولذا يدعى السلكون بشبه موصل *semiconductor*

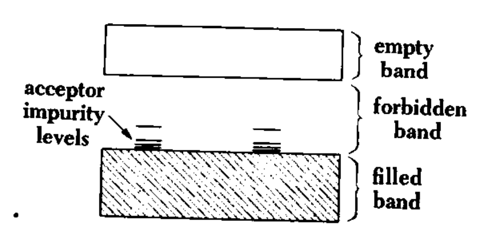
ان المقاومة النوعية resistivity لشبه الموصلات تتغير كثيراً بوجود الشوائب impurities . فدعنا نتصور ان هناك بضعة ذرات زرنيخ arsenic في بلورة السلكون . ان هناك خمسة الكترونات في المدار الخارجي لذرة الزرنيخ ، على حين تحوي ذرة السلكون أربعة الكترونات خارجية . (وتوزيع الالكترونات في المدار الخارجي لذرتي الزرنيخ والسلكون هو $4s^2 4p^3$ و $3s^2 3p^2$ ، على التوالي) . وعندما تحل ذرة زرنيخ محل ذرة سلكون في بلورة السلكون فإن أربعة الكترونات خارجية من ذرة الزرنيخ تساهم بأربع أواصر تساهمية مع ذرات السلكون المجاورة . ويحتاج الالكترون الخارجي الخامس لذرة الزرنيخ الى طاقة قليلة فقط لينفصل عن الذرة ويتحرك بطلاقة داخل البلورة (لاحظ التمرينين ٢٣ و ٢٤) . نلاحظ من الشكل (١٠-١٧) أن وجود الزرنيخ كمادة شائبة في بلورة السلكون يولد مستويات طاقة تحت حزمة التوصيل . وهذه المستويات تدعى بمستويات المانح *donor levels* ، والمادة المتكونة تدعى بشبه موصل من نوع n

n-type semiconductor ذلك لأن الشحنات السالبة تكون مسؤولة عن توليد التيار الكهربائي .

والآن لو أضفنا بعض ذرات الجاليوم gallium الى بلورة السلكون ، فسوف تحدث ظاهرة مختلفة . ذرات الجاليوم تحوي على ثلاثة الكترونات في مدارها الخارجي متوزعة على شكل $4s^2 4p$. لذلك فان وجود هذه الذرات في البلورة يولد مكانات شاغرة في تركيبها الالكتروني تدعى بالفجوات *holes* . ويحتاج الالكترون الى طاقة قليلة جداً لكي يدخل في فجوة معينة لكنه بهذه العملية يترك خلفه فجوة جديد . فعند تسليط مجال كهربائي على بلورة سلكون تحوي نسبة قليلة من ذرات الجاليوم ، نجد أن الالكترونات تتحرك نحو الانود anode ذلك بملء الفراغات بصورة متعاقبة . ومن الملائم ان نعتبر أن التيار المتولد ناتج عن حركة الفجوات ، لأن سلوك الفجوات تشبة تماماً سلوك الشحنات الموجبة حيث أنها تتحرك نحو القطب السالب . وهذا النوع من المادة تدعى بشبه موصل من نوع p *p-type* semiconductor . (في بعض المعادن أيضاً ، كالخارصين zinc ، تعتمد عملية التوصيل الكهربائي على حركة الفجوات) . والشكل (١٠–١٨) يوضح تكوين مستويات طاقة فوق الحزمة المملوءة العليا ، ذلك نتيجة وجود شوائب . وتدعى هذه المستويات



الشكل (١٠–١٧) وجود نسبة صغيرة من ذرات الزرنيخ في بلورة السلكون تساعد على تكوين مستويات طاقة المانح في الحزمة الممنوعة . وبهذه الطريقة ينتج مايسمى بشبه موصل من نوع n



الشكل (١٠–١٨) : وجود نسبة صغيرة من ذرات الجاليوم في بلورة السلكون تساعد على تكوين مستويات طاقة الكاسب في الحزمة الممنوعة . وبهذه الطريقة ينتج مايسمى بشبه موصل من نوع p .

بمستويات الكاسب *acceptor levels* . وأي الكترون ينتقل الى حد هذه

المستويات يترك خلفه فجوة في الحزمة المملؤة . وهذه الفجوات تساعد على مرور التيار الكهربائي .

* ١٠–٧ طاقة فيرمي THE FERMI ENERGY

ندرس هنا بصورة تفصيلية سلوك الالكترونات الطليقة في المعادن . فالالكترونات هي جسيمات فيرمي ، ولذلك فانها تخضع لمبدأ الانفراد exclusion principle . وعليه فان توزيع طاقة غاز الالكترونات الطليقة في معدن يتبع قانون توزيع فيرمي وديراك (البند ٩–٩) . وقانون توزيع فيرمي وديراك الذي يحدّد عدد الالكترونات n_i عند مستوى طاقة ε_i هو :

$$n_i = \frac{g_i}{e^{\alpha} e^{\varepsilon_i/kT} + 1} \qquad (١٠–٦)$$

ومن الملائم ان ندرس توزيع الالكترونات بين قيم مستمرة للطاقة بدلا من طاقات منفصلة ، كمافي المعادلة (١٠–٦) . في هذه الحالة ياخذ قانون توزيع فيرمي وديراك الصيغة التالية :

$$n(\varepsilon)\, d\varepsilon = \frac{g(\varepsilon)\, d\varepsilon}{e^{\alpha} e^{\varepsilon/kT} + 1} \qquad (١٠–٧)$$

ونستطيع استخدام نفس الطريقة لحالة فوتونات اشعاعات الجسم الاسود ، لايجاد عدد الحالات الكمية $g(\varepsilon)\, d\varepsilon$ المحصورة بين ε و $\varepsilon + d\varepsilon$ ، المتيسرة للالكترون . وهناك تشابه تام بين هاتين الحالتين .ان حالتي برم الالكترون $m_s = +\frac{1}{2}$ و $m_s = -\frac{1}{2}$ اللتين تؤديان الى تضاعف الحالة في فضاء الحالة phase-space . كتضاعف الحالات في فضاء الحالة لغاز الفوتونات نتيجة وجود اتجاهين ممكنين لاستقطاب الفوتونات . وبدلالة الزخم نجد من البند (٩–٨) ان :

$$g(p)\, dp = \frac{8\pi V p^2\, dp}{h^3}$$

على حين لحالة الـكترون غير نسبي nonrelativistic لدينا :

$$p^2\, dp = (2m^3\varepsilon)^{1/2}\, d\varepsilon$$

وعليه

$$g(\varepsilon)\, d\varepsilon = \frac{8\sqrt{2}\pi V m^{3/2}}{h^3} \varepsilon^{1/2}\, d\varepsilon \qquad (١٠–٨)$$

والخطوة الثانية هي ايجاد المعامل α ولهذا الهدف ندرس حالة غاز الالكترونات عند درجات حرارة واطئة . فكما لاحظنا في البند (٩–١٠) ان نسبة الانشغال occupation index عندما تكون T صغيرة تساوي 1 من $\varepsilon = 0$ ولغاية طاقة فيرمي ε_F ، حيث بعد ذلك تهبط نسبة الانشغال بسرعة الى 0 وهذه الصفة تعكس تاثير مبدأ الانفراد ؛ اذ لايمكن اشغال حالة كمية بأكثر من الـكترون واحد ، وعليه فان التوزيع الادنى للطاقة لغاز الالكترونات

يتم بملء الحالات الدنيا وترك الحالات المتبقية العالية فارغة . فدعنا نكتب مبدئيا :

$$\alpha = -\frac{\varepsilon_F}{kT} \tag{١٠-٩}$$

وعليه تصبح نسبة الانشغال :

$$f(\varepsilon) = \frac{n(\varepsilon)}{g(\varepsilon)} = \frac{1}{e^{(\varepsilon-\varepsilon_F)/kT} + 1} \tag{١٠-١٠}$$

وهذه المعادلة تتفق مع مبدأ الانفراد ، حيث عند : $T = 0\,\mathrm{K}$ نجد

$f(\varepsilon) = 1$ عندما $\varepsilon < \varepsilon_F$

$= 0$ عندما $\varepsilon > \varepsilon_F$

وعندما تزداد درجة الحرارة تتغير نسبة الانشغال تدريجيا من 1 الى 0 (لاحظ الشكل (١٠-١٩) . وعند جميع درجات الحرارة

$$f(\varepsilon) = \tfrac{1}{2} \text{ when } \varepsilon = \varepsilon_F$$

ونستطيع حساب طاقة فيرمي لعينة من معدن تحتوي على N من الالكترونات الطليقة ، ذلك بملء مستويات الطاقة الدنيا من $\varepsilon = 0$ لغاية $\varepsilon = \varepsilon_F$ المطلوبة ايجادها . ان عدد الالكترونات التي تستطيع ان تاخذ نفس الطاقة ε يساوي عدد الحالات $g(\varepsilon)$ عند الطاقة ε حيث ان كل حالة تستوعب الكترونا واحدا فقط . ولذلك :

$$\int_0^{\varepsilon_F} g(\varepsilon)\, d\varepsilon = N \tag{١٠-١١}$$

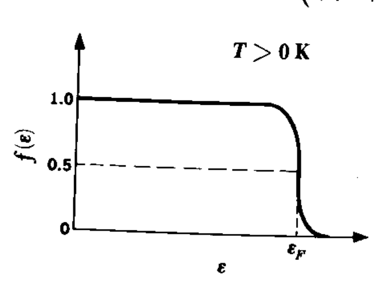
وبتعويض الطرف الايمن في المعادلة (١٠-٨) عن $g(\varepsilon)\, d\varepsilon$ في المعادلة (١٠-١١) نحصل على :

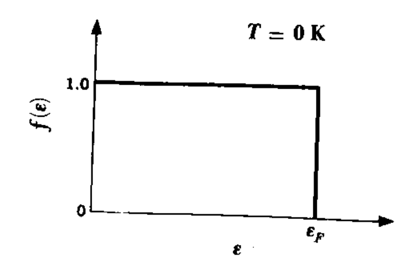
$$N = \frac{8\sqrt{2}\pi V m^{3/2}}{h^3} \int_0^{\varepsilon_F} \varepsilon^{1/2}/d\varepsilon$$

$$= \frac{16\sqrt{2}\pi V m^{3/2}}{3h^3} \varepsilon_F^{3/2}$$

ومنها

$$\varepsilon_F = \frac{h^2}{2m}\left(\frac{3N}{8\pi V}\right)^{2/3} \quad \text{طاقة فيرمي} \tag{١٠-١٢}$$





الشكل (١٠-١٩ نسبة الانشغال في توزيع فيرمي وديراك عند درجة الصفر المطلق ودرجة حرارة اعلى

ان الـكمية N/V تمثل كثافة الالكترونات الطليقة في المعدن . وعليه فان ε_F لاتعتمد على حجم العينة تحت الدرس .

فدعنا نستخدم المعادلة (١٠ – ١٢) لحساب طاقة فيرمي للنحاس . فالتركيب الالـكتروني لذرة النحاس في الحالة الأرضية ground state هو $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6$ $3d^{10} 4s$: اي ان هناك الكتروناً واحداً فقط في الحالة $4s$ خارج المدارات المشبعة الداخلية . وعليه يمكننا ان نفترض بان كل ذرة نحاس تساهم بالـكترون طليق واحد لغاز الالـكترونات المعدن . وبذلك فان كثافة الالـكترونات الطليقة $\eta = N/V$ تساوي عدد ذرات النحاس لوحدة الحجم . وهذه الـكمية تتحدد بالمعادلة .

$$\frac{\text{عدد الذرات}}{\text{الحجم}} = \frac{(\text{عدد الذرات / كيلو جزيئي غرامي}) \times (\text{كتلة / حجم})}{(\text{كتلة / كيلو جزيئي غرامي})}$$

$$\frac{\text{Atoms}}{\text{Volume}} = \frac{(\text{atoms/kmol}) \times (\text{mass/volume})}{\text{mass/kmol}}$$

$$= \frac{N_0 \rho}{w} \qquad (١٠ - ١٣)$$

ففي هذه المعادلة

N_0 = Avogadro's number = 6.02×10^{26} atoms/kmol
ρ = density of copper = 8.94×10^3 kg/m^3
w = atomic mass of copper = 63.5 kg/kmol

وعليه

$$\eta = \frac{6.02 \times 10^{26} \text{ atoms/kmol} \times 8.94 \times 10^3 \text{ kg/m}^3}{63.5 \text{ kg/kmol}}$$
$$= 8.5 \times 10^{28} \text{ atoms/m}^3$$
$$= 8.5 \times 10^{28} \text{ electrons/m}^3$$

ومن المعادلة (١٠ – ١٢) نجد ان طاقة فيرمي تساوي

$$\varepsilon_F = \frac{(6.63 \times 10^{-34} \text{ J-s})^2}{2 \times 9.11 \times 10^{-31} \text{ kg/electron}} \left(\frac{3 \times 8.5 \times 10^{28} \text{ electrons/m}^3}{8\pi}\right)^{2/3}$$
$$= 1.13 \times 10^{-18} \text{ J}$$
$$= 7.04 \text{ eV}$$

فعند درجة حرارة الصفر المطلق ($T = 0$ K) ، تمتد طاقة الالكترونات الطليقة في النحاس من 0 ولغاية 7.04 eV على حين الحالة جزيئات غاز مثالي عند درجة الصفر المطلق ، تساوي طاقة جميع الجزيئات صفرا . وبسبب هذه الصفة غير الكلاسيكية يدعى غاز الالكترونات

في المعدن غازاً منحلاً degenerate gas

* ١٠-٨ توزيع طاقة الالكترونات ELECTRON-ENERGY DISTRIBUTION

نستطيع الآن التعويض عن الكميتين $g(\varepsilon)\,d\varepsilon$ و α من المعادلتين (١٠-٨) و (١٠-٩) في المعادلة (١٠-٧) لنحصل على قانون توزيع الالكترونات بين الطاقات المختلفة حيث نجد :

$$n(\varepsilon)\,d\varepsilon = \frac{(8\sqrt{2}\pi\, Vm^{3/2}/h^3)\varepsilon^{1/2}\,d\varepsilon}{e^{(\varepsilon-\varepsilon_F)/kT}+1} \qquad (١٠-١٤)$$

ويمكن اعادة كتابة هذه المعادلة بدلالة طاقة فيرمي ε_F لنحصل :

$$n(\varepsilon)\,d\varepsilon = \frac{(3N/2)\varepsilon_F{}^{-3/2}\varepsilon^{1/2}\;d\varepsilon}{e^{(\varepsilon-\varepsilon_F)/kT}+1} \qquad (١٠-١٥)$$

والشكل (١٠-٢٠) يوضح هذه المعادلة للدرجات الحرارية $T = 0, 300, 1200$ K

ومن المناسب أن نحسب معدل طاقة الالكترونات عند درجة الصفر المطلق . ولهذا الهدف ، نحسب أولا الطاقة الكلية للالكترونات U_0 عند 0 K ، حيث

$$U_0 = \int_0^{\varepsilon_F} \varepsilon n(\varepsilon)\,d\varepsilon$$

Metal		Fermi energy, eV
Lithium	Li	4.72
Sodium	Na	3.12
Aluminum	Al	11.8
Potassium	K	2.14
Cesium	Cs	1.53
Copper	Cu	7.04
Zinc	Zn	11.0
Silver	Ag	5.51
Gold	Au	5.54

الجدول (١٠-٤) : طاقات فيرمي لبعض المعادن .

لما كانت جميع الالكترونات عند $T = 0$ K تمتلك طاقات أقلّ أو تساوي ε_F فعند $T = 0$ K

$$e^{(\varepsilon-\varepsilon_F)/kT} = 0$$

ولذلك :

$$U_0 = \frac{3N}{2}\varepsilon_F{}^{-3/2}\int_0^{\varepsilon_F} \varepsilon^{3/2}\,d\varepsilon$$

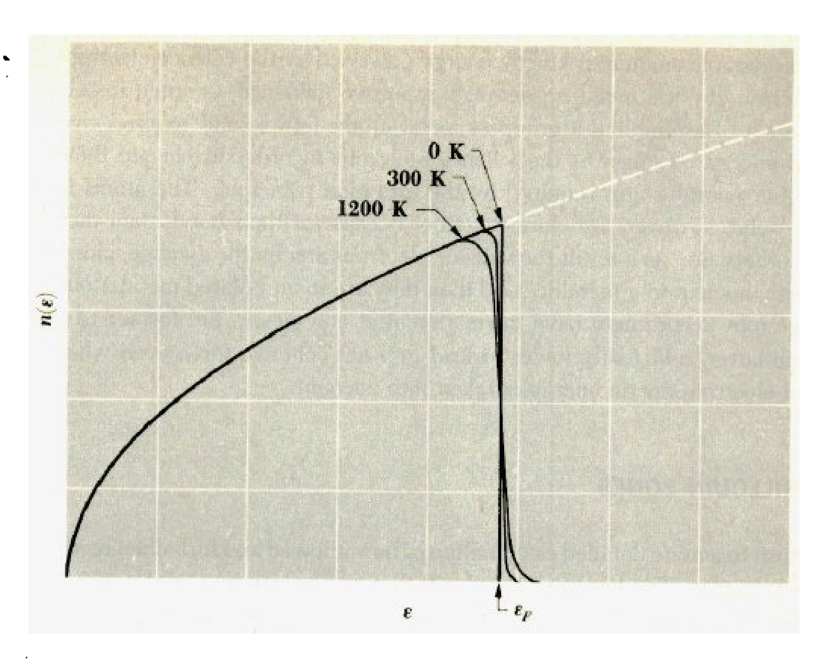
$$= \frac{3}{5}N\varepsilon_F \qquad (١٠-١٦)$$

ان معدل طاقة الالكترونات $\bar{\varepsilon}_0$ يساوي الطاقة الكلية مقسومة على عدد الالكترونات N الموجودة . أي :

$$\bar{\varepsilon}_0 = \frac{3}{5}\varepsilon_F \qquad (١٠-١٧)$$

ولما كانت طاقات فيرمي للمعادن تساوي في العادة بضعة الكترون – فولت ، فان معدلّ طاقة الالكترونات عند 0 K هو بتلك الحدود . ان درجة حرارة

غاز مثالي طاقة جزيئاته الحركية 1 eV هي 11,600 K . وهذا يعني أنه لو كان تصرفّ الالكترونات تصرفاً كلاسيكياً ، لوجب أن تكون درجة حرارة النحاس 50,000 K لكي تكتسب الكتروناته الطليقة معدل الطاقة الفعلية في المعادلة (١٠-١٧) . ان الطاقة الحركية الكبيرة التي تمتلكها الالكترونات التساهمية في غاز الالكترونات تكون قوة تنافر بين ذرات المعدن (لاحظ البند ١٠-٥) . ان تجمع ذرات المعدن لتكوين مادة صلبة يتطلّب طاقة اضافية لرفع الالكترونات التساهمية الى مستويات طاقة أعلى لكي تتماش مع مبدأ الانفراد . ولكنّ ذرات المعدن الصلب يكون بعضها متقاربة من بعض ، وبذلك فان الالكترونات التساهمية تكون بالمعدل أقرب الى نوى الذرات عندما تكون في المعادن الصلبة مما هي عليه عندما تكون في الذرات المنفصلة . وعليه فالالكترونات في الحالة الأولى تمتلك طاقة كامنة أعلى مما تمتلكه في الحالة الثانية . وهذا الفرق يكون قوة تماسك بين ذرات المعدن ، حتى بعد أن نأخذ بنظر الاعتبار الطاقة الحركيةّ الاضافية لغاز الالكترونات .



الشكل (١٠أ-٢٠) : توزيع طاقة الالكترونات في معدن درجات حرارة مختلفة

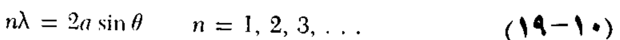
٭ ١٠-٩ مناطق بريلوين BRILLOUIN ZONES

ندرس الان بالتفصيل أكثركيف تنشأ الحزم المسموحة والحزم الممنوعة في المواد الصلبة. والفكرة الاساس لهذه الظاهرة هوأن الالكترون في بلورة ـ يتحرك في منطقة ذات جهد دوري periodically (الشكل ١٠-٢١) ، بدلا من منطقة ذات جهد ثابت . ونتيجه لذلك يحدث حيود للالكترونات يؤدي الى تحديد زخمه ضمن قيم معينة تابعة لحزم الطاقة المسموحة . وبهذه الطريقة نجد أن تفاعل الذرات بعضها مع بعض يؤثربصورة غيرمباشرة على الالكترونات التساهمية عن طريق تكوين النسق البلوري ، بدلاً من التأثيرالمباشرالمشروح في البند (١٠-٦). ونستخدم هنا طريقة حدسية لتحليل هذه المسألة بدلاً من الطريقة الاصولية المعتمدة على معادلة شرودينكر .

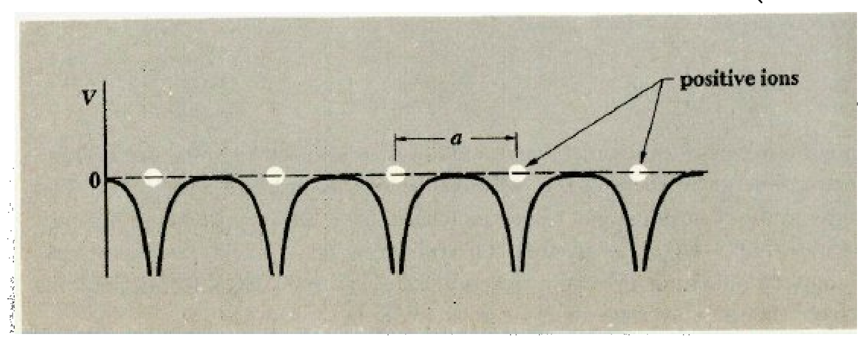
ان طول موجة ديبرولي لالكترون طليق زخمه p هو :

$$\lambda = \frac{h}{p} \qquad \text{الكترون طليق} \qquad (١٠-١٨)$$

فتتحرك الالكترونات ذات الطاقة الواطئة جدا بطلاقة خلال البلورة ، ذلك لأن طولها الموجي طويل بالنسبة لفواصل النسق البلوري (lattice spacing) a . والكترونات ذات طاقة أعلى (بحدود طاقة فيرمي في معدن) التي لها أطوال موجية مقاربة لـ a ، تعاني حيودا كحيود الأشعة السينية (البند ٢-٤) ، أو حيود حزمة الكترونات موجهة من الخارج على بلورة (البند ٣-٥) . وسنلاحظ قريباً . أنه عندما تكون λ قريبة من $a, 2a, 3a, \ldots$ فان المعادلة (١٠-١٨) لاتبقى صحيحة . فالكترون طول موجته λ يعاني انعكاس براك Bragg "reflection" من احدى مجاميع المستويات الذرية المتوازية في البلورة ، على شرط أن زاوية سقوطه θ على هذه المستويات تحقق المعادلة (٢-٨) :



$$n\lambda = 2a \sin\theta \qquad n = 1, 2, 3, \ldots \qquad (١٠-١٩)$$



الشكل (١٠-٢١) : الطاقة الكامنة للالكترون في نسق منتظم من الايونات الموجبة

ومن المناسب ان نعالج الحركة الموجية لالكترون في بلورة بدلالة العدد الموجي (wave number) k ، الذي أدخلناه في البند (٣-٣) ، بدلا من λ ، حيث لدينا :

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \qquad \text{العدد الموجي} \qquad (١٠-٢٠)$$

ويساوي العدد الموجي عدد الزوايا القطرية المكافئة لرتل موجي طوله متر . ولما كانت الحركة الموجية هي باتجاه حركة الجسيم ، عليه يمكننا وصف الرتل الموجي بدلالة المتجه $\mathbf{k}$. ومعادلة براك بدلالة k تكون :

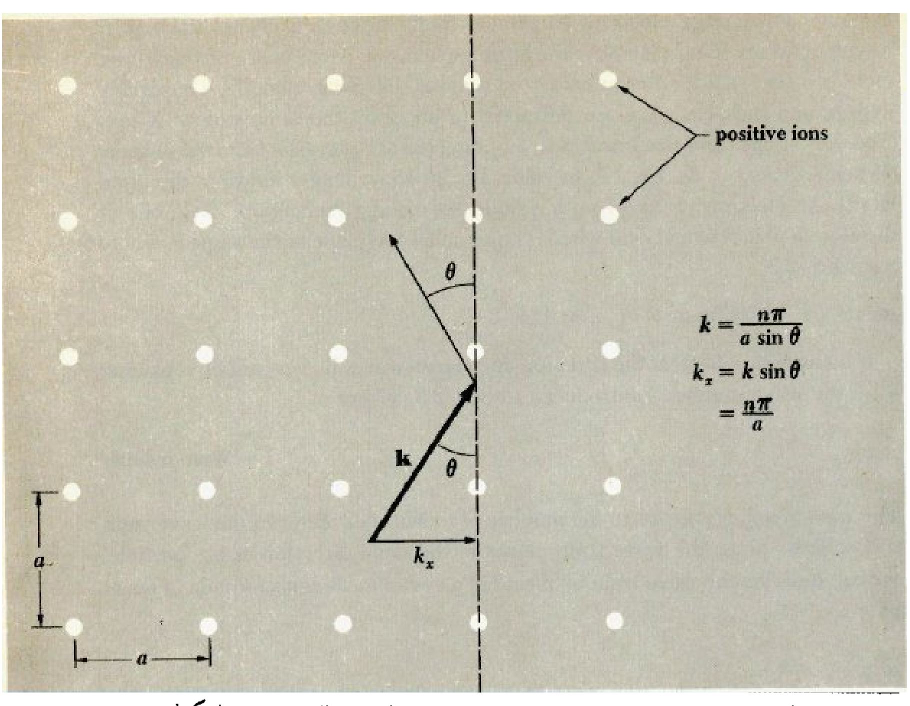
$$k = \frac{n\pi}{a \sin \theta} \qquad (١٠-٢١)$$

والشكل (١٠-٢٢) يوضح انعكاس براك في نسق بلوري مربع ذي بعدين . ونستطيع ان نعبر عن شرط براك للانعكاس بقولنا أن الانعكاس يحدث من صفوف عمودية من الأيونات عندما تكون مركبة x للمتجه $\mathbf{k}$ (أي k_x) تساوي $n\pi/a$. وبنفس الطريقة ، يحدث انعكاس من الصفوف الافقية للايونات عندما تكون $k_y = n\pi/a.$.

فدعنا ندرس أولا الالكترونات التي أعداد ها الموجية صغيرة جدا بحيث لاتتأثر بالحيود فاذا كانت $k\pi/a,$ ، فان الالكترون يتحرك بطلاقة داخل البلورة في جميع الاتجاهات. لكن عندما تكون $k = \pi/a,$. لاتستطيع الالكترونات بسبب الحيود ان تتحرك باتجاه x أو y . وكلما زادت k عن π/a ، تحدد اتجاه حركتها ، حيث عندما $k = \pi/a \sin 45° = \sqrt{2}\pi/a$ ، نجد أن هذه الالكترونات تعاني حيودا حتى عندما تتحرك باتجاه القطر في النسق البلوري .

وتدعى المنطقة في فضاء k(*k*-space) ، التي فيها تتحرك الالكترونات، ذات القيم **واطئة من دون حيـود بمنطقة بريلويـن الاولى** *first Brillouin zone* . **لاحظ** الشكل (١٠-٢٣) . وهذا الشكل يوضح أيضاً منطقة بريلون الثانية . ففي هذه المنطقة تكون $k > \pi/a$. ولكن ماتزال صغيرة بحيث لاتنحاد الموجة بواسطة مجاميع مستويات الذرية القطرية في الشكل (١٠-٢٢) . وتتضمن منطقة بريلوين الثانية الكترونات يتراوح عددها الموجي بين π/a و $2\pi/a$. فتستطيع جميع هذه الالكترونات أن تتحرك بطلاقة بالاتجاهات $\pm x$ و $\pm y$ ، على حين تتطلب الحركة بالاتجاه القطري الى قيمة معينة لـ k . ويمكننا بنفس الطريقة الحصول على مناطق بريلوين أخرى .

ان تعميم هذا التحليل على تراكيب بلورية حقيقية ذات ثلاثة ابعاد يقودنا الى مناطق بريلوين الموضحة في الشكل (١٠-٢٤) .



الشكل (١٠-٢٢) : يحدث انعكاس براك من الصفوف العمودية للايونات عندما تكون $k_x = n\pi/a$

* ١٠-١٠ منشأ الحزم الممنوعة ORIGIN OF FORBIDDEN BANDS

وتكمن أهمية مناطق بريلوين في تحديد الطاقات المسموحة للالكترونات . فطاقة الكترون طليق زخمه p هي

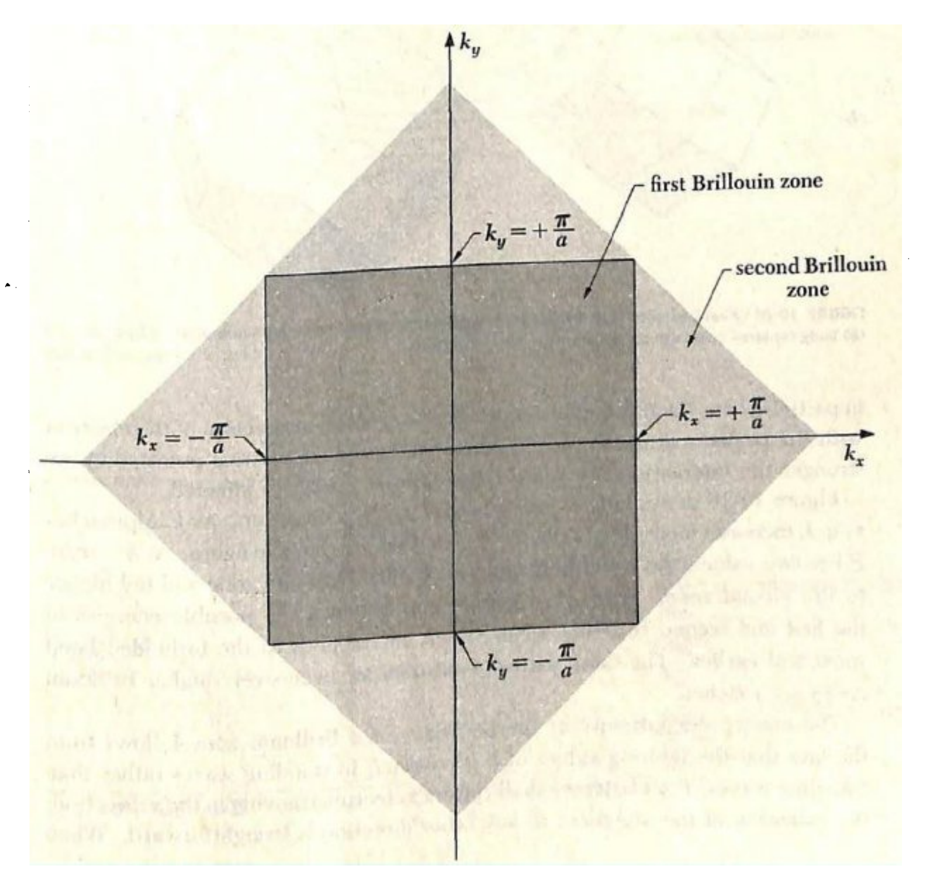
$$E = \frac{p^2}{2m}$$

أو بدلالة العدد الموجي k . فان

$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \qquad (١٠-٢٢)$$

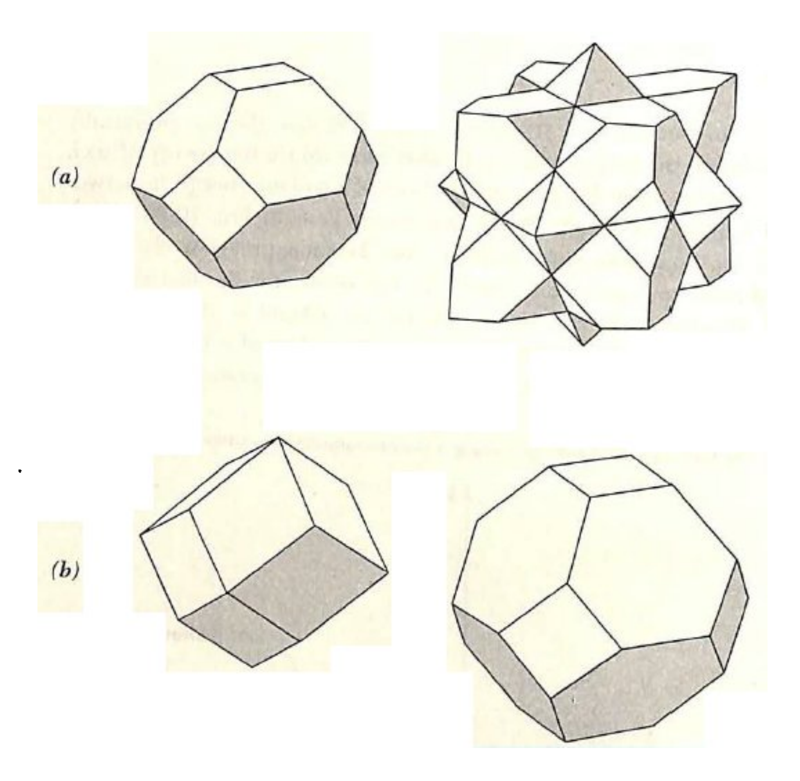
فعندما يكون العدد الموجي للالكترون في داخل البلورة اقل بكثير من π/a فإنه لايحدث أي تفاعل مع النسق البلوري . وبالتالي تكون المعادلة (١٠-٢٢) صحيحة . ولما كانت طاقة هذه الالكترونات تعتمد على k^2 فقط . لذلك فان خطوط مناسيب E . حيث تكون E ثابتة ، في فضاء k ببعدين تكون على شكل دوائر (الشكل ١٠-٢٥) . وكلما زادت قيمة k تقاربت خطوط المناسيب بعضها من بعض وزاد تحورها . وسبب الصفة الاولى هو أن E تتغير تبعا لـ k^2 . ويمكننا تفسير الصفة الثانية بنفس السهولة ؛ فكلما اقترب

الالكترون من السطوح الفاصلة لمناطق بريلوين في فضاء k ، زاد تأثير النسق البلوري على حيود الالكترونات . وهذا يعني أن الالكترونات سوف تتأثر بصورة أكبر مع صفوف الايونات الموجبة ، وبالتالي يتولد تأثير اكبر على طاقات الالكترونات .



الشكل (١٠-٢٣) منطقة بريلوين الاولى والثانية في نسق بلوري مربع ذات بعدين

والشكل (١٠-٢٦) يوضح تغير الطاقة E مع k باتجاه x . فعندما تقترب k من π/a تزداد E بصورة أبطأ من $\hbar^2k^2/2m$ (طاقة جسيم طليق) . وعند $k = \pi/a$ نجد أن E تأخذ قيمتين . القيمة الصغرى تعود لمنطقة بريلوين الاولى والقيمة العليا تعود الى منطقة بريلوين الثانية . وهناك فاصل gap بين قيم الطاقات المسموحة في منطقتي بريلوين الاولى والثانية ، وهذا الفاصل يمثل الحزمة الممنوعة forbidden band التي تكلمنا عليها سابقا . ان تغير الطاقة يعيد نفسه باستمرار كلما انتقلنا من منطقة بريلوين الى اخرى .



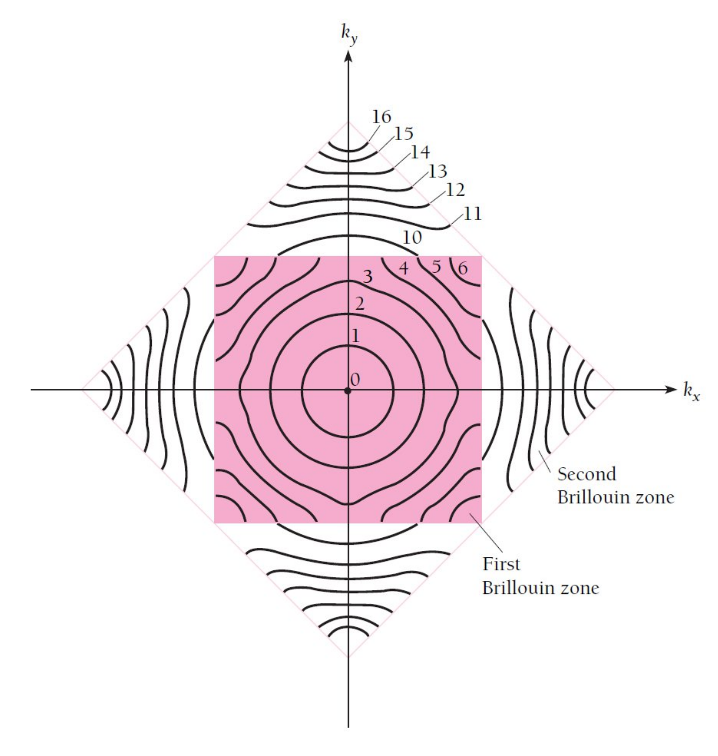
الشكل (١٠-٢٤) منطقة بريلوين الأولى والثانية في ، (أ) نسق بلوري مكعب متمركز الوجه (ب) نسق بلوري متمركز (لاحظ الشكلين ١٠-٤ و ١٠-٥) .

ان عدم استمرارية الطاقة عند السطوح الفاصلة لمناطق بريلوين ناتج من كون قيم k المحددة تكون موجات مستقرة standing waves بدلا من موجات متحركة traveling waves . دعنا ندرس هذه الصفة ببعض التفصيل . وللسهولة ندرس الكترونات تتحرك باتجاه x . ويمكننا تعميم هذه التحليلات على حركة الالكترونات باتجاهات اخرى بدون صعوبة . فكما لاحظنا سابقا ، عندما تكون $k = \pm\pi/a,$

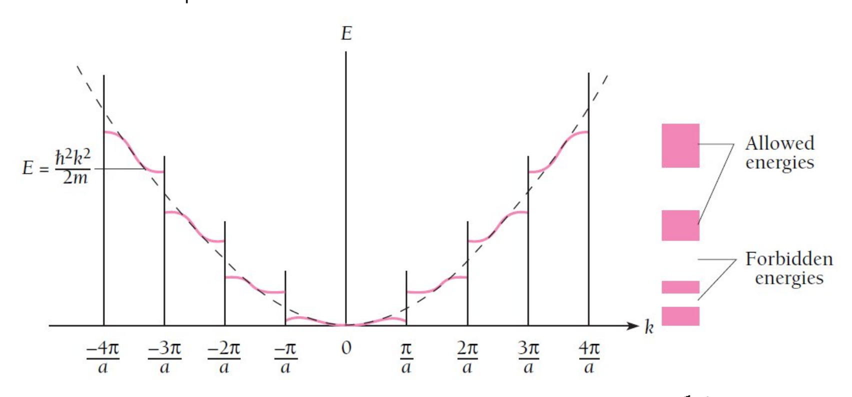
فان الموجات تنعكس ذهابا وايابا عن طريق انعكاسات براك . وعليه الحل الوحيد لمعادلة شرودينكر يمثل موجة مستقرة طولها الموجي يساوي المسافة a بين الذرات المتجاورة . وهناك حلان ممكنان للحالة $n = 1$ ، وعلى وجه التحديد :

$$\psi_1 = A \sin \frac{\pi x}{a} \qquad (١٠-٢٣)$$

$$\psi_2 = A \cos \frac{\pi x}{a} \qquad (١٠-٢٤)$$



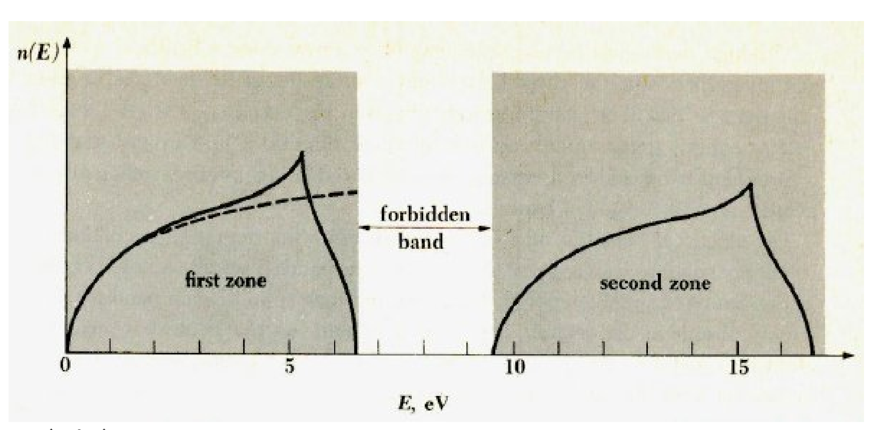
الشكل (١٠-٢٥) مناسيب الطاقة بوحدة الالكترون - فولت في منطقتي بريلوين الاولى والثانية . في نسق بلوري مربع خيالي .



الشكل (١٠-٢٦) طاقة الالكترون E كدالة للعدد الموجي k باتجاه x . ويمثل الخط المتقطع تغير الطاقة E مع k لحالة الكترون طليق .

والشكل (١٠-٢٧) يوضح كثافتي الاحتمالية $|\psi_1|^2$ و $|\psi_2|^2$. فنلاحظ من الشكل أن القيم الدنيا لـ $|\psi_1|^2$ تقع عند النقاط التي تتمركز عندها الايونات الموجبة . على حين تكون $|\psi_2|^2$ عظمى عند هذه النقاط . لما كانت كثافة الشحنة التابعة لدالة موجة الالكترون

الشكل (١٠–٢٧) : توزيع كثافتي الاحتمالية $|\psi_1|^2$ $|\psi_2|^2$



الشكل (١٠–٢٨) : توزيع طاقات الالكترون في منطقتي بريلوين في الشكل (١٠–٢٥) . ويمثل الخط المتقطع التوزيع المتوقع لطاقة الكترون طليق .

ψ هي $e|\psi|^2$ ، لذا فان كثافة الشحنة في حالة ψ_1 تكون متمركزة بين الايونات الموجبة ، على حين في حالة ψ_2 تتمركز الشحنة عند الايونات نفسها . ان طاقة الالكترون الكامنة في نسق

من ايونات موجبة تكون عظمى عندما يكون الالكترون بين زوج متجاور من الايونات ، على حين تأخذ هذه الطاقة قيمة دنيا عندما يكون الالكترون عند الايونات نفسها . وعليه فان الطاقتين E_1 و E_2 ، التابعتين للموجتين المستقرتين ψ_1 و ψ_2 تختلفان . وليس هناك حل ثابت للحالة $k = \pm\pi/a$ ، ولذلك ليس هناك الكترون يمتلك طاقة مابين E_1 و E_2 .

والشكل (١٠–٢٨) يوضحّ توزيع طاقة الالكترونات في منطقتي بريلوين المبينين في الشكل (١٠–٢٥) . فنلاحظ عند طاقات واطئة $(E < \sim 2\ eV)$ للانموذج الخيالي المذكور في الشكل) أن المنحنيات تشبه تقريباً منحنيات طاقة الالكترونات الطليقة في الشكل (١٠–٢٠) . وهذه الصفة متوقعة ذلك لانه عند طاقات صغيرة تكون k صغيرة ايضاً ، وبالتالي فالالكترونات في النسق الدوري تتصرفّ وكأنها طليقة . وعندما تزداد الطاقة يزداد عدد الحالات الكمية المسموحة للالكترون بالنسبة لعدد الحالات لالكترون طليق ، وذلك نتيجة لتحورّ مناسيب الطاقة بتأثير النسق البلوري ؛ ذلك أن في النسق البلوري قيماً مختلفة أكثر لـ k لكلّ قيمة للطاقة . وعندما تكون $k = \pm\pi/a$ ، تقترب مناسيب الطاقة من السطوح الفاصلة لمنطقة بريلوين الاولى . ان طاقات اكبر من 4 eV (والخاصة للانموذج الحالي) تكون ممنوعة بالنسبة للالكترونات المتحركة بأتجاه x و y ، ولكن مثل هذه الطاقات يمكن أن تكون مسموحة عندما يتحرك الالكترون بالاتجاهات الاخرى . وكلما زادت الطاقة عن 4 eV ، انحصرت الحالات الكمية المسموحة في زوايا منطقة بريلوين الاولى ، وقلت $n(E)$. وأخيراً ، عند حوالي $6\frac{1}{2}$ eV لا تبقى حالة مسموحة في منطقة بريلوين الاولى ، أي أن $n(E) = 0$. والطاقة الدنيا في منطقة بريلوين الثانية هي أقل بقليل من 10 eV. وعند هذه الطاقة يبدأ تكوين مناسيب طاقة تشبه مناسيب الطاقة في منطقة بريلوين الاولى . والطاقة الفاصلة بين الطاقات المسموحة في منطقتي بريلوين الاولى والثانية هي حوالي 3 eV ، وهذه تساوي حزمة الطاقة الممنوعة .

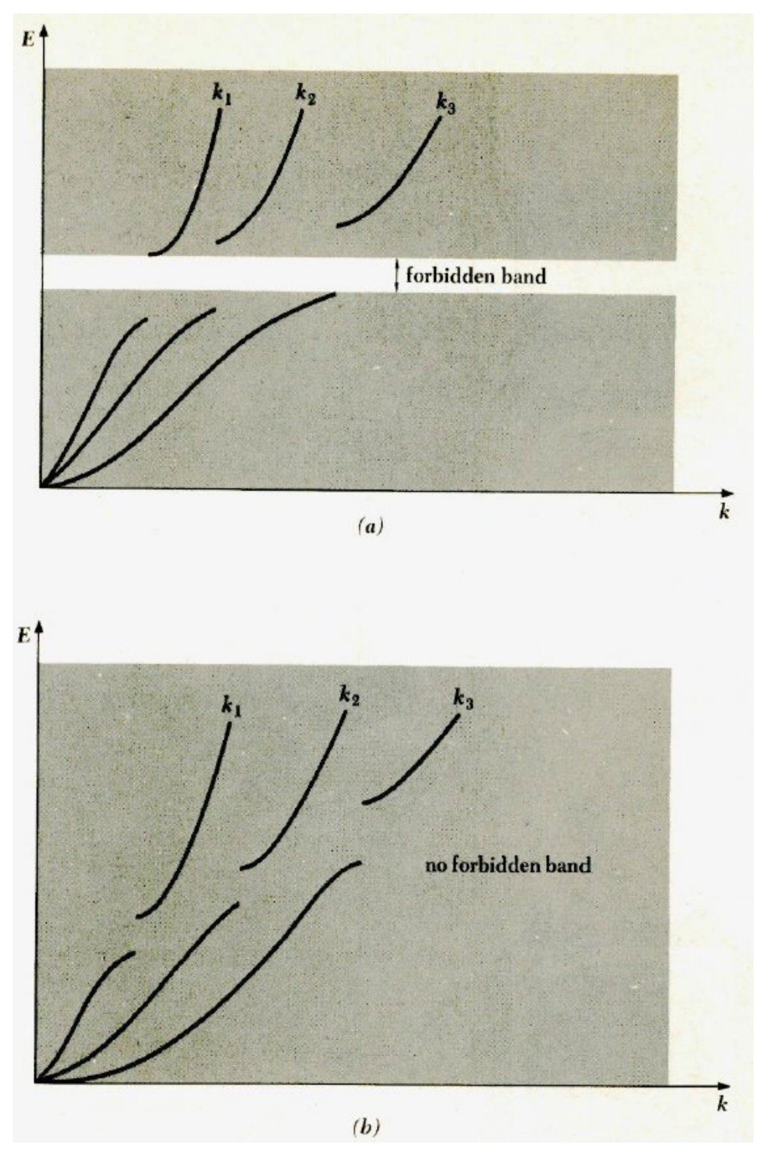
وعلى الرغم من أن هناك طاقة فاصلة بين مناطق بريلوين المتعاقبة لكل اتجاه من اتجاهات حركة الالكترون ، الاّ أن هذه الفواصل يمكن أن تتداخل مع الطاقات المسموحة لاتجاهات الحركة الاخرى ، وبذلك لا تتكون حزمة طاقة ممنوعة في البلورة ككلّ . ويتضمن الشكل (١٠–٢٩) منحنيات تغيّر E مع مركبات k الثلاثة ، في بلورة لها حزمة طاقة ممنوعة ، وفي بلورة حزمها المسموحة تتداخل بصورة كافية بعضها مع بعض بحيث لا تتكونّ حزمة ممنوعة .

وتعتمد الصفات الكهربائية لمادة صلبة على درجة اشباع حزم الطاقة للمادة وعلى تركيب هذه الحزم . وهناك حالتان مسموحتان للالكترون (واحدة لكل اتجاه من اتجاهي البرم) في كل حزمة ولكلّ وحدة تركيبية في البلورة . ونقصد بالوحدة التركيبية "structural unit"

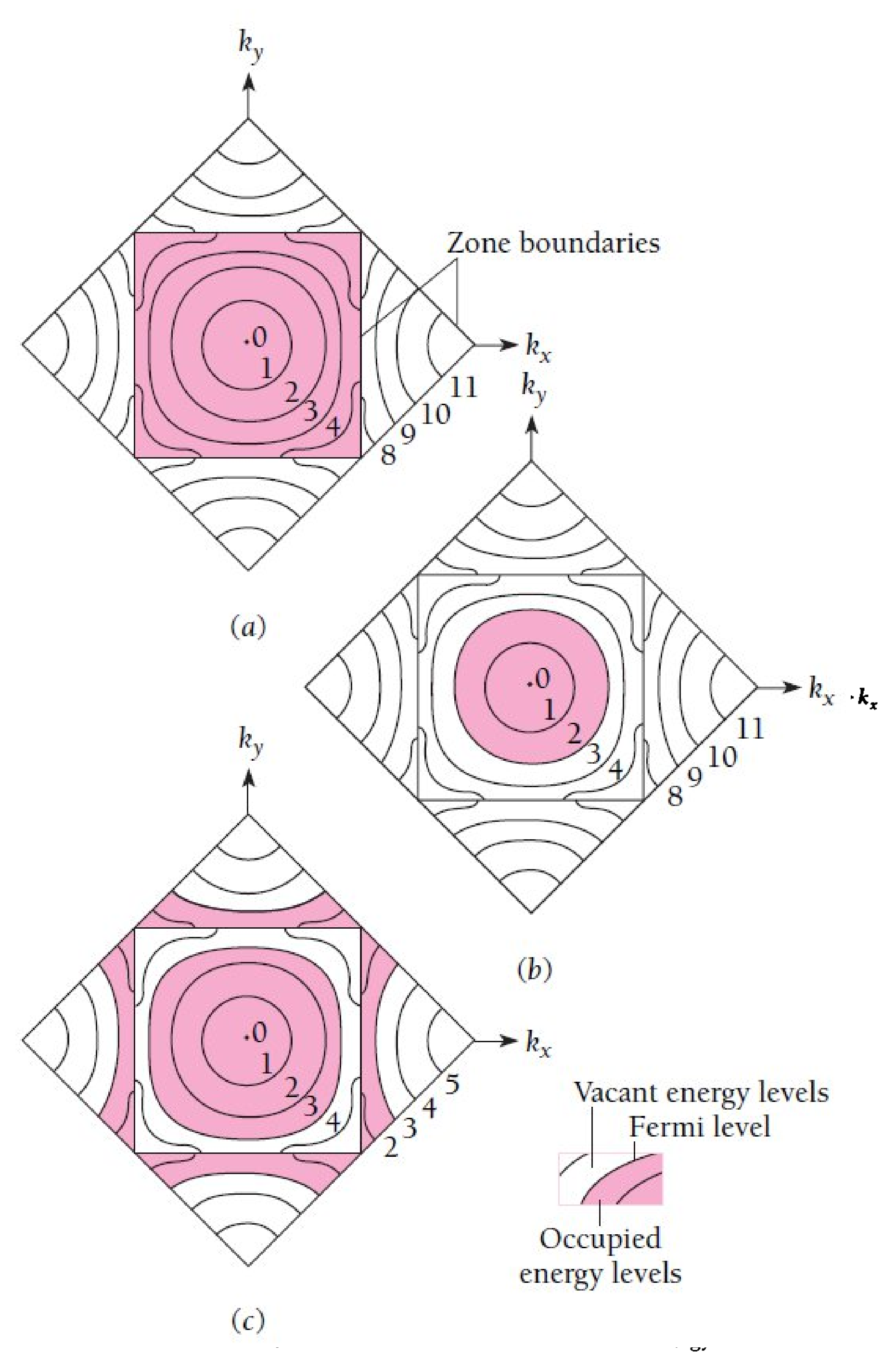
بأنها الذرة في حالة المعادن أو المواد الصلبة التساهمية كالماس ، والجزيئة في المواد الصلبة الجزيئية ، وزوج أيونات في مواد صلبة أيونية ، ..... تكون المادة الصلبة عازلة اذا ما تحقق الشرطان التاليان : أولاً ، يجب أن يكون هناك عدد زوجي من الالكترونات التساهمية في كل وحدة تركيبية . وثانياً ، يجب ان تكون حزمة الطاقة العليا مفصولة عن حزمة طاقة مسموحة اعلى بفاصل كبير بالنسبة لـ kT . سبب الشرط الاول هو التأكد من ان حزمة الطاقة العليا هي تماماً مشبعة ، في حين الشرط الثاني هو لمنع الالكترونات من اجتياز الطاقة الفاصلة لتصل الحزمة المسموحة الفارغة . فالماس الذي يحتوي على اربعة الكترونات تساهمية لكل ذرة ، والهيدروجين الصلب الذي يحتوي على الكترونيين تساهميين لكل جزيئة H_2 ، و $NaCl$ الذي يحتوي على ثمانية الكترونات تساهمية لكل زوج ايونات $Na^+—Cl^-$ ، جميعها تمتلك حزماً ممنوعة واسعة ، ولذلك فأنها تشكل مواد عازلة . ويوضح الشكل (١٠–٣٠ أ) مناسيب الطاقة لمادة عازلة خيالية .

وتتصف المادة الموصلة بأنها لا تحقق احد اوكلا الشرطين اللذين في اعلاه . لذلك فالمعادن القلوية التي تحتوي على عدد من الالكترونات التساهمية لكل وحدة تركيبية (الذرة) هي مواد موصلة . وكذلك المعادن الثنائية التكافؤ divalent metal كالمغنيسيوم والخارصين التي تكون حزم طاقاتها متداخلة تشكل أيضاً مواد موصلة . والشكلان (١٠–٣٠ ب) و (١٠–٣٠ ج) يوضحان مناسيب الطاقة لهذين النوعين من المعادن . وعندما تكون الحزمة الممنوعة في مادة عازلة ضيقة اومقدار تداخل الحزم المسموحة في معدن قليل ، فان هذه المواد تقع ضمن المواد شبه الموصلة ولا يمكن تسمية هذه المواد معادن أوغير معادن . ويدعى السطح الفاصل في فضاء k ، ذي الثلاث أبعاد ، بين الحالات المملوءة والفارغة ، بسطح فيرمي *Fermi surface*

وتشير التجارب العملية الى أن قابلية توصيل المعادن الثنائية التكافؤ كالبريليوم ، والخارصين والكادميوم ، انما نتيجة انتقال شحنات موجبة وليست الالكترونات . ويمكن تفسير هذه النتيجة غير المتوقعة على أساس تركيب الحزم ، وذلك بفرض ان تداخل سطح فيرمي مع الحزمة الفارغة المسموحة التالية صغير . وبذلك تتكون حالات غير مشغولة تظهر على شكل فجوات holes في الحزمة العليا . والفجوات المتكونة في الحزمة المملوءة تكون مسؤولة عن انتقال التيار في المادة ، في حين أن الالكترونات التي شغلت الحزمة الفارغة التالية ، لا تلعب دوراً مهماً في نقل التيار .



الشكل (١٠-٢٩) تغير E مع مركبات k الثلاثة في نوعين من البلورات . في الشكل (أ) هناك حزمة طاقة ممنوعة ، على حين في الشكل (ب) تتداخل الحزم المسموحة بعضها مع بعض ، وبذلك لاتتكون حزمة ممنوعة .



الشكل (١٠-٣٠) مناسيب طاقة الالكترون ومستويات فيرمي في ثلاثة انواع من المواد الصلبة : (أ) مادة عازلة ، و(ب) معدن أحادي التكافؤ ، و (جـ) معدن ثنائي التكافؤ ان الطاقات مقاسة بوحدة الالكترون - فولت .

١٠–١١ الكتلة الفعلية EFFECTIVE MASS

نتيجة لتفاعل الالكترون من النسق البلوري ، فان الكتلة الفعلية *effective mass* للالكترون بالنسبه لقوة خارجية لا تساوي بصورة عامة كتلة الالكترون الطليق . وهذه الظاهرة ليست غريبة ؛ ذلك لأن جسماً محدداً لا يتصرّف كجسيم طليق .

ويمكننا تصحيح نتائج نظرية الالكترون الطليق للمعادن في البندين (١٠–٧) و (١٠–٨) وذلك بالتعويض عن كتلة الالكترون m بمعدل الكتلة الفعلية m^* عند سطح فيرمي . وعليه فان طاقة فيرمي في معدن تصبح :

$$u_F = \frac{h^2}{2m^*}\left(\frac{3N}{8\pi V}\right)^{2/3} \quad \text{طاقة فيرمي} \qquad (١٠–٢٥)$$

حيث N/V تمثّل كثافة الالكترونات التساهمية . والجدول (١٠–٥) يبينّ النسبة m^*/m لبعض المعادن .

Metal		m^*/m
Lithium	Li	1.2
Beryllium	Be	1.6
Sodium	Na	1.2
Aluminum	Al	0.97
Cobalt	Co	14
Nickel	Ni	28
Copper	Cu	1.01
Zinc	Zn	0.85
Silver	Ag	0.99
Platinum	Pt	13

الجدول (١٠–٥) : النسبة m^*/m عند سطح فيرمي لبعض المعادن

تمرينـــــات

١ – ما تأثير (أ) قوة فاندرولز (ب) الحركة الاهتزازية عند الصفـــــر المطلـــــق zero-point oscillation للايونات والذرات حول مراكز توازنها ، على طاقة تماسك البلورات الايونية ؟

٢ – تؤدي قوة فاندرولز بين ذرتين He الى طاقة ترابط حوالي 6×10^{-5} eV ومسافة توازن حوالي 3 Å . استخدم مبدأ عدم التحديد لأثبات أنه لايمكن تكوين He الصلب تحت الضغوط الأعتيادية (أقل من 25 ضغط جوي) .

٣ – ان ظاهرة جول وثومسن *Joule-Thomson effect* تتضمن هبوط درجة حرارة غاز عندما ينتقل ببطء من وعاء مملوء الى وعاء فارغ خلال حاجز مثقب . ولما كان التمدد يحدث في وعاء صلب ، لذلك فانه لايتم انجاز شغل ميكانيكي في هذه العملية . وضح ظاهرة جول وثومسن على اساس قوة ترابط فاندرولز بين الجزيئات .

٤ – ان الجدول التالي يبين المسافات الفاصلة بين الأيونات ، ودرجات انصهار هاليدات الصوديوم :

	NaF	NaCl	NaBr	NaI
المسافة الفاصلة	2.3	2.8	2.9	3.2
درجة الانصهار	988	801	740	660

وضح التغير المنتظم لهذه الكميات مع العدد الذري للهالوجين halogen

٥ – استخدم فكرة حزم الطاقة لتفسير الصفات الضوئية التالية للمواد الصلبة : (أ) جميع المعادن تكون غير شفافة للضوء لجميع الاطوال الموجية . و (ب) المواد شبه الموصلة تكون شفافة للموجات تحت الحمراء على حين هي غير شفافة للضوء المرئي. و(ج) معظم المواد العازلة تكون شفافة للضوء المرئي .

٦ – ان الطاقة الفاصلة في السلكون تساوي 1.1 eV ، وفي الماس تساوي 6 eV. ناقش شفافية هذين المعدنيين للضوء المرئي .

٧ – اضيفت نسبة صغيرة من الانديوم indium الى بلورة جرمانيوم . هل تصبح البلورة شبه موصلة من النوع n ام النوع p ؟

٨ – اضيفت نسبة صغيرة من الانتيمون antimony الى بلورة جرمانيوم . هل تصبح البلورة شبه موصلة من النوع n ام النوع p ؟

٩- ما العلاقة بين الحقيقة ان الالكترونات الطليقة في معدن تتبع احصاء فيرمي ، والحقيقة ان الظاهرة الـكهروضوئية تقريبا لاتعتمد كليا على درجة الحرارة ؟

١٠- (أ) ما مقدار الطاقة اللازمة لتكوين زوج الايونات K^+ و I^- من زوج من هذه الذرات ؟ (ب) ما المسافة الفاصلة بين K^+ و I^- لكي تساوي الطاقة الـكلية للنظام صفرا ؟

١١- (أ) ما الطاقة اللازمة لتكوين زوج الايونات Li^+ و Br^- من زوج من هذه الذرات ؟ (ب) ما المسافة الفاصلة بين Li^+ و Br^- لكي تساوي الطـاقة الـكلية للنظام صفرا ؟

١٢- اثبت ان اول خمسة حدود في سلسلة ثابت ماديلونك لـ NaCl هـي

$$\alpha = 6 - \frac{12}{\sqrt{2}} + \frac{8}{\sqrt{3}} - \frac{6}{2} + \frac{24}{\sqrt{5}} - \cdots$$

١٣- ان طاقة تأين البوتاسيوم هي 4.34 eV ، والالفة الالكترونية للكلور هي 3.61 eV. وثابت ماديلونك لـ KCl هو 1.748 والمسافة بين الايونات المتعاكسة هي 3.14 Å . احسب على اساس هذه الارقام طاقة تماسك KCl . (ب) ان طاقة التماسك المشاهدة عمليا لكل زوج من الايونات لـ KCl تساوي 6.42 eV . وعلى فرض ان الفرق بين هذا العدد والعدد المحسوب في الفرع (أ) ناتج من القوة المتولدة بفعل مبدأ الانفراد ، احسب الاس n في الحد Br^{-n} من الطاقة الـكامنة الناشئة من المصدر الاخير .

١٤- اعد الحسابات في التمرين (١٣) لحالة LiCl ذات ثابت ماديلونك 1.748 ، مسافة بين الايونات تساوي 2.57 Å ، وطاقة التماسك المشاهدة عمليا لكل زوج من ايونات Li مقدارها 6.8 eV، وطاقة تاين مقدارها 5.4 eV .

١٥- ان الطاقة الـكامنة لزوج من ذرات مادة صلبة كدالة للازاحة x بالنسبة لمسافة التوازن عند 0 K، هي $V(x) = ax^2 - bx^3 - cx^4$ (والحدود غير التـوافقيـة anharmonic $-bx^3$ و $-cx^4$ توضح عدم تناظر قوة التنافر والتجاذب حول نقطة التوازن ، وانعدام قوة التجاذب عند ازاحات كبيرة) . وعند درجة حرارة T، النسبة بين احتمالية ازاحة مقدارها x الى احتمالية ازاحة مقدارها صفر هي $e^{-V/kT}$ ؛ وعلى هذا يكون متوسط الازاحة x عند هذه الدرجة :

$$\bar{x} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} x e^{-V/kT}\, dx}{\int_{-\infty}^{\infty} e^{-V/kT}\, dx}$$

اثبت عندما تكون الازاحات صغيرة ان $\bar{x} \approx 3bkT/4a^2$. وهذه النتيجة تفسر لماذا يتناسب التمدد الطولي الحراري لمادة صلبة مع ΔT ؟

١٦- ان طاقة فيرمي للنحاس هي 7.04 eV (أ) بصورة تقريبية . ما نسبة الالكترونات الطليقة في النحاس التي تكون متهيجة عند درجة حرارة الغرفة ؟ (ب) عند درجة انصهار النحاس 1083°C ؟

١٧- ان طاقة فيرمي للفضة هي 5.51 eV . (أ) ما معدل طاقة الالكترونات الطليقة في الفضة عند 0 K ؟ (ب) ما درجة الحرارة اللازمة لكي يكون معدل طاقة جزيئة غازا مثاليا مساويا لهذه الطاقة ؟ (ج) ما سرعة الالكترون عند هذه الطاقة ؟

١٨- ان كثافة الالمنيوم هي $2.70\ g/cm^3$ ووزنه الذري هو 26.97 ، والتركيب الالكتروني للالمنيوم موضح في الجدول (٧-٢) (لاحظ ان فرق الطاقة بين الحالتين $3s$ و $3p$ صغير جدا) ، والكتلة الفعلية للالكترون في الالمنيوم هي $0.97\ m_e$. احسب طاقة فيرمي للالمنيوم .

١٩- ان كثافة الخارصين Zn هي $7.13\ g/cm^3$ ، ووزنه الذري هو 65.4 ، التركيب الالكتروني للخارصين موضح في الجدول (٧-٢) ، والكتلة الفعلية للالكترون في الخارصين هي $0.85\ m_e$. احسب طاقة فيرمي للخارصين .

٢٠- وضح لماذا الالكترونات الطليقة في معدن لاتلعب دوراً مهماً في تحديد قيمة الحرارة النوعية specific heat للمعدن .

٢١- جد النسبة بين الطاقتين الحركتين الالكترونين في نسق مربّع ذي بعدين ، احدهما يمتلك $k_x = k_y = \pi/a$ ، والآخر يمتلك $k_x = \pi/a,\ k_y = 0$

٢٢- حدد منطقة بريلون الثالثة للنسق المربع ذي البعدين في الشكل (١٠-٢٣) .

٢٣- أضيفت نسبة صغيرة من الفسفور الى عينة من الجرمانيوم . أفترض أن أحد الالكترونات التساهمية الخمسة للفسفور تدور بمدار بور حول كل أيون P^+ في نسق الجرمانيوم ؛ (أ) اذا كانت الكتلة الفعلية للالكترون في البلورة هي $0.17\ m_e$ وثابت عزل الجرمانيوم dielectric constant يساوي 16 ، جد نصف قطر أول مدار بور للالكترون . (ب) ان الطاقة الفاصلة بين الحزمة التساهمية valence band وحزمة التوصيل conduction band في الجرمانيوم هي 0.65 eV . قارن بين طاقة التأين للالكترونات المذكورة في أعلاه وقيمة الطاقة الفاصلة و kT عند درجة حرارة الغرفة .

٢٤- أعد الحسابات في التمرين (٢٣) لحالة عينّة من السليكون تحوي على نسبة من الزرنيخ ، اذا علمت أن الكتلة الفعلية للالكترون في السليكون حوالي $0.31\ m_e$ ، وثابت عزل السليكون يساوي 12 ، والطاقة الفاصلة للسليكون هي 1.1 eV

٢٥- ان حساب طاقة فيرمي للنحاس في البند (١٠-٧) لم يأخذ بنظر الأعتبار الفرق بين m_e و m_e^* مع هذا فالقيمة u_F المستنتجة كانت تقريباً صحيحة . لماذا ؟

٢٦- يمكن قياس الكتلة الفعلية m° لحامل التيار current carrier في شبه موصل بصورة مباشرة بواسطة تجربة رنين السايكلترون *cyclotron resonance* ففي هذه التجربة تتحرك حاملات التيار (الالكترونات الفجوات) في مدارات حلزونية حول اتجاه مجال مغناطيسي خارجي مسلط B . ويسلط مجال كهربائي متناوب بأتجاه عمودي على B ، حيث يحصل امتصاص رنيني resonant absorption للطاقة من هذا المجال عندما يكون تردده ν مساوياً لتردد دوران الحاملات ν_c . (أ) اشتق معادلة لـ ν_c بدلالة m° و e و B.(ب) اذا كانت $B = 0.1\ \mathrm{T}$ وان أشد امتصاص يحدث عند $\nu = 1.4 \times 10^{10}\ \mathrm{Hz}$ جد m° (ج) جد القيمة العظمى لنصف قطر مدار حامل الشحنة في هذه التجربة ، اذا كانت سرعته تساوي $3 \times 10^4\ \mathrm{m/s}$

الفصل الحادي عشر

فيزياء النواة

كنا قد اعتبرنا في الفصول السابقة ان نواة الذرة nucleus هي جسيمة نقطية ذات شحنة موجبة وأن الالكترونات الذرية هي المسؤولة عن صفات الذرات (عـدا كتلها) والجزيئات والمواد الصلبة . لكن هذ لايعني أنه ليس للنواة أيّ تأثيرمهم على الصفات العامة للمادة . فعلى سبيل المثال ، ان سبب وجود العناصرالمختلفةيعود الى أن النواة لها القابلية على أن تمتلك مضاعفات وحدة الشحنة الموجبة. وهذه الصفة هي مركز اهتمام الفيزياء النووية بالاضافة الى ذلك أن الطاقة المتدفقة في الكون تنشأ أساساً من التفاعلات والتحولات النووية ان ما نسمعه عن الطاقة النووية واستخداماتها يكفي لتوضيح أهمية النواة .

١١ – ١ الكتل الذرية ATOMIC MASSES

تحتوي نواة الذرة على جميع كتلتها تقريباً . تعطينا كتلة الذرة معلومات كثيرة حول نوى الذرةنفسها . والجهاز الذي يستخدم لقياس كتل الذرات يدعى : مقياس الطيف الكتلي *mass spectrometer* ان محللات الكتل الحديثة تستطيع قياس كتل الذرات بخطأ لايتجاوز $1 / 10^6$

ونشير الى كتلة الذرة بانها كتلة الذرة المتعادلة وليست كتلة النواة العارية . أي ان كتل الالكترونات والكتل المكافئة لطاقة ترابطها بالذرة ، هي محسوبة ضمن الكتل الذرية المجدولة في الجداول الفيزياوية . ومن الملائم كتابة كتل الذرات بوحدة الكتلة (*mass units*) u ، حيث انّ كتلة نظير الكربون الاكثروجودا في الطبيعة تأخذ بالتعريف القيمة .u . . . 12.000

وقيمة وحدة الكتلة بالكيلوغرام لخمسة أرقام معنوية هي

$$1\ \text{u} = 1.6604 \times 10^{-27}\ \text{kg}$$

والطاقة المكافئة لهذه الكتلة هي : 931.48 MeV .

بعد فترة قصيرة من بداية قياس الكتل الذرية في بداية هذا القرن ، تبين أنه ليست

جميع ذرات نفس العنصر لها نفس الكتلة . والذرات المختلفة (بالكتلة) لنفس العنصر تدعى بالنظائر *isotopes* وهناك اصطلاح آخر شائع هو النويدة nuclide التي ترمز الى نواة كل من النظائر . أي ان كل نظير يتمثل بنويدة مختلفة . ان الكتل الذرية المدرجة في الجدول (٧-١) هي معدل الكتل الذرية للنضائر . وهذه الكتل هي التي تهم الكيمياويين بصورة مباشرة . الجدول (١١ - ١) يبين الكتل الذرية ووجودها النسبي relative abundances لخمسة نظائر مستقرة للخارصين . فهذه الكتل تتباين بين 63.92914 u و 69.92535 u ووجودها النسبي يتباين بين 0.62 % و 48.89 % . ان متوسط هذه الكتل هو 65.38 u وهذا المتوسط يمثل كتلة ذرة الخارصين في الحسابات الكيمياوية . هناك عشرون عنصرا لها نظير واحد . ومن هذه العناصر الفلور . والصوديوم والالمنيوم .

وحتى الهيدروجين له ثلاثة نظائر . الا أن النظيرين الثقيلين يشكلان 0.015 % فقط بالنسبة للهيدروجين الاعتيادي الخفيف . والكتل الذرية لنظائر الهيدروجين الثلاثة هي 1.007825 ، 2.014102 و 3.01605 u والنظيران الاخيران يدعيان بالديوتيريوم *deuterium* و التريتيوم *tritium* ، على التوالي . (تدعى نواة التريتيوم بالتريتون *tritons* ، وهذه النواة غير مستقرة حيث تنحل decay الى أحد نظائر الهليوم) . ان نواة أخف نظائر الهيدروجين هو البروتون *proton* الذي كتلته

$$m_p = 1.0072766 \text{ u}$$
$$= 1.6725 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

وهذه القيمة ضمن حدود الخطأ التجريبي تساوي كتلة الذرة ككل ناقصا كتلة الالكترون في المدار الذري . والبروتون مثل الالكترون هو جسيم أولي elementary particle. وليس متكون من جسيمات أخرى . (وسوف ندرس الجسيمات الاولية ببعض التفصيل في الفصل الثالث عشر).

هناك توافق يلفت النظر في قائمة كتل النظائر . فكتلة النظير دائما قريبة من مضاعفات كتلة نظير الهيدروجين الخفيف 1.007825 u فمثلا ، كتلة الديوتيريوم تساوي تقريباً ضعف كتلة نظير الهيدروجين الخفيف ، وكتلة التريتيوم تساوي تقريبا ثلاثة أضعاف كتلة الهيدروجين الخفيف . وكتل نظائر الخارصين المبيّنة في الجدول (١١ - ١) هي أمثلة اخرى لهذه الخاصية. حيث أنها تساوي تقريباً ,64, 66, 67, 68 و 70 مرة بقدر كتلة نظير الهيدروجين الخفيف ، وعليه لربما نعتقد ان جميع النوى تتكون من بروتونات (نوى الهيدروجين الخفيف) مرتبطة بعضها مع بعض بطريقة ما . لكن دراسة دقيقة تنفي هذا الاحتمال ، اذ أن كتلة نويدة nuclide اكبر من كتلة عدد من ذرات الهيدروجين . يساوي العدد الذري atomic number Z للنويدة . (الشحنة النووية لذرة تساوي $+Ze$)فيساوي العدد الذري للخارصين

30 ، على حين أن جميع نظائر هذا العنصر لها كتل ذرية اكبر من ضعف كتلة 30 ذرة هيدروجين .

وثمة فكرة اخرى ترد الى اذهاننا هي انه لربما ان هناك عدد من الالكترونات في نوى الذرات تعادل شحنة بعض البروتونات الموجودة . مثلا ، ان نواة الهليوم التي كتلتها الذرية اربعة اضعاف كتلة البروتون وشحنتها $+2e$ ، تتكون من اربعة بروتونات والـكترونين . ان هذه الفكرة تلاقي دعما من بعض المشاهدات العملية حيث ان بعض النوى تبعث تلقائيا الـكترونات *beta decay* ، فيمكننا تفسير هذه الظاهرة بسهولة اذا افترضنا وجود الالكترون في النواة .

وعلى الرغم من جاذبية نظرية وجود الالكترون في النواة فان هناك عددا من الاعتراضات الجوهرية على هذه النظرية .

١ . حجم النواة :

ان قطر النواة هو $\sim 10^{-14}$ m فقط . ولكي ينحصر الـكترون في حيز صغير كهذا ، فانه يتطلب حسب مبدأ عدم التحديد ، خطأً في زخمه قدره $\Delta p \geqslant$ 1.1×10^{-20} kg-m/s(لاحظ البند ٣–٧) . ان زخم الالكترون يجب ان يساوي في الاقل القيمة الدنيا للخطأ Δp . والطاقة الحركية للالكترون التابعة لزخم 1.1×10^{-20} kg-m/s هي 21 MeV . (ويمكننا كذلك الحصول على هذه القيمة بحساب الطاقة الارضية لالكترون في صندوق عرضه يساوي قطر النواة ، ولما كانت $T \gg m_0c^2$ فيجب علينا في هذه الحالة ان نجري الحسابات آخذين بنظر الاعتبار الـكتلة النسبية) . ان الالكترونات المنبعثة خلال عملية انحلال بيتا beta decay والمشاهدة عمليا ، لها طاقة بحدود 2 او3 MeV وهـذه الطـاقات هي بحدود عشر مرات اقل من طاقة الالكترون لـوكان داخل النواة

ان مبدأ عدم التحديد يؤدي الى نتائج مختلفة تماما عند تطبيقه على البروتون في النواة فبروتون زخمه 1.1×10^{-20} kg-m/s له طاقة حركية $T \ll m_0c^2$ ، وبذلك نستطيع حساب طاقته الحركية كلاسيكيا ، حيث نجد :

$$T = \frac{p^2}{2m}$$

$$= \frac{(1.1 \times 10^{-20}\ \text{kg-m/s})^2}{2 \times 1.67 \times 10^{-27}\ \text{kg}}$$

$$= 3.6 \times 10^{-14}\ \text{J}$$

$$= 0.23\ \text{MeV}$$

ووجود بروتون داخل النواة بمثل هذه الطاقة الحركية هو تماما مقبول .

٢ – برم النواة :

البروتونات والالكترونات التي هي جسيمات فيرمي لها برم $\frac{1}{2}$ ، اي ان زخمها الزاوي يساوي $\frac{1}{2}\hbar$. وعليه فالنوى التي مجموع بروتوناتها والـكتروناتها عدد زوجي يجب ان يكون برمها عددا صحيحا . في حين ان النوى التي مجموع بروتوناتها والـكتروناتها عدد فردي يجب أن يكون برمها انصاف أعداد صحيحة . ان هذا التوقع لا يتحقق عمليا . فالعدد الذري للديوتيرون deuteron (احد نظائر الهيدروجين ، الديوتيريوم) يساوي 1 وعدده الـكتلي 2 . وهذه النواة ، حسب نظرية وجود الالكترون في النواة ، يجب ان تتكون من بروتونين والـكترون واحد . ولذا فان برم نواة $^{2}_{1}H$ سوف يتحدد بالقيم $-\frac{3}{2}$ و $-\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{2}$. على حين البرم المشاهد عمليا للديوتيرون هو 1 . وهذا التناقص يوضح فشل فكرة وجود الالكترون في النواة .

٣ – العزم المغناطيسي :

ان العزم المغناطيسي للبروتون هو 1.5×10^{-3} من العزم المغناطيسي للالكترون . وعليه فالعزوم المغناطيسية للنوى يجب ان تساوي تقريبا مضاعفات العزم المغناطيسي للالكترون اذا فرضنا وجود الالكترون في النواة . لكن المشاهدات العملية تبين العزوم المغناطيسية للنوى مقاربة للعزم المغناطيسي للبروتون وليس لعزم الالكترون . وهذا التناقض يشكل نقطة اخرى ضد فكرة وجود الالكترون في النواة .

٤ – تفاعل الالكترون مع النواة :

من الملاحظ عمليا ان قوى الترابط بين مكونات النوى تكون طاقات ترابط حوالي 8 MeV لكل جسيم ولذلك من الصعب ان نفسر الحالة التالية : اذا كانت الالكترونات تتفاعل مع البروتونات بقوة كبيرة لتكوين النوى ، فلماذا تتفاعل الالكترونات المدارية مع النواة بقوة الـكتروستاتيكية ضعيفة فقط ؟ او بعبارة اخرى ، كيف تستطيع نصف الالكترونات في ذرة ان تهرب من قوى الترابط القوية مع البروتونات لتدور في المدارات الذرية ؟ نظيف الى ذلك ، عند دراسة تشتت الـكترونات سريعة من النوى ، تظهر هذه الالكترونات متأثرة بقوة الـكتروستاتيكية فقط . على حين تشتت بروتونات سريعة من النوى يكشف وجود قوى نووية قوية بالاضافة الى القوى الالكتروستاتيكية .

ان الصعوبات التي تواجه نظرية وجود الالكترون في النواة كانت معروفة من وقت طويل قبل اكتشاف النظرية الصحيحة لتركيب النواة . ولم يكن المكون الاخر الغامض للنواة

معروفا حتى عام 1932 ، اذ اكتشف العالم شادويك «Chadwick» النيوترون neutron .

١١ – ٢ النيوترون THE NEUTRON

تم فهم التركيب النووي عام 1932 . وقبل سنتين من هذا التاريخ ، أكتشف الفيزياويان الألمان بوث W. Bothe وبيكر H. Becker أنه عندما يقذف البرليوم beryllium بجسيمات ألفا alpha particles ، المنبعثة من عينّة من البولونيوم polonium تنبعث اشعاعات ذات قابلية شديدة الأختراق للمواد. تحقق لبوث وبيكر من أن هذه الأشعة لا تمتلك شحنة وعليه كان من المعقول أن يفترض هذان العالمان بأنها أشعاعات كاما gamma rays (وأشعة كاما هي موجات كهرومغناطيسية ذات أطوال موجية صغيرة) . ولوكان هذا التفسير صحيحا ، لكانت القابلية الشديدة لهذه الاشعاعات لأختراق المادة (بضعة سنتيمترات من الرصاص) تشير الى أنها يجب أن تكون ذات أطوال موجيّة قصيرة جدا غير مألوفة سابقا . وقد أبدى فيزياويون آخرون اهتماما بهذه الاشعاعات وقاموا بعدد من التجارب لمعرفة صفاتها بالتفصيل. وفي احدى هذه التجارب لاحظ كوري I. Curie وجوليوت F. Joliot أنه عندما تسقط هذه الأشعة على كتلة من البرافين (مادة غزيرة بالهيدروجين) تنبعث من الأخيرة بروتونات الى الخارج . وللوهلة الأولى لاتبدو هذه الظاهرة غريبة ؛ اذ تستطيع الأشعة السينية أن تعطي طاقة الى الالكترونات خلال تصادم كومبتن ، وبنفس الطريقة نتوقع أن أشعة كاما ذات الأطوال الموجية الأقصر تستطيع أن تعطي طاقة الى البروتونات .

ولقد وجد كوري وجوليوت أن طاقة البروتونات المندفعة قد تصل الى حوالي 5.3 MeV . ونستطيع من المعادلة (٢–١٥) أن نحسب الطاقة الدنيا لفوتون يعطي هذه الطاقة الحركية للبروتون عن طريق تصادم كومبتن . ونتيجة هذا الحساب تبين أننا نحتاج الى طاقة دنيا للفوتون مقدارها 53 MeV . وهذه النتيجة غريبة لأنه لم تعرف نواة تبعث اشعاعات بمثل هذه الطاقة العالية . وبالأضافة الى ذلك فحسابات على أساس التفاعل المزعوم بين جسيمات ألفا والبرليوم ، لتكوين نواة الكربون وانبعاث فوتون ، تشير الى نقصان في الكتلة مقداره 0.01144 u أو فقط 10.7 MeV . وهذه الطاقة حوالي 1/5 الطاقة اللازمة لفوتون أشعة كاما لكي يدفع بروتونا بطاقة حركية 5.3 MeV خارج البرافين .

وفي عام 1932 اقترح شادويك J Chadwick زميل راذرفورد Rutherford نظرية جديدة لتفسير الاشعاعات المبهمة المنبعثة من البرليوم عند قذفها بجسيمات ألفا . وافترض هذا العالم أن هذه الاشعاعات جسيمات متعادلة neutral *particles* ذات كتلة تساوي

كتلة البروتون تقريبا ، وسماها النيوترونات *neutrons* . ان قابلية هذه الجسيمات لأختراق المادة هي بنتيجة تعادلها الكهربائي . وتحقق كتلها المقترحة بصورة جيدة طاقة البروتونات المندفعة . ذلك أن جسيما متحركا يعمل تصادما مباشرا head-on collision مع جسيم ساكن له نفس الكتلة ، يستطيع أن يعطي جميع طاقته الى الجسيم الساكن . وعليه فالطاقة العظمى 5.3 MeV المكتسبة من قبل البروتون تتطلب نيوترون ذا طاقة حركية 5.3 MeV فقط ، بدلا من 53 MeV اللازمة لأشعة كاما لأحداث نفس التأثير . وبينت تجارب أخرى أنه يمكن طرد نوى ذرات خفيفة كالهيليوم والكربون والنتروجين من مواد ماصة مناسبة ، عند قذفها بالأشعة المنبعثة من البرليوم نتيجة تفاعله مع جسيمات ألفا . وتتفق الطاقات المكتسبة من قبل هذه النوى تماما مع نظرية النيوترون . والحقيقة هي أن شادويك توصل الى أن كتلة النيوترون m_n تساوي تقريبا كتلة البروتون m_p من قياس طاقة البروتون ونواة الهيدروجين المندفعة .

وقبل أن نتكلم عن دور النيوترون في التركيب النووي ، نبين أن النيوترون جسيم غير مستقر عندما يوجد منفردا خارج النواة . فيستحيل نيوترون طليق الى بروتون والكترون ومضاد النيوترينو antineutrino . وان العمر النصفي half life لنيوترون طليق هو 10.8 min وبعد اكتشاف النيوترون تبين أنه يمثل اللبنة المجهولة في التركيب النووي . ان كتلة النيوترون هي

$$m_n = 1.0086654 \text{ u}$$
$$= 1.6748 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

وهذه أكثر بقليل من كتلة البروتون . ويساوي برم النيوترون ½ . فالتعادل الكهربائي للنيوترون ، وكتلته ، وبرمه تتفق تماما مع التركيب النووي . ونعرف اليوم أن النيوترون والبروتون يشكلان اللبنات الأساس للتركيب النووي .

الاصطلاحات والرموز التالية هي كثيرا ما تستخدم في الفيزياء النووية :

Z = العدد الذري = عدد البروتونات في النواة

atomic number

N = عدد النيوترونات في النواة

neutron number

A = Z + N = العدد الكتلي = عدد البروتونات + النيوترونات في النواة

mass number

والاصطلاح نويّة *nucleon* يشير الى كل من البروتون والنيوترون . وعليه فالعدد الكتلي (mass number) A يساوي عدد النويات في النواة . ونميز النويدات بالصيغة التالية :

$$^{A}_{Z}\text{X}$$

حيث X الرمز الكيمياوي للعنصر . فمثلا ، نظير الزرنيخ ذي العدد الكتلي 75 يأخذ الرمز

$$^{75}_{33}\text{As}$$

حيث انَّ العدد الذري للزرنيخ يساوي 33 . وبنفس الطريقة نواة الهيدروجين الأعتيادي التي تتكون من بروتون واحد تأخذ الرمز $^{1}_{1}H$

ففي هذه الحالة يساوي العدد الكتلي العدد الذري ؛ لأنه ليس هناك نيوترون في النواة .

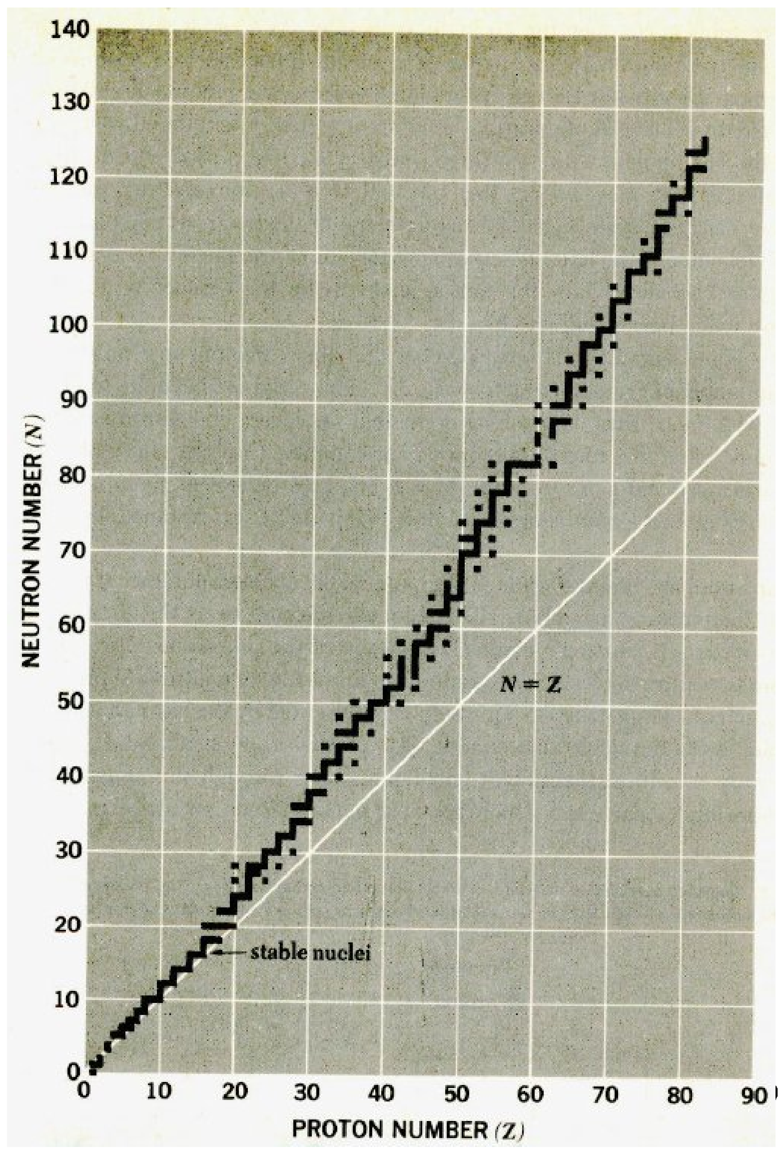
ان تركيب النوى من بروتونات ونيوترونات يفسر وجود النظائر ، ذلك أن جميع نظائر عنصر لها نفس عدد البروتونات ، ولكن عدد نيوتروناتها مختلف . ولما كانت الشحنة النووية هي المسؤولة عن الصفات الذرية للعنصر ، فان نظائر العنصر المختلفة لها نفس الصفات الكيمياوية ، وان اختلفت بأوزانها الذرية .

١١ - ٣ النوى المستقرة STABLE NUCLEI

ليست كل مجاميع النيوترونات والبروتونات تكون نوى مستقرة stable nuclei فبصورة عامة ، النوى الخفيفة $(A < 20)$ تحوي نفس العدد من النيوترونات والبروتونات تقريبا على حين يزداد في النوى الثقيلة عدد النيوترونات بالنسبة للبروتونات وبصورة تدريجية. ويوضح الشكل (١١-١)تغيّرعدد النيوترونات N مع عدد البروتونات Z للنوى المستقرة .

ان ميل N لتساوي Z ينتج من وجود مستويات طاقة نووية nuclear energy levels سنناقشها بعد فترة وجيزة . ان النويات تتبع لمبدأ الأنفراد ، لأن برمها يساوي ½ . ونتيجة لذلك يستطيع كل مستوى طاقة في النواة أن يحوي نيوترونين ذوي برمين متعاكسين وبروتونين ذوي برمين متعاكسين فقط . ان مستويات الطاقة في النواة تمتلىء تباعا ، كما في حالة مستويات الطاقة الالكترونية في الذرات . وبهذه الطريقة تمتلك النواة طاقة دنيا وبالتالي تكون ذات استقرارية عظمى . ان نواة ذات ثلاثة نيوترونات وبروتون واحدا خارج مستويات داخلية مملوءة ، تمتلك طاقة أعلى من نواة ذات نيوترونين وبروتونين خارج نفس المستويات. والسبب في ذلك هو أن احدى النيوترونات في الحالة الأولى يجب أن تذهب الى مستوى طاقة أعلى ، على حين في الحالة الثانية أن النويات الأربعة تكون في ادنى مستوى غيرمشغول الشكل (١١-٢) يوضّح كيف يمكننا تفسير عدم استقرارية النظير $^{12}_{5}B$ ولماذا $^{12}_{6}C$ يكون مستقرا .

ان الملاحظات السابقة توضّح جزءاً من المسألة ؛ اذ تمتلك البروتونات شحنات موجبة وبذلك ينفر بعضها من بعض الكتروستاتيكيا . وتكون قوة التنافر هذه كبيرة جدا في حالة النوى التي تحوي أكثرمن عشرة بروتونات ، فهذه النوى تحتاج الى زيادة في عدد النيوترونات لتوليد قوة تجاذب تساعد على استقرار النواة وعليه ، كما هوموضحٌ في الشكل (١١-١) ،



الشكل (١١– ١) مخطط النيوترون – البروتون للنويدات المستقرة . نلاحظ انه ليس هناك نويدات مستقرة ذات $Z = 61$ أو $Z = 43$ ، وكذلك النويدات ذات $N = 19, 35, 39, 45, 61, 89, 115, \text{or } 126,$ النويدات ذات $A = Z + N = 5$ وتكون غير مستقرة وجميع النويدات ذات $Z > 83$, $N > 126$ او $A > 209$ هي غير مستقرة .

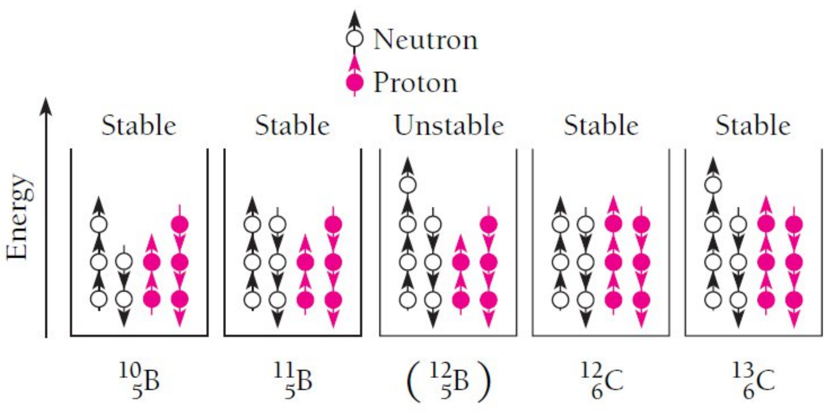
نجد أن الخط البياني بين N و Z ينحرف أكثر فأكثر عن الخط المستقيم $N = Z$ كلما زادت Z . وحتى في النوى الخفيفة يمكن لـ N أن تكون أكبر من Z ، ولكن العكس غير صحيح .

فمثلا ، $^{11}_{5}B$ هو نظير مستقر على حين $^{11}_{6}C$ غير مستقر .

انّ القوى النووية قصيرة المدى ، وعليه فان النويات يتفاعل بعضها مع بعض بقوه عندما تكون متجاورة فقط ، ويشار لهذه الظاهرة باشباع القوى النووية saturation of nuclear forces . ولما كانت قوة كولوم coulomb repulsion الالكتروستاتيكية بعيدة المدى ، لذلك فان هناك حداً لقابلية النيوترونات على أن تعاكس فعل قوة التنافر الالكتروستاتيكية في حالة النوى الثقيلة . فاثقل نويدة مستقرة هي نظير البزموث $^{209}_{83}Bi$، التي تمثّل الغاية العظمى التي عندها تستطيع النيوترونات أن تعاكس فعل قوة التنافر الالكتروستاتيكية . وجميع النوى ذات $Z > 83$ و $A > 209$ تتحول تلقائيا الى نوى أخفّ ، وذلك باشعاع جسيمة واحدة أو أكثر من جسيمات ألفا (التي هي نواة $^{4}_{2}He$) . ولما كانت جسيمة الفا تحتوي بروتونين ونيوترونين ، لذلك فان اضمحلال ألفا alpha decay يؤدي الى نقصان Z و N للنواة الاصلية بمقدار اثنين لكل منهما . واذا كانت نسبة عدد النيوترونات الى البروتونات في النواة الناتجة أصغر أو أكبر من النسبة اللازمة للاستقرار ، فإن النواة سوف تنحل عن طريق اشعاع جسيمات بيتا beta decay لتتحوّل الى تركيب أكثر استقرارا . ففي حالة انحلال بيتا السالب ، يتحول احد النيوترونات الى بروتون

$$n \rightarrow p + e^-$$

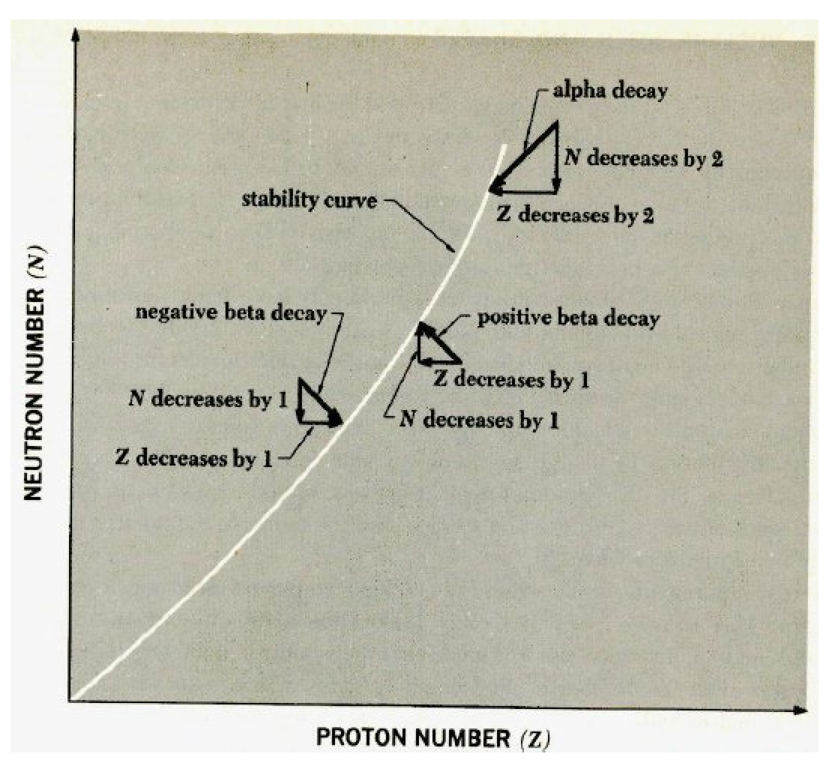
والكترون ، والالكترون الناتج ينبعث من النواة على شكل جسيمة بيتا سالبة beta particle negative . على حين يتحول أحد البروتونات ، في عملية استحالة بيتا الموجب ، الى نيوترون وبوزترون : $p \rightarrow n + e^+$



الشكل (١١ – ٢) مخطط مستويات طاقة نظيري البورون والكاربون المستقرين . ان مبدأ الانفراد يحدد سعة كل مستوى طاقة بنيوترونين ذواتي برمين متعاكسين وبروتونين ذواتي برمين متعاكسين فقط .

وينبعث البوزترون الناتج من النواة على شكل جسيمة بيتا موجبة positive beta

وعليه اضمحلال بيتا السالب يقلّل نسبة النيوترونات الى البروتونات في النواة ، على حين يزيد اضمحلال بيتا الموجب هذه النسبة . والشكل (١١–٣) يوضّح كيف يؤدي اضمحلال الفا وبيتا الى استقرار النواة . وسوف ندرس النشاط الاشعاعي ببعض التفصيل في الفصل الثاني عشر .



الشكل (١١ – ٣) : تساعد اضمحلالات الفا وبيتا النوى غير المستقرة على التحول الى تراكيب مستقرة .

١١ – ٤ حجم النوى وأشكالها NUCLEAR SIZES AND SHAPES

تشير تجربة تشتت راذرفورد الى أن النوى ليست أجساماً نقطية . حيث لاحظنا في الفصل الرابع ، انّ تشتت جسيمات الفا يتفق مع قانون كولوم اذا كانت المسافة التي تقترب فيها جسيمة الفا من النواة لاتقل عن 10^{-14} m . وعند مسافات أصغر ، لاتنطبق الاستنتاجات المبنية على قانون كولوم مع المشاهدات العملية ؛ وذلك لأن النواة لا تظهر كشحنة نقطية بالنسبة لجسيمة الفا الساقطة .

ومنذ تجربة راذرفورد اجريت تجارب عديدة لقياس حجم النواة عن طريق

تشتت الجسيمات . ان الالكترونات السريعة والنيوترونات هي أدوات مثالية لهـذا الغرض . فالالكترونات تتفاعل مع النوى بواسطة القوى النووية . وعليه فان تشتت الالكترونات يساعدنا على دراسة توزيع الشحنة في النواة ، على حين يساعدنا تشتت النيوترونات على دراسة توزيع المادة النووية في النواة . وفي كلتا الحالتين يجب أن تكون طول موجة ديبرولي أصغر من نصف قطر النواة تحت الدرس (لاحظ التمرين الثالث في الفصل الثالث) . ولقد أستخدمت في هذه التجارب الكترونات ذات طاقة مقدارها بضع مئات MeV لغاية أكثر من 1 GeV (1 GeV = 1,000 MeV = 10^9 eV) ونيوترونات ذات طاقة 20 MeV فأكثر ،

ووجد في جميع الحالات أن حجم النواة يتناسب طرديا مع عدد اللبنات الموجودة فيها ، أي مع العدد الكتلي A للنواة . فاذا كان نصف قطر النواة هو R ، فإن حجمها يساوي $\frac{4}{3}\pi R^3$ ، ولذا نجد أن R^3 تتناسب مع A . وتأخذ هذه النتيجة الصيغة التاليـة :

$$R = R_0 A^{1/3} \quad \text{(11 - 1)}$$

نصف قطر النواة

حيث

$$R_0 \approx 1.2 \times 10^{-15}\ \text{m}$$

ان عدم تحديد R_0 بصورة دقيقة هو ليس نتيجة الأخطاء التجريبية فقط ، بل أيضا نتيجة اختلاف الوسائل المستخدمة لقياس R ؛ ذلك أن الالكترونات والنيوترونات تتفاعل بصورة مختلفة مع النواة . وقيمة R_0 المستنبطة من تشتت الالكترونات ، أصغر بقليل من قيمة R_0 المستنبطة من تشتت النيوترونات . ان هذا الأختلاف يشير الى أن المادة النووية والشحنة النووية غير متوزعة بصورة متساوية في النواة .

كما قد بينّا في بداية الكتاب أن وحدة الانكستروم (1 Å = 10^{-10} m) هي وحدة طول ملائمة للتعبير عن المسافات في العالم الذري . فمثلا ، نصف قطر ذرة الهيدروجين هو 0.53 Å ، المسافة بين ذرتي C و O في جزيئة CO هي 1.13 Å والمسافة بين Na^+ و Cl^- في بلورة NaCl هي 2.81 Å . ولما كان حجم النواة صغيراً جداً فمن المناسب أن نستخدم وحدة فيرمي (fm) التي تساوي 10^{-5} Å لقياس أبعاد النواة :

$$1\ \text{fermi} = 1\ \text{fm} = 10^{-15}\ \text{m}$$

وعليه يمكن اعادة كتابة المعادلة (١١ - ١) بالصيغة

$$R \approx 1.2\, A^{1/3}\ \text{fm} \quad \text{(11 - 2)}$$

فمن هذه المعادلة نجد أن نصف قطر نواة $^{12}_{6}C$ هو :

$$R \approx 1.2 \times (12)^{1/3}\ \text{fm} \approx 2.7\ \text{fm}$$

وبنفس الطريقة نجد أن نصف قطرنواة $^{107}_{47}Ag$ يساوي 5.7 fm ونصف قطر نواة $^{238}_{92}U$ يساوي 7.4 fm.

من معرفتنا لحجوم وكتل النوى نستطيع أن نحسب كثافة المادة النووية . ففي حالة $^{12}_{6}C$ ، ذات الكتلة الذرية 12.0 u ، نجد أن الكثافة النووية تساوي :

$$\rho = \frac{m}{\frac{4}{3}\pi R^3}$$
$$= \frac{12.0\ \text{u} \times 1.66 \times 10^{-27}\ \text{kg/u}}{\frac{4}{3}\pi \times (2.7 \times 10^{-15}\ \text{m})^3}$$
$$= 2 \times 10^{17}\ \text{kg/m}^3$$

وهذا الرقم ، الذي يكافيء ثلاثة بلايين طن لكل أنج مكعب ، هو تقريباً ثابت لجميع النوى . وهناك بعض النجوم ، تدعى بالاقزام البيض "white dwarfs," ، تتكون من ذرات قشراتها الالكترونية منهارة بفعل الضغط العالي . وتقترب كثافة هذه النجوم من كثافة المادة النووية .

لقد افترضنا أن شكل النوى كروي . فكيف يمكننا تحديد شكل النوى بصورة دقيقة ؟ اذا كان توزيع الشحنة في النواة غير متناظر كروياً ، فان النواة سوف تمتلك عزماً رباعي القطب الكهربائي electric quadrupole moment . ويتفاعل العزم الرباعي القطب الكهربائي للنواة مع الالكترونات المدارية في الذرة . ويحدث نتيجة هذا التفاعل انحراف في مستويات طاقة الالكترونات مؤدياً الى انشطارات دقيقة جداً hyperfine splitting في خطوط الطيف . وبطبيعة الحال ، يجب التمييز بين هذا المصدر للتركيب الدقيق جداً في الطيف وبين التركيب الناتج من العزم المغناطيسي للنواة . وقد وجد أن الابتعاد عن التناظر الكروي يحدث في نوى ذات عدد برمي 1 أو أكثر . وهذه النوى يمكن أن تكون شبه كروية متطاولة بأتجاه القطبين ، أو شبه كروية مفلطحة . لكن الفرق بين المحور الكبير والمحور الصغير لا يزيد عن ~20 ، واعتيادياً أقل بكثير من ذلك . ولمعظم الأغراض يكفي أن نعتبر النواة كروية . ومع هذا فابتعاد النواة عن الشكل الكروي (مع كونه صغير) يتضمن معلومات قيّمة عن التركيب النووي .

٥-١١ طاقة الترابط BINDING ENERGY

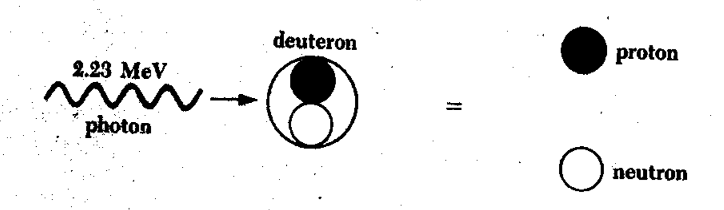
ان كتل جميع الذرات المستقرة هي أصغر من مجموع كتل الجسيمات المكونة لها . وعلى وجه المثال ، كتلة ذرة الديوتيريوم $^{2}_{1}H$ هي 2.014102 u على حين كتلة ذرة الهيدروجين $(^{1}_{1}H)$ زائداً كتلة النيوترون هي :

$$m_{\text{hydrogen}} + m_n = 1.007825\ \text{u} + 1.008665\ \text{u}$$
$$= 2.016490\ \text{u}$$

التي هي أكثر بمقدار 0.002388 u من كتلة $^{2}_{1}H$. لما كانت نواة الديوتيريوم (الديوتيرون)

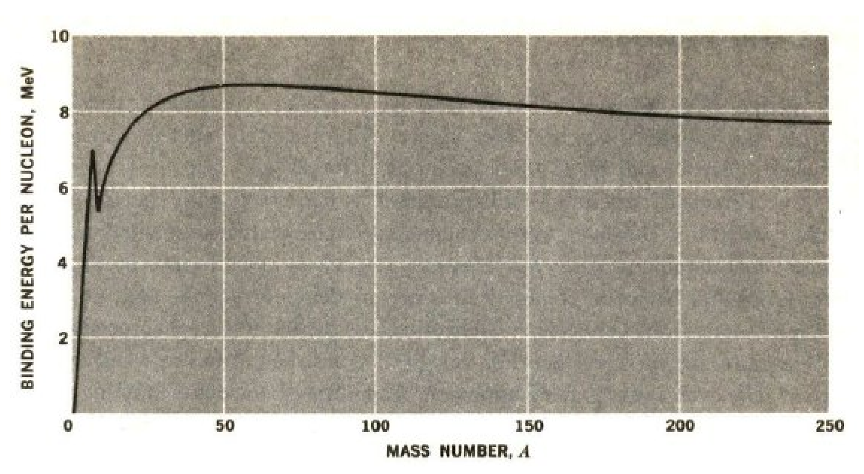
تتكون من بروتون ونيوترون وأن كلاً من ^1_1H و ^2_1H يحتوي على الكترون مداري واحد ، نجد أن نقصان الكتلة *mass defect* 0.002388 u ينشأ من ترابط البروتون والنيوترون لتكوين الديوتيرون . الكتلة 0.002388 u تكافيء $0.002388\ u \times 931\ MeV/u$ = 2.23 MeV عليه عند اتحاد بروتون ونيوترون لتكوين ديوتيرون . تتحرر طاقة مقدارها 2.23 MeV . وبالعكس نحتاج الى 2.23 MeV لكسر الديوتيرون الى بروتون ونيوترون . وهذه الاستنتاجات مدعومة بالتجارب العملية على الانحلال الضوئي photodisintegration للديوتيرون . حيث وجد أن فوتون اشعة كاما يجب أن يمتلك طاقة مقدارها 2.23 MeV لكي يحطّم الديوتيرون (لاحظ الشكل ١١-٤) .

والطاقة المكافئة لنقصان الكتلة للنواة تدعى بطاقة ترابطها *binding energy* . وهذه الطاقة هي قياس لمدى استقرارية النواة . وتنشأ طاقات الترابط من تأثير القوى التي تجمع النويات بعضها مع بعض لتكوين النوى . وهذه الطاقات تشبه طاقات تأيّن الذرات التي يجب توفيرها لفصل الالكترونات من الذرات والتي تنشأ من تأثير القوى الالكتروستاتيكية . ان طاقات الترابط تمتد من 2.23 MeV لحالة الديوتيرون (التي تمثلّ أصغر نواة) الى 1.640 MeV لحالة $^{209}_{83}Bi$ (التي هي أثقل نواة مستقرة) .



الشكل (١١ - ٤) : ان طاقة ترابط الديوتيرون هي 2.23 MeV . وهذه القيمة تتفق مع المشاهدات العملية ، اذ أن فوتون أشعة كاما يجب ان يمتلك طاقة مقدارها في الاقل 2.23 MeV لتحطيم الديوتيرون الى نيوترون وبروتون طليقين

وكمية مهمة ، تدعى بطاقة الترابط لكل نوية ، تمثل حاصل قسمة طاقة الترابط الكلية على عدد النويات في النواة . والشكل (١١-٥) يوضح طاقة الترابط لكل نوية كدالة للعدد الكتلي A للنواة . ففي البداية يرتفع المنحني بسرعة ثم ببطء حتى يصل الى قيمة عظمى ، وهي 8.79 MeV لكل نوية ، عند $A = 56$. ويمثل هذا العدد الكتلي نواة الحديد $^{56}_{26}Fe$ وبعد ذلك يهبط المنحني ببطء لغاية 7.6 MeV لكل نوية عند أعلى عدد كتلي . ويتبين من الشكل أن النوى ذات العدد الكتلي المتوسط تكون أكثر استقرارا ؛ ذلك لأنها تحتاج الى أكبر



الشكل (١١ – ٥) طاقة الترابط لكل نوية كدالة للعدد الكتلي . تمثل الذروة عند A = 4 نواة $^{4}_{2}He$

مقدار من الطاقة لتحرير كل نوية منها . وهذه الحقيقة توضح أن طاقة سوف تتحرر عند انشطار النوى الثقيلة الى نوى متوسطة ، واندماج نوى خفيفة لتكوين نوى متوسطة . وتدعى العملية الأولى بالأنشطار النووي *nuclear fission* والعملية الثانية بالأندماج النووي *nuclear fusion* . وكلتا العمليتين يمكن أن تحدثا في ظروف مناسبة وينتج عنها طاقة كما هو متوقع نظريا .

ان طاقات الترابط النووية كبيرة نسبيا . ولكي نتعرف على اهمية هذه الطاقات فمن المناسب إن نحول هذه الطاقة من وحدة MeV/nucleon الى kcal/kg . فلما كان $1\ eV = 1.60 \times 10^{-19}\ J$ و $1\ J = 2.39 \times 10^{-4}\ kcal$ ، عليه نجد $1\ MeV = 3.83 \times 10^{-17}\ kcal.$ ان كتلة كل نوية في النواة تساوي تقريبا وحدة الكتلة النووية mass unit 1 u ، والتي تساوي $1.66 \times 10^{-27}\ kg,$. وعليه

$$1\ \frac{MeV}{nucleon} = \frac{3.83 \times 10^{-17}\ kcal}{1.66 \times 10^{-27}\ kg} = 2.31 \times 10^{10}\ \frac{kcal}{kg}$$

ومن هذا نجد ان طاقة الترابط الانموذجية : 8 MeV/nucleon ، تكافيء 1.85×10^{11} kcal/kg . وللمقارنة ، فان حرارة تبخر الماء هي 540 kcal/kg فقط وحتى حرارة احتراق البنزين : 1.13×10^{4} kcal/kg ، تمثل جزء من عشرة ملايين فقط من الطاقة النووية المذكورة في اعلاه .

١١-٦ * الديوتيــرون THE DEUTERON

ان القوى النووية القصيرة المدى التي تربط النويات لتكوين النوى تمثل اقوى قوة معروفة في الطبيعة . ولسوء الحظ فان القوى النووية ليست مفهومة بقدر القوى الـكهربائية ، لذلك فان فهم التركيب النووي مازال بدائيا بالمقارنة مع نظرية التركيب الذري . ومع هذا ، ومن دون فهم كامل للقوى النووية ، قد تم تقدم كبير في السنوات الاخيرة لتفسير سلوك وصفات النوى بدلالة نماذج تقريبية لها . وفي هذا الفصل ندرس بعض الافكار المتضمنة في في هذه النماذج . وقبل ان نبدأ بدراسة هذه النماذج من المناسب ان نجد بعض صفات النوى من اعتبارات عامة . ان ابسط نواة تحوي اكثر من نوية واحدة هي الديوتيرون *deuteron* والتي تتألف من بروتون ونيوترون . وتساوي طاقة ترابط الديوتيرون 2.23 MeV ويمكننا الحصول على هذا الرقم اما من قياس فرق الـكتلة بين m_{deuteron} و $m_p + m_n$ او من تجارب الانحلال الضوئي photo- disintegration للديوتيرون والاخيرة تبين ان اشعة كاما ذات طاقة $h\nu \geqslant 2.23$ MeV فقط ، يمكنها ان تحطم الديوتيرون الى نيوترون وبروتون . ولقد درسنا في الفصل السادس ذرة الهيدروجين (التي تمثل نظاما من جسيمين ايضا) وفق النظرية الـكمية . لكن القوى التي تربط الالكترون بالبروتون في هذه المسألة هي معروفة ، فاذا عرفنا قانون القوة التي تربط جسيمين فيمكن حساب الطاقة الـكامنة V وبتعويضها في معادلة شرودينكر نجد الحالات الـكمية للنظام . ان فهمنا للقوى النووية اقل نضوجا من فهم القوى الـكهربائية ، وعليه فان ليس من الممكن دراسة الديوتيرون بصورة مفصلة كما لذرة الهيدروجين .

فالشكل (١١-٦) يوضح بصورة تقريبية الطاقة الـكامنة V للديوتيرون كدالة للمسافة بين مركز النيوترون والبروتون . وهذه الطاقة تمثل في الحقيقة ، الطاقة الـكامنة لاي من النويتين نتيجة تاثير النوية الاخرى . ان السطح الذي يحد منطقة التنافر المركزية repulsive "core" (نصف قطرهـا حوالي 0.4×10^{-15} m) يعبر عن عـدم تمكن النويتين من اقتراب بعضهما من بعض لمسافة اصغر من قيمة معينة . نقرب $V(r)$ بمنخفض جهـد مربع "square well" potential ، كما هو موضح بالخط المتقطع في الشكل . وهذا التقريب يعني ان القوة النووية بين النيوترون والبروتون تساوي صفرا عندما تكون المسافة بين الجسيمين اكبر من قيمة معينة r_0 ، في حين يبقى الجهد ثابتا ويساوي $-V_0$ عند مسافات اصغر من r_0 . والـكميتان V_0 و r_0 تحددان ، على التوالي ، قوة ومدى القوى التي تربط مكونات الديوتيـرون . ان منخفض الجهـد المربع يعبـر عن قصر مدى القوى النووية والتقريب الذي في اعلاه يعني ان V هي دالة لـ r فقط . وعليه ، كما في حالة اي قوى مركزية اخرى ، من المناسب دراسة المسألة باستخدام احداثيات كروية (لاحظ الشكل ٦-١)

فبدلالة الاحداثيات الكروية تاخذ معادلة شرودينكر الصيغة :

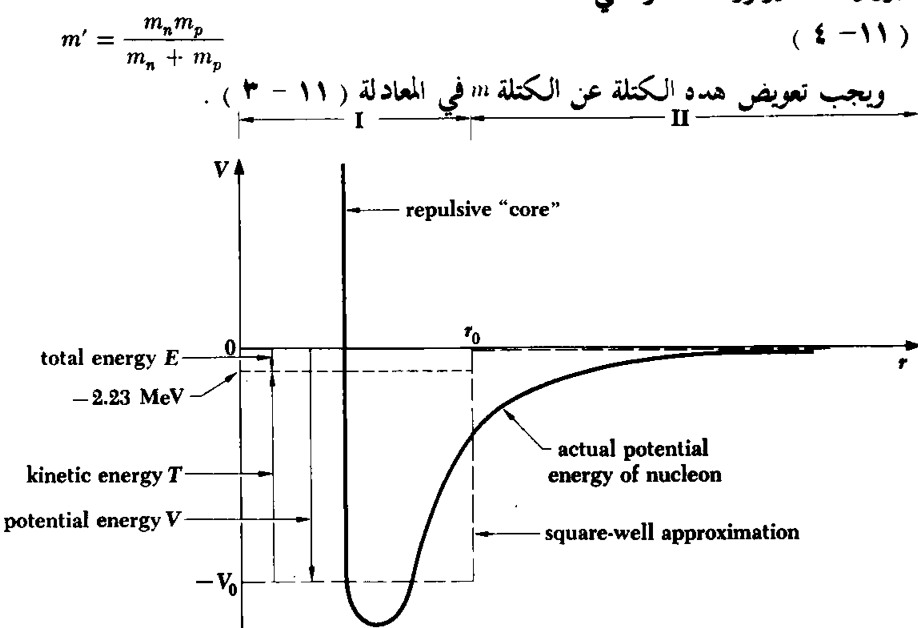
$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial\psi}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial\psi}{\partial\theta}\right)+\frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2\psi}{\partial\varphi^2}+\frac{2m}{\hbar^2}(E-V)\psi=0 \qquad (١١-٣)$$

حيث m كتلة الجسيم و $\hbar = h/2\pi$. دعنا ندرس حركة النيوترون تحت تأثير مجال قوة البروتون . وبطبيعة الحال نحصل على نفس النتائج اذ درسنا حركة البروتون تحت تأثيرالنيوترون. فنلاحظ من الشكل (١١ - ٦) أن الطاقات الكلية E للنيوترون كمية سالبة وتمثل طاقة ترابط الديوترون .

وفي معالجتنا لذرة الهيدروجين (مع أن احد الجسيمين أثقل بكثيرمن الجسيم الآخر) كان من الضروري أن نأخذ بنظر الاعتبار حركة النواة . ولقد تم ذلك بتعويض كتلة الالكترون m_e بالكتلة المصغرة m' (راجع الفصل الرابع والسادس) . فبهذه الطريقة استطعنا تحويل مسألة حركة الالكترون والبروتون حول مركز كتلتهما الى مسألة مكافئة تصف حركة الكتلة المصغرة m' حول البروتون . ولما كانت كتلة البروتون تساوي تقريباً كتلة النيوترون ، فان اجراء هذا التحويل ضروري جدا لدراسة الديوتيرون . وبناء على المعادلة (٤-٢٧) فان كتلة نظام البروتون - النيوترون المصغرة هي

$$m' = \frac{m_n m_p}{m_n + m_p} \qquad (١١- ٤)$$

ويجب تعويض هذه الكتلة عن الكتلة m في المعادلة (١١ - ٣) .



الشكل (١١-٦) المنحني المتواصل يمثل الطاقة الكامنة الحقيقية للبروتون أو النيوترون في الديوتيرون ، ومنخفض الجهد المربع تقريب لهذه الطاقة الكامنة .

ونفترض الآن حل المعادلة (١١- ٣) يأخذ صيغة حاصل ضرب دالات قطرية وزاوية :

$$\psi(r, \theta, \phi) = R(r)\Theta(\theta)\Phi(\phi) \quad (١١ - ٥)$$

فالدالة القطرية $R(r)$ تصف تغيّر دالة الموجة ψ على طول خط شعاعي من النواة ، مع بقاء θ و ϕ ثابتين ، والدالة $\Theta(\theta)$ تصف تغيّر ψ مع زاوية السمت θ مع ، بقاء r و ϕ ثابتين وأخيراً $\Phi(\phi)$ تصف تغيّر ψ مع زاوية الزوال ϕ مع بقاء r و θ ثابتين .

وسوف نركز الاهتمام هنا على الحركة القطرية ، أي على تذبذب النيوترون والبروتون حول مركز كتلتيهما . ففي حالة عدم وجود حركة دورانية فان كلاً من Θ و Φ تبقى ثابتة ومشتقاتهما تساوي صفرا . وعليه باخذ $\partial\psi/\partial\theta = \partial^2\psi/\partial\phi^2 = 0$ تصبح المعادلة (١١ - ٣)

$$\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{dR}{dr}\right) + \frac{2m'}{\hbar^2}(E - V)R = 0 \quad (١١ - ٦)$$

ويمكن تبسيط هذه المعادلة بالتعويض

$$u(r) = rR(r) \quad (١١-٧)$$

حيث نحصل على :

$$\frac{d^2u}{dr^2} + \frac{2m'}{\hbar^2}(E - V)u = 0 \quad (١١ - ٨)$$

والجهد V يأخذ قيمتين متميزتين : $V = -V_0$ داخل منخفض الجهد المربع و $V = 0$ في الخارج . لذلك فالمعادلة (١١ - ٨) لها حلاّن مختلفان u_I عند $r \leqslant r_0$ و u_{II} عند $r \geqslant r_0$. فالدالة u_I داخل منطقة الجهد المنخفض تحقق المعادلة التالية

$$\frac{d^2u_I}{dr^2} + \frac{2m'}{\hbar^2}(E + V_0)u_I = 0$$

وبالتعويض

$$a^2 = \frac{2m'}{\hbar^2}(E + V_0) \quad (١١ - ٩)$$

نجد

$$\frac{d^2u_I}{dr^2} + a^2u_I = 0 \quad (١١ - ١٠)$$

(من الشكل ١١ - ٦ نلاحظ أن $|V_0| > |E|$ ، لذلك فان $E + V_0$ وبالتالي a^2 هي كمية موجبة) . فالمعادلة (١١- ١٠) تشبه المعادلة الموجية لجسيم محصور في صندوق التي ناقشناها في الفصل الخامس . ويأخذ حل هذه المعادلة الصيغة :

$$u_I = A\cos ar + B\sin ar \quad (١١ - ١١)$$

ولما كانت الدالة القطرية R تساوي u/r ، لذلك يجب اهمال الحلّ $A\cos ar$ لكي تكون R محدودة عند $r = 0$. وعليه $A = 0$ وبالتالي u_I داخل المنخفض تكون

$$u_{\text{I}} = B \sin ar \qquad (١١ - ١٢)$$

وخارج منخفض الجهد يكون $V = 0$ ، وعليه تأخذ المعادلة (١١ - ٨) الصيغــة :

$$\frac{d^2 u_{\text{II}}}{dr^2} + \frac{2m'}{\hbar^2} E u_{\text{II}} = 0 \qquad (١١ - ١٣)$$

ان الطاقة الكلية E للنيوترون داخل الديوتيرون هي كمية سالبة ، و لذلك :

$$b^2 = \frac{2m'}{\hbar^2}(-E) \qquad (١١ - ١٤)$$

تكون كمية موجبة . وبتعويض هذه الكمية في المعادلة (١١ - ١٣) نحصل على :

$$\frac{d^2 u_{\text{II}}}{dr^2} - b^2 u_{\text{II}} = 0 \qquad (١١ - ١٥)$$

ان حل المعادلة (١١ - ١٥) يأخذ الصيغة :

$$u_{\text{II}} = Ce^{-br} + De^{br} \qquad (١١ - ١٦)$$

حيث أن u يجب ان تقترب من الصفرعندما $r \to \infty$ ، فنستنتج أن D يجب أن تساوي صفرا . وعليه فدالة الموجة خارج المنخفض تكون :

$$u_{\text{II}} = Ce^{-br} \qquad (١١ - ١٧)$$

* ١١ - ٧ الحالة الأرضية للديوتيرون

GROUND STATE OF THE DEUTERON

المعادلتان (١١ -١٢)و(١١ - ١٧) تعطياننا ، على التوالي . الدالة u (وبالتالي ψ) داخل وخارج منخفض الجهد . وعلينا الآن أن نصل هاتين الدالتين عبر السطح الفاصل للمنخفض . وبما انه يجب ان تكون u ومشتقتها du/dr مستمرة في كل مكان ، عليه عندما تكون $r = r_0$ يجب أن يكون لدينا :

$$u_{\text{I}} = u_{\text{II}}$$

$$B \sin ar_0 = Ce^{-br_0} \qquad (١١ - ١٨)$$

و

$$\frac{du_{\text{I}}}{dr} = \frac{du_{\text{II}}}{dr}$$

$$aB \cos ar_0 = -bCe^{-br_0} \qquad (١١ - ١٩)$$

ونستطيع حذف المعاملين B و C بقسمة المعادلة (١١ - ١٨) على (١١ - ١٩) ، حيث نحصل على :

$$\tan ar_0 = -\frac{a}{b} \qquad (١١ - ٢٠)$$

ولايمكن حل المعادلة (١١- ٣٠) جبريا ، لكن يمكن حلها ، وبأي درجة من الدقة المطلوبة ، باستخدام رسوم بيانية ، اوحلها عدديا بواسطة الحاسبات الالكترونية ، ولكي

نحصل على حل تقريبي لهذه المعادلة (١٢ - ٢١) يلاحظ اولاً

$$\frac{a}{b} = \frac{\sqrt{2m'(E + V_0)/\hbar}}{\sqrt{2m'(-E)/\hbar}} = \sqrt{\frac{E + V_0}{-E}} \qquad (١٢ - ٢١)$$

حيث تمثل E طاقة ترابط الديوتيرون و V_0 عمق منخفض الجهد . ولما كانت $|E| < |V_0|$ نجد كتقريب اولي أن :

$$\tan ar_0 \approx \infty$$

ولكن $\tan ar_0 \approx \infty$ عند $\theta = \pi/2, \pi, 3\pi/2, \ldots, n\pi/2,$ ، وعليه فان الحالة الأرضية للديوتيرون ضمن هذا التقريب تتصف بـ $ar_0 \approx \frac{\pi}{2}$

والحقيقة هي أن هذه الحالة الوحيدة التي يكون فيها النيوترون والبرتون مرتبطين لتكوين الديوتيرون . وبالتعويض عن a من المعادلة (١١ - ٩) ، نجد :

$$\frac{\sqrt{2m'(E + V_0)}}{\hbar} r_0 \approx \frac{\sqrt{2m'V_0}}{\hbar} r_0 \approx \frac{\pi}{2}$$

حيث هنا قد أهملنا E باعتبارها صغيرة بالنسبة لـ V_0 ، لذلك

$$V_0 \approx \frac{\pi^2\hbar^2}{8m'r_0^2} \qquad (١١ - ٢٢)$$

ان التقريب الذي في أعلاه يكافىء الافتراض بان الدالة u_I داخل منخفض الجهد تاخذ قيمة عظمى (حيث $ar = 90°$) عند جدران المنخفض . والحق هو اننا ، لكي نحصل على اتصال مستمر بين u_I و u_{II} ومشتقتيهما عبر السطح الفاصل لمنخفض الجهد فان القيمة العظمى لـ u_I يجب أن تكون نوعا ما بعيدة عن السطح الفاصل (لاحظ الشكل ١١ - ٧) . فتبين حسابات اكثر دقة أن $ar \approx 116°$ عند $r = r_0$. والفرق بين هاتين النتيجتين هو نتيجة اهمال طاقة الترابط E بالنسبة لـ V_0 وعندما ناخذ بنظر الاعتبار هذه الطاقة نجد أن :

$$V_0 \approx \frac{\pi^2\hbar^2}{8m'r_0^2} + \frac{2\hbar}{r_0}\sqrt{\frac{E}{2m'}} \qquad (١١ - ٢٣)$$

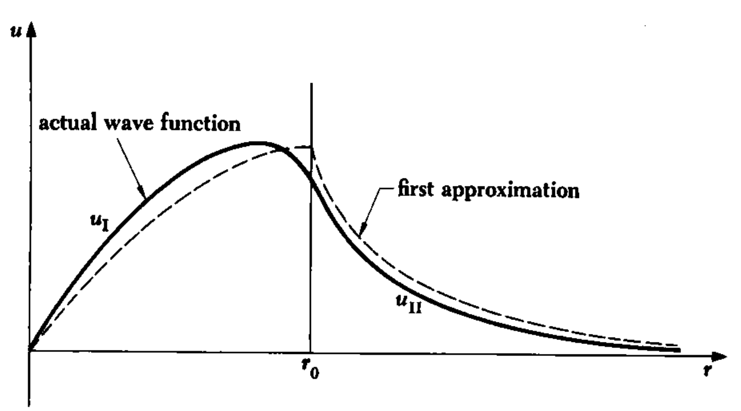
تتمثل المعادلة (١١ - ٢٣) العلاقة بين نصف قطر منخفض الجهد r_0 ، عمق منخفض الجهد V_0 وطاقة ترابط الديوتيرون $-E$. حيث تمثل r_0 بعد تأثير القوة النووية ، و V_0 شدة تأثير هذه القوة . والسؤال المطروح هو هل يمكن الحصول على قيمة معقولة لـ V_0 بتعويض قيمة معقولة لـ r_0 و E في المعادلة (١١ - ٢٣) ؟ فدعنا نختار $r_0 = 2$ fm ، وبالتعويض عن القيم المعلومة في المعادلة (١١ - ٢٣) واستخدام الوحدة MeV للطاقة يكون لدينا :

$$V_0 \approx \frac{1.0 \times 10^{-28}\ \text{MeV-m}^2}{r_0^2} + \frac{1.9 \times 10^{-14}\ \text{MeV-m}}{r_0}$$

وعلى هذا فعندما $r_0 = 2\ \text{fm} = 2 \times 10^{-15}\ \text{m}$ ، نجد

$$V_0 \approx 35\ \text{MeV}$$

وهذه قيمة معقولة لـ V_0، حيث نستنتج منها أن أنموذجنا للنواة ، الذي فيه تحتفظ النويات بكيان مستقل من دون أن تندمج بعضهامع بعض بتأثيرالقوى النووية ، هوصحيح .



الشكل (١١ – ٧) دالة الموجة $u(r)$ للبروتون او النيوترون داخل الديوتيرون

١١–٨ الحالة الثلاثية والاحادية للديوتيرون

TRIPLET AND SINGLET STATES

ان المعادلة (١١–٢٣) مع المشاهدات العملية ، وهي أن الديوتيرون نظام مستقر طاقة ترابطه $-E$ ، تعطينا بعض المعلومات حول قوة الترابط بين النيوترون والبروتون . ولكي نحصل على معلومات أكثر حول هذه القوة نحتاج الى قياسات تجريبية أخرى . فمن ضمن هذه القياسات قياس الزخم الزاوي للديوتيرون ، الذي اهملناه في تحليلاتنا السابقة واعتبرنا ان تغير ψ مع θ و ϕ يساوي صفراً . ان الفرضية الاخيرة ليست دائماً صحيحة ؛ لأن الزخم الزاوي يلعب دوراً مهماً في تركيب بعض النوى ، مع أن بعض صفات النوى لا تعتمد عليه . وفي حالة الديوتيرون ، مثلاً ، يتم ترابط النيوترون مع البروتون عندما يكون برماهما متوازيين فقط ،مكونيين بذلك حالة ثلاثية *triplet state* في حين أن الحالة الاحادية *singlet state* التي يكون فيها البرمان متعاكسين غير مستقرة . ولهذا نلاحظ أن قوة ترابط النيوترون مع البروتون تعتمد على اتجاه برميهما حيث تكون أضعف ما يمكن عندما يكون البرمان متعاكسان .

ان الاختلاف بين جهد الحالة الثلاثية وجهد الحالة الاحادية ، ومبدأ الانفراد لباولي

Pauli يوضحان عدم وجود نواة تتكون من بروتونين او نيوترونين ، على الرغم من استقرار الديوتيرون وعدم اعتماد القوة النووية على الشحنة . ان مبدأ الانفراد يمنع نواة من بروتونين من ان توجد في حالة ثلاثية ، لانه عندما يكون برما البروتونين متوازيين فسوف يحصلان على نفس الحالة الكمية ، وهذا لا يتفق مع مبدأ الانفراد . ولا ينطبق هذا التحديد على الديوتيرون ، لأن النيوترون والبروتون هما جسيمات متميزان حتى عندما يكون برماهما متوازيين . ومن الناحية المبدئية يمكن لبروتونين أو نيوترونين ان يكونان في حالة احادية . ولكن لكون أن القوة النووية في هذه الحالة ضعيفة جداً ، ولا تستطيع أن تربط الجسيمين فان هذه النوى لم توجد في الطبيعة .

١١-٩ أ نموذج القطرة للنواة THE LIQUID-DROP MODEL

بينّا ان القوة النووية بين النويات كبيرة جداً ، وان مدى هذه القوة قصيرة بحيث أن الجسيمات داخل النواة تتفاعل مع جاراتها فقط . ان حالة النويات في نوى الذرات تشبه حالة الذرات في مادة صلبة ، أو الجزيئات في مادة سائلة ، حيث تتأثر تقريباً بصورة كلية بجاراتها فقط . تهتز الذرات في المواد الصلبة حول نقاط ثابتة في نسق بلوري ، في حين تتحرك الجزيئات في المواد السائلة بصورة طليقة تقريباً مع الحفاظ على مسافة ثابتة بينها . ولا يمكن تبني التشابه بين النوى والمواد الصلبة اذ ، كما يتضح من خلال حسابات دقيقة ، أن اهتزازات النويات حول نقاط تعادلها سوف يكون كبيراً جداً بحيث لا يمكن الحفاظ على نواة مستقرة ، ولكن يمكن الاستفادة من تشابه النواة مع قطرة سائل لدراسة سلوكها .

فدعنا ندرس كيف يمكننا تفسير تغيّر طاقة الترابط لكل نويّة كدالةّ للعدد الكتلي بواسطة أ نموذج قطرة السائل للنواة . نفترض أولاً أن قوة الترابط بين كل نويتين متجاورتين تتضمن طاقة مقدارها U . وهذه الطاقة في الحقيقة سالبة ؛ لأن القوة المعنية قوة تجاذب . ومع هذا من الملائم ان نعتبر هذه الطاقة موجبة اذ أنها تساوي الطاقة اللازمة لفصل النويتين . وبما أن طاقة الترابط U تكون مشتركة بين نويتين لذلك فطاقة الترابط لكل منها تساوي $\frac{1}{2}U$ عندما نجمع عدداً من الكراة بصورة متراصة كل كرة داخلية تحاط بـ 12 كرة (لاحظ الشكل (١١-١٨) . وهذه الصفة تشبه حالة النويات في النوى . وعليه فان كلّ نوية داخلية في النواة سوف تمتلك طاقة ترابط $12 \times \frac{1}{2}U$ or $6U$. واذا أفترضنا ان جميع النويات A في النواة هي داخلية ، اي كل منها محاط باثنتي عشرة نوية ، فان طاقة الترابط الكليّة للنواة تكون :

$$E_v = 6AU \qquad (١١-٢٤)$$

ومن المعتاد أن نكتب المعادلة (١١-٢٤) بالشكل :

$$E_v = a_1 A$$ (١١-٢٥)

وتدعى الطاقة E_v بالطاقة الحجمية *volume energy* للنواة وهي تتناسب طردياً مع A .

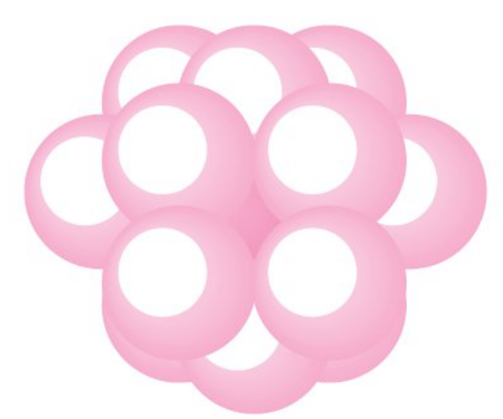
وبطبيعة الحال هناك بعض النويات على سطح النواة حيث تكون محاطة بأقل من 12 نوية . ويعتمد عدد النويات السطحيه في النواة على مساحتها السطحيه . المساحة السطحية لنواة عددها الكتلي A هي :

$$4\pi R^2 = 4\pi R_0{}^2 A^{2/3}$$

وعلى هذا فعدد النويات المحاطة بعدد من النويات أقل من 12 نوية يتناسب مع $A^{2/3}$. وهذه الصفة تقلّل طاقة ترابط النواة بمقدار

$$E_s = -a_2 A^{2/3}$$ (١١ - ٢٦)

وتدعى الطاقة السالبة E_s بالطاقة السطحية *surface energy* للنواة . وتلعب هذه الطاقة دوراً مهماً في حالة النوى الخفيفة ؛ لأن هناك نسبة كبيرة من النويات السطحية . ولما كان كل نظام يميل الى تركيب ذي طاقة كامنة دنيا ، لذلك فان النوى تحاول ان تمتلك طاقة ترابط عظمى (ونشير هنا مرة ثانية الى أن طاقة ترابط النواة تساوي الفرق بين طاقة كتلة النواة وطاقة كتلة نفس عدد النيوترونات والبروتونات الطليقة الخاص للنواة) . ولذا تظهر النواة نفس صفة الشد السطحي surface-tension الموجودة على سطح قطرة سائل . ولما كان السطح الكروي يشكل اصغر مساحة تحيط حجم معين ، فانه في حالة عدم وجود قوة خارجية تأخذ النواة شكلا كرويا .



الشكل (١١ - ٨) : كل كرة داخل مجموعة كراة مترصة تكون محاطة بـ١٢ كرة .

ان قوة التنافر الالكتروستاتيكية بين كل زوج من البروتونات داخل النواة تعمل على

نقصان طاقة ترابط النواة . وطاقة كولوم E_c لنواة عددها الذري Z ، تساوي الشغل اللازم لجمع Z من البروتونات داخل حجم يساوي حجم النواة . لذلك فان E_c تتناسب طرديا مع $Z(Z-1)/2$ (التي تمثل عدد ازواج البروتونات في النواة) وعكسيا مع نصف قطر النواة $R = R_0 A^{1/3}$

$$E_c = -a_3 \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}} \qquad (٢٧ - ١١)$$

فطاقة كولوم سالبة ؛ لأنها تنتج من قوة تعمل على تفكك النواة .

ان طاقة الترابط الكلية E_b لنواة تساوي حاصل جمع الطاقة الحجمية ، السطحية وطاقة كولوم :

$$E_b = E_v + E_s + E_c$$

$$= a_1 A - a_2 A^{2/3} - a_3 \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}} \qquad (٢٨ - ١١)$$

وعليه تكون طاقة الترابط لكل نوية في النواة :

$$\frac{E_b}{A} = a_1 - \frac{a_2}{A^{1/3}} - a_3 \frac{Z(Z-1)}{A^{4/3}} \qquad (٢٩ - ١١)$$

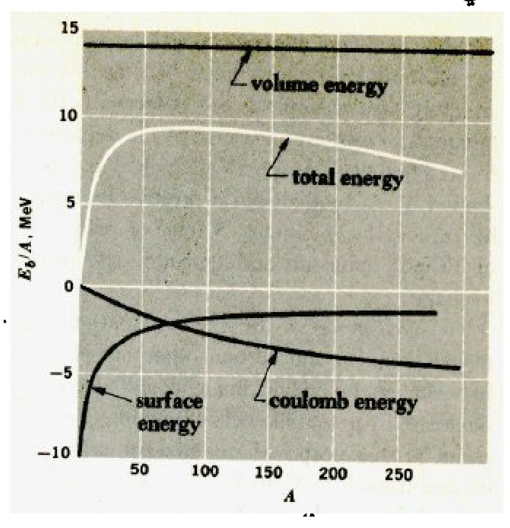
الشكل (١١- ٩) يوضح تغيركل حدّ من الحدود الثلاثة في المعادلة (١١ - ٢٩) وكذلك المجموع E_b/A كدالة لـ A . نلاحظ أن E_b/A تتفق بصورة جيدة مع المنحني التجريبي في الشكل (١١ - ٥) . وعليه فان مقارنة النواة بقطرة سائل تحظى في الأقل ببعض النجاح . ومن المناسب أن يعتمد هذا الانموذج لدراسة بعض الصفات الاخرى للنواة .

وقبل أن ننهي موضوع طاقة الترابط النووية ، علينا أن نشير الى أن هناك تأثيرات اخرى بالاضافة الى التأثيرات التي درسناها سابقا ، تحدد طاقة ترابط النواة . فعلى وجه المثال ، ان النوى التي عدد بروتوناتها يساوي عددنيوتروناتها تكون بصورة خاصة مستقرة وكذلك النوى التي تمتلك عددا زوجيا من البروتونات اوالنيوترونات ذات استقرارية عالية . وعليه فان النوى كـ $^{4}_{2}He$، $^{12}_{6}C$ و $^{16}_{8}O$ تقع عند الذروات الدقيقة في المنحني البياني التجريبي لطاقة الترابط لكل نوية وتشير هذه الذروات الى أن حالات النيوترونات والبروتونات في نواة تكون متشابهة تقريبا وان كل مستوى طاقة يستطيع أن يحتوي على جسيمين برماهما متعاكسان (راجع البند ١١ - ٣) .

١١ - ١٠ نموذج القشرة للنواة THE SHELL MODEL

ان الصفة الاساس لأنموذج قطرة السائل للنواة هي أن مكونات النواة تتفاعل مع جاراتها فقط ، كما في حالة جزيئات سائل . وهناك عدد كبير من الظواهر التجريبية التي تدعم هذا الانموذج لكن هناك ظواهر تجريبية اخرى تشير الى عكس ذلك . حيث نجد أن النويات

تتأثر بمجال يخص النواة ككلّ بدلا من مجالات النويات المنفردة . فتؤدي هذه الصفة الى حالات نووية تشبه الحالات الذرية ، حيث نجد فيها الالكترونات في حالات كمية دورية معينّة ، وانه لايمكن لأكثر من الكترون واحد ان يشغل نفس الحالة الكمية (حيث أن الالكترون جسيم فيرمي) . ان النويات هي ايضاً جسيمات فيرمي ، وذلك نتوقع أن عدداً كبيراً من الصفات النووية هي دورية بتغير N و Z بطريقة تشبه دورية الصفات الذرية بتغيرّ Z .



الشكل (١١ – ٩) طاقة الترابط لكل نوية تساوي مجموع الطاقة الحجمية والسطحيـة وطاقة كولـوم لكل نوية .

ويمكن تصور الالكترونات في ذرّة بانها تشغل قشرات تتحدد باعداد كمية معينة . على حين درجة انشغال القشرة الخارجية تحدد الصفات الكيمياوية للذرات . فمثلا ، القشرات الخارجية للذرات ذات الأعداد الذرية 2, 10, 18, 54, 36 , و86 تكون مشبعة ، فتكون التراكيب الالكترونية لهذه الذرات اكثر استقرارا . وهذا يفسر صفة الخمول للغازات النادرة . ويمكن ملاحظة نفس الصفة في حالة النوى ذات 2, 8, 20, 28, 50, 82 و 126 بروتونا اونيوترونا . اذ نجد ان هذه النوى اكثروفرة من النوى الاخرى المجاورة . ونستنتج من هذه الوفرة النسبية ان النوى المبينة في اعلاه تكون ذات استقرارية عالية ؛ ذلك ان النوى الكبيرة تنتج في الطبيعة من اندماج نوى اصغر ، وان التفاعلات تميل الى تكوين نوى اكثر استقرار . اي ان تكوين النوى الثقيلة يعاني نقصانا عندما يقترب عددها الكتلي من الاعداد الكتلية للنوى المستقرة .

وهناك ملاحظات اخرى تشير الى اهمية الاعداد 2, 8, 20, 28, 50, 82 و 126 في التركيب النووي ، ولذلك سميت هذه الاعداد بالاعداد السحرية *magic numbers* .

ومن امثلة اهمية الاعداد السحرية ، ملاحظة عزم رباعي القطب الـكهربائي quadru pole moments النووي والذي يمثل مقدار ابتعاد توزيع الشحنة النووية عن التوزيع الـكروي : ان نواة كروية لاتمتلك عزما رباعي قطب كهربائي ، على حين تمتلك نواة نواة بيضوية الشكل عزما موجبا ، وتمتلك نواة كمثرية الشكل عزما سالبا . ولقد لوحظ ان النوى ذات عدد N و Z سحريين لها عزم رباعي قطب كهربائي يساوي صفرا وعليه فانها متناظرة، على حين تكون النوى الاخرى مشوهة الشكل .

ان انموذج القشرة للنواة قد اوجد لتفسير الاعداد السحرية والصفات النووية الاخرى بدلالة تاثير النواة ككل على النويات المنفردة . ودالة الطاقة الـكامنة في هذا الانموذج تشبه منخفض جهد مربع عمقه 50 MeV ، لكن جوانبه مستديرة بحيث يكون هناك تغيرا تدريجيا من $V = V_0$ الى $V = 0$ بدلا من ان يتغير الجهد بصورة فجائية . ان هذا الشكل اقرب للحقيقة من منخفض الجهد المربع الذي استخدمناه في دراسة الديوتيرون . وبحل معادلة شرودينكر لجسيم تحت تاثير الجهد المبين ينتج ان الحالات المستقرة للجسيم تتضمن اعداد كمية l, n و m_l ، التي تلعب نفس الدور بالنسبة الالكترونات الذرية . ان حالات النيوترونات في النواة تختلف من حالات البروتونات ؛ ذلك لان الاخيرة تتاثر بقوى كهربائية بالاضافة الى القوى النووية .

ولكي نحصل على مستويات طاقة تتفق مع وجود الأعداد السحرية ، علينا أن نفترض وجود تفاعل بين البرم بحيث ان انشطار الطاقة الناتج عنه يكون كبيرا في حالة l كبيرة . أي ، عندما يكون الزخم الزاوي المداري كبيرا . فنفترض ان شد LS يكون ذا أهمية في حالة النوى الخفيفة جدا التي فيها قيمة l صغيرة في حالتها الاعتيادية . فعند هذا ، كما لاحظنا في الفصل السابع ، تتحد العزوم الزاوية البرمية الذاتية S_i للنيوترونات والبروتونات كل على حدة ، لتكوين برم كلي S لكل صنف ، وان العزوم الزاوية المدارية L_i لكل صنف تتحد على حدة لتكوين زخم مداري L . ويتحد الزخم الزاوي البرمي الكلي S والمداري L لكل من مجموعتي البروتونات لتكوين زخم زاوي كلي J لكل صنف مقداره $\sqrt{J(J+1)}\hbar$. وهذا النوع من الشد يحدث في حالة النوى الخفيفة . وبعد منطقة انتقالية يظهر شد jj حيث S_i و L_i لكل نوية يتحدان بعضهما مع بعض لتكوين J_i ذات قيمة $\sqrt{j(j+1)}\hbar$. بعد ذلك تتحد الزخوم الزاوية الكلية J_i للجسيمات المختلفة لتكوين زخم زاوي كلي jj . ان شد jj يشمل عدداً كبيرا من النوى .

عندما نفترض شدة مناسبة لتفاعل البرم مع المدار ، نجد أن مستويات الطاقة للبروتونات أو النيوترونات تأخذ التوزيع المبين في الشكل (١١–١٠) . ويرمز لهذه المستويات بعدد يشير الى العدد الكمّي الأساس n ، ويتبع العدد حرفا يشير الى الزخم الزاوي المداري l

للجسيم في ذلك المستوى ، وذلك بطريقة تشبه تحديد حالة الالكترون في الذرة . (ان الحروف s, p, d, f, g... ترمز الى $l = 0, 1, 2, 3, 4, \ldots$ ، على التوالي) . ويوضع الرقم الذي يشير الى j في الجهة اليمنى السفلى للحرف . ان تفاعل البرم مع المدار يؤدي الى انشطار كل حالة ذات قيمة j معينة الى $2j + 1$ حالة ثانوية . حيث ان هناك $2j + 1$ من الاتجاهات الممكنة لـ J_i . ان المسافات الفاصلة بين المستويات الثانوية تكون صغيرة بالنسبة للمسافات بين مستويات الطاقة الأساس ، بحيث يمكن تمييز قشرات في التركيب النووي . وعدد الحالات النووية المسموحة في القشرات المتتالية هي 2, 6, 12, 8, 22, 32 و 44 . وعليه تكون القشرات النيوترونية أو البروتونية ممتلئة عندما يكون هناك 2, 8, 20, 28, 50, 82 أو 126 نيوترونا أو بروتونا في النواة .

ان أنموذج القشرة للنواة يستطيع تفسير عدد كبير من الظواهر النووية بالأضافة الى الأعداد السحرية . فلما كان كل مستوى طاقة ثانوي يحتوي على جسيمين (برم الى الأعلى وبرم الى الاسفل) ، فان مستويات الطاقة الثانوية تكون مملوءة عندما يكون هناك عدد زوجي من النيوترونات والبروتونات في النواة . ومثل هذه النوى تدعى بنوى زوجية–زوجية even-even nucleus فهذه النوى تكون ذات استقرار كبير . وكحالة قصوى معاكسة تكون مستويات الطاقة الثانوية غير مملوءة عندما يكون هناك عدد فردي من النيوترونات والبروتونات في النواة . ومثل هذه النوى تدعى بنوى فردية – فردية "odd-odd" nucleus فهذه النوى تكون أقل استقراراً . وكنتيجة مباشرة لاستقرار النوى الزوجية–الزوجية ، نلاحظ أن هناك 160 نواة زوجية – زوجية مستقرة ، في حين هناك فقط أربع نوى فردية – فردية – مستقرة وهي : $^{2}_{1}H$, $^{6}_{3}Li$, $^{10}_{5}B$ و $^{14}_{7}N$.

وثمة صفة أخرى تدعم أنموذج القشرة للنواة هي قابليته على ايجاد الزخم الزاوي الكلي للنواة . ففي حالة نوى زوجية – زوجية ، تكون البروتونات والنيوترونات على شكل أزواج ، ولذلك فالزخوم الزاوية البرمية والزخوم المدارية لهذه النويات تمحي بعضها بعضاً . وهذه النتيجة تتفق مع المشاهدات العملية بأن الزخم الزاوي الكلي للنوى الزوجية – الزوجية يساوي صفرا ، وبرم النوى الزوجية – الفردية (Z زوجي و N فردي) والنوى الفردية – الزوجية (Z فردي و N زوجي) يساوي ½ ، الذي يمثل برم النيوترون أو البروتون الأضافي . ولذلك فالزخم الزاوي الكلي لهذه النوى يساوي نصف عدد فردي (½ + عدد صحيح يمثل الزخم الزاوي المداري) . على حين يساوي برم النوى الفردية – الفردية عددا صحيحا ، يمثل مجموع برم البروتونات والنيوترونات . ولذلك يساوي الزخم الزاوي الكلي لهذه النوى عددا صحيحا . وهذه الملاحظات تتفق مع المشاهدات العملية .

فاذا كانت النويات في داخل النواة ، حسب أنموذج قطرة السائل ، متراصة ويتفاعل

without spin-orbit coupling — with spin-orbit coupling

energy

without spin-orbit coupling	with spin-orbit coupling	nucleons per level $2j+1$	nucleons per shell	total nucleons
	$8j_{15/2}$	16		
4s	$5d_{3/2}$	4		
5d	$4s_{1/2}$	2		
6g	$6g_{7/2}$	8		
7i	$7i_{11/2}$	12		
	$5d_{5/2}$	6		
	$6g_{9/2}$	10		
	$7i_{13/2}$	14	44	126
4p	$4p_{1/2}$	2		
	$4p_{3/2}$	4		
5f	$5f_{5/2}$	6		
	$5f_{7/2}$	8		
6h	$6h_{9/2}$	10		
	$6h_{11/2}$	12	32	82
3s	$3s_{1/2}$	2		
4d	$4d_{3/2}$	4		
	$4d_{5/2}$	6		
5g	$5g_{7/2}$	8		
	$5g_{9/2}$	10	22	50
3p	$3p_{1/2}$	2		
4f	$4f_{5/2}$	6		
	$3p_{3/2}$	4		
	$4f_{7/2}$	8	8	28
2s	$3d_{3/2}$	4	12	20
3d	$2s_{1/2}$	2		
	$3d_{5/2}$	6		
2p	$2p_{1/2}$	2	6	8
	$2p_{3/2}$	4		
1s	$1s_{1/2}$	2	2	2

الشكل (١١ – ١٠) تسلسل مستويات الطاقة حسب أنموذج القشرة للنواة .

بعضها مع بعض بقوة ، فكيف اذاً تتحرك هذه النويات بصورة مستقلة بعضها عن بعض ، في مجال القوة العام للنواة المفروض في أنموذج القشرة ؟ ولأول وهلة يبدو أن هناك تناقض

بين الانموذجين ، ذلك أن نوية تتحرك في نواة حسب أنموذج القطرة تعاني أصطدامات متكررة تعمل على الغاء زخم زاوي متميز للنوية .

والحقيقة هي أن ، دراسة دقيقة للانموذجين توضح أن ليس هناك تناقض بينهما . فتشغل النيوترونات والبروتونات في نواة في حالتها الأرضية أدنى مستويات طاقة ، وبصورة تتفق مع مبدأ الأنفراد (لاحظ الشكل (١١-٢)) . وفي حالة التصادم تنتقل طاقة من نوية الى نوية تاركة احدى النويتين في طاقة أعلى والنوية الأخرى في طاقة أوطأ . ولكن جميع مستويات الطاقة الدنيا للنواة مملوءة ، لذلك فان هذه التصادمات بصورة عامة تخرق مبدأ الانفراد . وبطبيعة الحال من الممكن لنويتين من نفس النوع أن يتبادلا طاقتيهما . لكن هذه التصادمات تكون غير مهمة ؛ ذلك لأن النظام يبقى في نفس الحالة الابتدائية . أو بعبارة أخرى ، ان مبدأ الأنفراد يمنع تصادم النويات بعضها مع بعض حتى عندما تكون متقاربة جدا داخل النواة . لذلك فاعتبار النويات جسيمات مستقلة في النواة يكون صحيحـــا .

ان أنموذج قطرة السائل وأنموذج القشرة للنواة ، على الرغم من اختلافهما ، يتمكنان من تفسير معظم الصفات المعروفة للنواة . وهناك محاولات في الآونة الأخيرة لايجاد نظرية تجمع الصفات الجيدة لكل من هذين الانموذجين ، وتم تحقيق بعض النجاح في هذا الاتجاه . ويتضمن الانموذج الجديد امكانية تذبذب ودوران النواة ككل . ان ابتعاد النوى (عدا الزوجية - الزوجية منها) من الشكل الكروي ، نتيجة للقوة الطاردة ، يؤدي الى تعقيد حسابات الأنموذج الموحد . ان نتائج هذه النظرية تتفق مع مستويات طاقة النواة المستنبطة من دراسة طيف أشعة كاما للنواة ، ومن خلال طرق تجريبية أخرى .

تمرينات

١ . حزمة من أيونات $^{6}_{3}Li$ طاقتها 400 eV تدخل بصورة عمودية على مجال مغناطيسي منتظم شدته 0.08 T . جد نصف قطر مسار الايونات في المجال المغناطيسي .

الكتلة الذرية لـ $^{6}_{3}Li$ تساوي 6.01513 u

٢ . حزمة من الايونات طاقتها 1,000 eV تدخل بصورة عمودية على مجال مغناطيسي شدته 0.2 T . جد نصف قطر مسار النظير $^{10}_{5}B$ (كتلته الذرية تساوي 10.013 u ونصف قطر مسار النظير $^{11}_{5}B$ (كتلته الذرية تساوي 11.009 u) ، في المجال المغناطيسي .

٣ . البورون الاعتيادي هو خليط من النظيرين $^{10}_{5}B$ و $^{11}_{5}B$. فاذا كان الوزن الذري للخليط يساوي 10.82 u ، جد نسبة كلّ نظير في البورون الاعتيادي .

٤ . اثبت أن كثافة نواة $^{1}_{1}H$ هي 10^{14} مرات أكبر من كثافة الذرة ككلّ . (ملاحظة : افترض أن نصف قطر الذرة يساوي نصف قطر اول مدار بور) .

٥ . طاقة ترابط $^{35}_{17}Cl$ تساوي 298 MeV . جد كتلتها بوحدة u

٦ . كتلة $^{20}_{10}Ne$ تساوي 19.9924 u . جد طاقة الترابط بوحدة MeV

٧ . اذا علمت أن كتلة ذرة $^{16}_{8}O$ المتعادلة هي 15.9949 u ، ما معدل طاقة ترابط كلّ نوية في $^{16}_{8}O$ ؟

٨ . اذا علمت أن كتلة ذرة $^{15}_{7}N$ المتعادلة هي 15.0001 u وكتلة ذرة $^{15}_{8}O$ المتعادلة هي 15.0030 u ، ما الطاقة اللازمة لفصل بروتون واحد من $^{16}_{8}O$ ؟

٩ . ما الطاقة اللازمة لفصل نيوترون من $^{16}_{8}O$ ؟

١٠ . قارن بين الطاقة الدنيا لفوتون أشعة كاماالذي يستطيع تحليل جسيمه الفا الى تريتون triton وبروتون ، والطاقة الدنيا لفوتون اشعة كاما الذي يستطيع تحليل جسيمة الفا الى نواة $^{3}_{2}He$ ونيوترون . (لاحظ أن الكتل الذرية لـ $^{3}_{1}H$ و $^{3}_{2}He$ هي 3.01605 u و 3.01603 u ، على التوالي .)

١١ . اثبت أن الطاقة الالكتروستاتيكية الكامنة لبروتونين على مسافة 1.7×10^{-15} m تساوي تقريباً الفرق بين طاقة ترابط $^{3}_{1}H$ و $^{3}_{2}He$. ما تأثير هذه النتيجة على الفكرة القائلة ان القوى النووية لا تعتمد على الشحنة ؟ (لاحظ أن كتلتي الذرتين $^{3}_{1}H$ و $^{3}_{2}He$ المتعادلتين هما 3.016049 و 3.016029 u ، على التوالي) .

١٢ . البروتونات والنيوترونات هي جسيمات ذات برم يساوي $\frac{1}{2}$. فسّر لماذا تتبع ذرات $^{4}_{2}He$ قانون احصاء بوز وآينشتين ، على حين تتبع ذرات $^{3}_{2}He$ قانون احصاء فيرمي وديراك ؟

١٣ . اثبت أن منخفض الجهدللديوتيرون ذا عمق حوالي 35 MeV وعرض 2 fm (لاحظ البند ١١–٧) يتفّق مع مبدأ عدم التحديد .

١٤ . أحسب القيمة التقريبية لـ a_3 في المعادلة (١١–٢٧) بأستخدام فرضيات مناسبة .

١٥ . بناء على أنموذج غاز فيرمي *Fermi gas model* للنواة ، نعتبر أنالبروتونات والنيوترونات محصورة في صندوق ذي ابعاد تساوي أبعاد النواة . وهذه النويات تشغل أوطأ مستويات طاقة ، بصورة تنسجم مع مبدأ الانفراد . ولما كانت النيوترونات والبروتونات تمتلك برم $\frac{1}{2}$ ، لذلك فهي تمثّل جسيمات فيرمي وتتبع قانون احصاء فيرمي وديراك . (أ) استخدم المعادلة (١٠–١٢) لاشتقاق معادلة طاقة فيرمي لنواة ذات عدد متساوٍ من النيوترونات والبروتونات . (ب) جد طاقة فيرمي لنواة حيث $R_0 = 1.2$ fm

الفصل الثاني عشر

التحولات النووية

على الرغم من القوة الكبيرة التي تربط النويات فيما بينها ، فان النوى الذرية ليست متماسكة تماما . فهناك عدد كبير من النوى غير المستقرة التي تتحول بصورة تلقائية الى نوى أخرى عن طريق الاضمحلال الاشعاعي radioactive decay . وكذلك يمكن تحويل جميع النوى الى نوى أخرى عن طريق تصادمها مع نويات او نوى ذرية . والحقيقة هي أن وجود النوى الكبيرة في الطبيعة ناتج عن تفاعلات نووية متعاقبة من هذا النوع تحدث غالباً في قلوب النجوم . وفي هذا الفصل نناقش أسس ظاهرة النشاط الاشعاعي radioactivity وكذلك التفاعلات النووية

١٢ – ١ الانحلال* الاشعاعي RADIOACTIVE DECAY

ان النشاط الاشعاعي قد لعب دورا مهما في تطوير النظرية الذرية والنووية . عند انحلال نواة تلقائيا بأبعاث نواة ^4_2He (جسيمة الفا) ، او الكترون (جسيمة بيتا) ، أو فوتون (أشعة كاما) فانها تلفظ طاقتها الفائضة وتتحول الى نواة أكثر استقرارا .

نعرف نشاط *activity* عينية من مادة مشعة بأنه سرعة انحلال نوى الذرات المكونة . فإذا كان N يساوي عدد النوى الموجودة في لحظة معينّة في عينّة ، فان النشاط R هــو

$$R = -\frac{dN}{dt} \qquad (١٢ - ١)$$

والاشارة السالبة هي لجعل R كمية موجبة ، ذلك أن ، بطبيعة الحال : dN/dt كمية سالبة . والوحدة الطبيعية للنشاط الاشعاعي هي عدد النوى المنحلة في كل ثانية . ومع هذا فمن المناسب أن نعبرّ عن R بوحدة الكورى (Ci) *curie* أو أجزاء الكورى ، مثلا

* الانحلال يقابل كلمة decay وهو تحويل العنصر المشع الى عنصر آخر أبسط أو أكثر استقراراً

الملي كورى« mCi والمايكروكورى . µCi . لدينا بالتعريف

$$1\ Ci = 3.70 \times 10^{10}\ \text{disintegrations/s}$$
$$1\ mc = 10^{-3}\ Ci = 3.70 \times 10^{7}\ \text{disintegrations/s}$$
$$1\ \mu c = 10^{-6}\ Ci = 3.70 \times 10^{4}\ \text{disintegrations/s}$$

تشير النتائج العملية الى أن النشاط الاشعاعي لعينّة من مادة مشعة يتناقص أسيّا مع الزمن. الشكل (١٢-١) يوضح تغير R مع t لنظير مشع نموذجي . نلاحظ ان بعد كل خمس ساعات يهبط النشاط الاشعاعي للنظير الى نصف قيمته عند بداية فترة الخمس ساعات من دون الاشارة الى لحظة البداية .

وعليه فان العمر النصفي *half life* النظير هو$T_{1/2}$ 5 h . وكل نظير مشع يمتلك عمر نصفي معين ، وتتراوح الاعمار النصفية النظائر من اقل من 10^{-6} ثانية الى اكثر من 10^{9} سنة . فاذا كان النشاط الابتدائي في الشكل (١٢-١) هوR_0 فان النشاط بعد خمس ساعات يهبط الى $0.5R_0$ ، وبعد خمس ساعات اخرى تقل قيمة R الى نصف القيمة الاخيرة لتصبح $0.25R_0$. اي ان نشاط عينة بعد فترة $2T_{1/2}$ يكون 0.25 فقط من قيمته الابتدائية . وبعد مرور فترة خمس ساعات ثالثة ، اي بعد$3T_{1/2}$ من بداية القياس ، تصبح R $\frac{1}{2}(0.25R_0)$ $0.125R_0$ أي ان

$$R = R_0 e^{-\lambda t} \qquad (١٢ - ٢)$$

حيث λ ، التي تدعى بثابت الانحلال *decay constant,* ، تاخذ قيما مختلفة للنظائر المشعة المختلفة . ويمكننا بسهولة ايجاد العلاقة بين ثابت الانحلال والعمر النصفي $T_{1/2}$. فحسب التعريف ، يهبط النشاط R الى نصف قيمته الابتدائية بعد مرور فترة تساوي نصف عمر النظير $t = T_{1/2}$. ولذلك :

$$R = R_0 e^{-\lambda t}$$
$$\tfrac{1}{2}R_0 = R_0 e^{-\lambda T_{1/2}}$$
$$e^{\lambda T_{1/2}} = 2$$

وباخذ اللوغاريتم الطبيعي لطرفي هذه المعادلة نجد

$$\lambda T_{1/2} = \ln 2$$

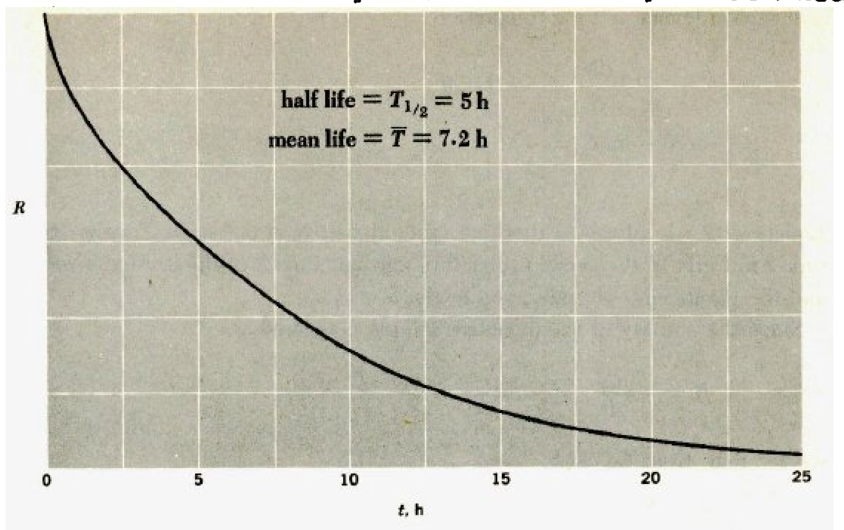
$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0.693}{\lambda} \qquad (١٢ - ٣)$$ نصف عمر النظير

فمثلا ثابت اضمحلال نظير مشع عمره النصفي 5 h هو

$$\lambda = \frac{0.693}{T_{1/2}} = \frac{0.693}{5\ h \times 3{,}600\ s/h} = 3.85 \times 10^{-5}\ s^{-1}$$

والحقيقة هي ان الانحلال الاشعاعي يتبع قانونا اسيا يشير الى ان هذه الظاهرة ذات

طبيعة احصائية : وهي ان كل نواة في عينه من مادة مشعة لها احتمالية معينة للانحلال ومن غير أن نعرف أي نواة سوف تنحل بعد فترة من الزمن . فاذا كانت عينة المادة المشعة كبيرة (أي أن هناك عددا كبيرا من النوى) ، فان نسبة النوى المنحلة خلال فترة زمنية معينة تساوي احتمالية انحلال نواة خلال تلك الفترة تقريبا . ولذا فالقول أن نظيراً مشعاً له عمر نصفي 5 h ، يعني أن كل نواة من هذا النظير لها احتمالية تساوي 50٪ للانحلال خلال فترة خمس ساعات. ولكن هذا لا يعني أن هناك احتمالية 100٪ للانحلال خلال فترة 10 h . فببساطة أن النواة لا تتذكر تاريخها وأن هناك احتمالية ثابتة للانحلال خلال كل وحدة زمنية لغاية أن تنحل فعلا . والعمر النصفي يساوي 5 h يعني أن هناك أحتمالية 75٪ للانحلال خلال 10 h ، واحتمالية 87.5٪ للانحلال خلال 15 h واحتمالية 93.75٪ للانحلال خلال 20 h .. وهكذا . لأن احتمالية الانحلال خلال كل 5-h هي 50٪



الشكل (١٢ — ١) نشاط نظير مشع يتناقص أسيا من الزمن

ان قانون الأنحلال التجريبي في المعادلة (١٢—٢) ينتج بصورة مباشرة من الفرضية أن هناك احتمالية ثابتة لانحلال النواة تساوي λ خلال وحدة الزمن . ولما كانت λ تمثل احتمالية الانحلال خلال وحدة الزمن ، فان $\lambda\, dt$ تساوي احتمالية انحلال النواة خلال فترة dt . فاذا كان هناك N من النوى غير المنحلة ، فان عدد النوى dN التي تنحل خلال فترة dt يساوي حاصل ضرب عدد النوى N الموجودة في احتمالية انحلال كل نواة $\lambda\, dt$ خلال الفترة dt . أي

$$dN = -N\lambda\, dt \qquad (٤ - ١٢)$$

حيث ان الأشارة السالبة ضرورية، لأن N تتناقص مع t . ويمكننا كتابة المعادلة (١٢-٤) بالصيغة :

$$\frac{dN}{N} = -\lambda\, dt$$

وبتكامل طرفي هذه المعادلة نحصل على :

$$\int_{N_0}^{N} \frac{dN}{N} = -\lambda \int_0^t dt$$

$$\ln N - \ln N_0 = -\lambda t$$

$$N = N_0 e^{-\lambda t} \qquad (٥-١٢)$$

وتعطينا المعادلة (١٢-٥) عدد نوى النظير غير المنحلة N عند اللحظة t ، بدلالة ثابت الاضمحلال λ وعدد النوى N_0 الموجودة عند $t = 0$.

ولما كان نشاط عينة من مادة مشعة هو :

$$R = -\frac{dN}{dt}$$

فان النشاط الاشعاعي R يكون :

$$R = \lambda N_0 e^{-\lambda t}$$

وهذه المعادلة تتفق مع القانون التجريبي للنشاط الاشعاعي اذا اعتبرنا :

$$R_0 = \lambda N_0$$

أو بصورة عامة :

$$R = \lambda N \qquad (٦ - ١٢)$$

نلاحظ أن ثابت الأنحلال λ لنظير مشع يساوي احتمالية انحلال نوى النظير خلال وحدة الزمن

ونستطيع من المعادلة (١٢-٦) أن نحسب النشاط الأشعاعي لعينة من نظير مشع اذا عرفنا كتلة العينّة ووزنها وثابت انحلالها . فمثلا ، دعنا نحسب النشاط الاشعاعي لعينّة وزنها 1-gm من النظير $^{90}_{38}Sr$ الذي ينحل بعمر نصفي 28 yr بابعاث جسيمات بيتا . ان ثابت انحلال $^{90}_{38}Sr$ هو :

$$\lambda = \frac{0.693}{T_{1/2}}$$

$$= \frac{0.693}{28\text{ yr} \times 3.16 \times 10^{7}\text{ s/yr}}$$

$$= 7.83 \times 10^{-10}\text{ s}^{-1}$$

وكتلة 1 gm من $^{90}_{38}Sr$ تتضمن :

$$\frac{10^{-3}\ kg}{90\ kg/kmol} = 1.11 \times 10^{-5}\ kmol$$

ولكل كيلو جزيئي غرامي kmol يحتوي على عدد افوكادرومن الذرات ، عليه فان 1 gm من $^{90}_{38}Sr$ تتضمن :

$$1.11 \times 10^{-5}\ kmol \times 6.025 \times 10^{26}\ atoms/kmol$$
$$= 6.69 \times 10^{21}\ atoms$$

ولذلك فان نشاط العينة يكون :

$$R = \lambda N$$
$$= 7.83 \times 10^{-10} \times 6.69 \times 10^{21}\ s^{-1}$$
$$= 5.23 \times 10^{12}\ s^{-1}$$
$$= 141\ Ci$$

علينا أن نلاحظ أن نصف عمر نظير مشع لايساوي متوسط عمره *mean lifetime* $\bar{T}$ الذي يساوي مقلوب احتمالية انحلاله لوحدة الزمن :

$$\bar{T} = \frac{1}{\lambda} \qquad (٧ - ١١)$$

وعليه فان :

$$\bar{T} = \frac{1}{\lambda} = \frac{T_{1/2}}{0.693} = 1.44 T_{1/2} \qquad (٨ - ١٢)$$ متوسط عمر النظير

$\bar{T}$ تساوي تقريبا مرة ونصف بقدر $T_{1/2}$. متوسط عمر نظير مشع عمره النصفي 5 h هو 7.2 h

١٢ - ٢ سلاسل النشاط الاشعاعي RADIOACTIVE SERIES

هناك أربع سلاسل للنشاط الاشعاعي ، ومعظم العناصر المشعة الموجودة في الطبيعة تقع ضمن أحدى هذه السلاسل . وكل سلسلة نشاط اشعاعي تتكوّن من نويدات وليدة daughter products متتابعة مشتقة من نويدة أم parent nuclide معيّنة . وسبب وجود أربع سلاسل فقط هو أن نويدات هذه السلاسل تنحل بابعاث جسيمات ألفا ، حيث كل انحلال يؤدي الى نقصان العدد الكتلي للنواة بمقدار أربعة . ولذلك فان النويدات ذات العدد الكتلي :

$$A = 4n \qquad (٩ - ١٢)$$

حيث n عدد صحيح ، تستطيع أن تنحل الى نويدات ضمن هذه السلسلة بصورة متتالية . وتدعى هذه السلسلة بسلسلة $4n$. ونويدات السلسلة $4n + 1$ لها أعداد كتلية

$$A = 4n + 1 \qquad (١٠ - ١٢)$$

ونويدات السلسلة $4n + 2$ و$4n + 3$ لها أعداد كتلية

$$A = 4n + 2 \qquad (١١ - ١٢)$$

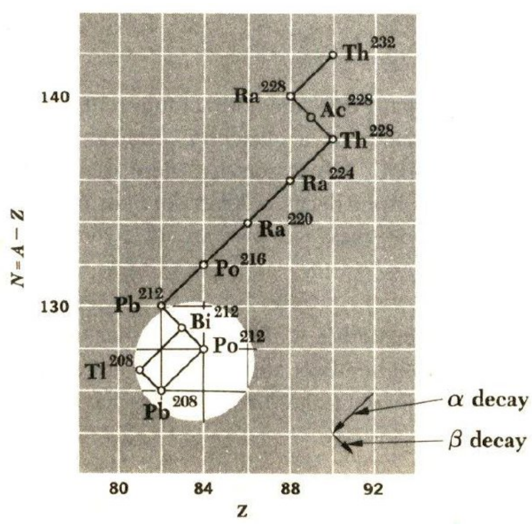
و

$$A = 4n + 3 \qquad (١٢ - ١٢)$$

على التوالي . فانحلال ألفا يحول نويدات كل سلسلة بصورة متعاقبة الى نويدات في نفس السلسلة .

Mass numbers	Series	Parent	Half life, yr	Stable end product
$4n$	Thorium	$^{232}_{90}Th$	1.39×10^{10}	$^{208}_{82}Pb$
$4n + 1$	Neptunium	$^{237}_{93}Np$	2.25×10^{6}	$^{209}_{83}Bi$
$4n + 2$	Uranium	$^{238}_{92}U$	4.51×10^{9}	$^{206}_{82}Pb$
$4n + 3$	Actinium	$^{235}_{92}U$	7.07×10^{8}	$^{207}_{82}Pb$

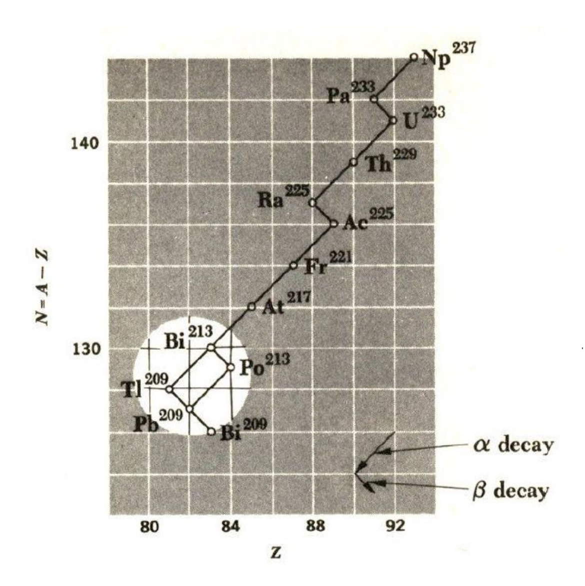
الجدول (١٢ - ١) سلاسل النشاط الاشعاعي الاربع .



الشكل (١٢-٢) سلسلة انحلال الثوريوم $(A = 4n)$. ان انحلال $^{212}_{83}Bi$ يمكن أن يتمّ إما بأبعاث الفائم أبعاث جسيمات بيتا ، أو بالعكس .

والجدول (١٢ - ١) يتضمن اسماء أهم أربع سلاسل نشاط اشعاعي ، وكذلك اسماء وانصاف أعمار نويدات الأم والنويدات الوليدة النهائية المستقرة لكل سلسلة . ان العمر النصفي للنبتونيوم neptunium هو جدا قصير بالنسبة لعمر الكون ($\sim 10^{10}$ yr) ولذلك لانجد

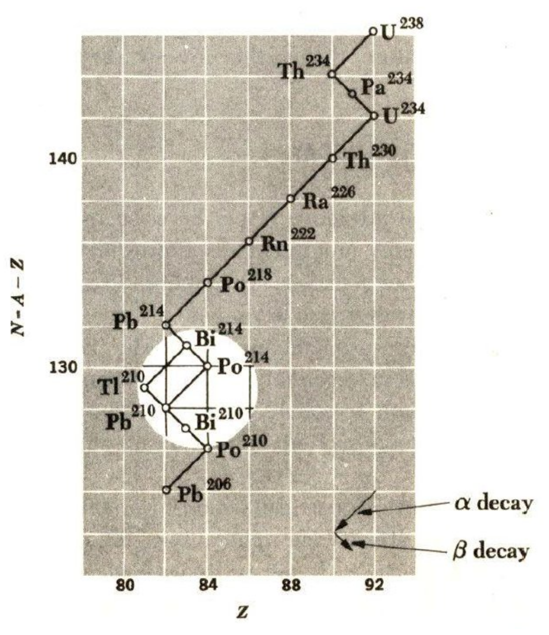
نويدات هذه السلسلة في الطبيعة حاليا . ولكن قد تم الحصول على نويدات هذه السلسلة مختبريا ، وذلك بقذف نوى ثقيلة أخرى بالنيوترونات (لاحظ البند ١٢-١٢) . والاشكال (١٢-٢) الى (١٢-٥) تبين انحلالات الفا وبيتا التي تؤدي الى تكوين النواة النهائية المستقرة من نواة الأم لكل سلسلة . وتنحل بعض النويدات أما بابعاث جسيمات الفا أو جسيمات بيتا ، وعليه فان سلسلة الانحلال تتفرع عند هذه النويدات . فمثلا ، $^{212}_{83}Bi$ ،



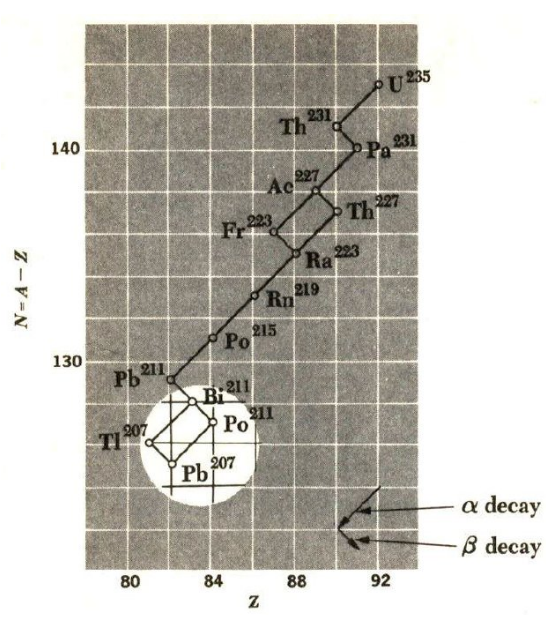
الشكل (١٢-٣) سلسلة انحلال الثوريوم ($A = 4n + 1$). ان انحلال $^{213}_{83}Bi$ يمكن أن يتم اما بأبعاث جسيما ت الفا ثم ابعا ث جسيما ت بيتا . أو بالعكس

الذي هو نويدة في سلسلة الثوريوم ، له احتمالية 66.3٪ للانحلال بأبعاث جسيمة بيتا ليتحول الى $^{212}_{84}Po$ ، واحتمالية 33.7٪ للانحلال بأبعاث جسيمة الفا ليتحول الى $^{208}_{81}Tl$. ان انحلال بيتا يتبعه انحلال ألفا ، وانحلال ألفا يتبعه انحلال بيتا ، ولذلك فان الفرعين يلتقيان عند $^{208}_{82}Pb$.

ان هناك بضع نويدات ذات عدد كتلي أقل من 82 تشع جسيمات الفا . لكن هذه النويدات لا توجد بوفرة في الطبيعة .



الشكل (١٢-٤) : سلسلة انحلال اليورانيوم $(A = 4n + 2)$. ان انحلال $^{214}_{83}Bi$ يمكن أن يتم اما بأبعاث جسيمة الفا ثم جسيمة بيتا ، أو بالعكس .



الشكل (١٢ - ٥) سلسلة انحلال الاكتينيوم $(A = 4n + 3)$. ان انحلال $^{227}_{89}Ac$ و $^{211}_{83}Bi$ يمكن أن يتم اما بأبعاث جسيمة الفا ثم جسيمة بيتا ، أو بالعكس .

١٢-٣ انحلال ألفـا * ALPHA DECAY

نتيجة قصر مدى القوى النووية ، فان طاقة الترابط الكلية لنواة تتناسب تقريباً مع عددها الكتلي A ، أيّ عدد النويات في النواة . ومن ناحية اخرى ، تكون قوى التنافر الالكتروستاتيكية بين البروتونات ذات مدى طويل جداً ، ولذلك نجد أن الطاقة الالكتروستاتيكية تتناسب تقريباً مع Z^2 . وعليه فالنوى ذات 210 نوية أو أكثر تكون كبيرة جداً بحيث أن القوة النووية القصيرة المدى لا تستطيع أن تحفظ النويات بعضها مع بعض ضد تأثير القوة الالكتروستاتيكية . وعليه تنبعث من هذه النوى جسيمات الفا لكي تساعد على استقرارية النواة عن طريق تقليص حجمها .

لماذا تنبعث جسيمات الفا بدلاً من نويات منفردة أو نوى $^3_2\mathrm{He}$ ، مثلاً ؟ وجواب ذلك هو أن نويات جسيمة الفا تكون مترابطة بقوة عالية جداً فيما بينها . فلكي تنبعث جسيمة من النواة فانها يجب أن تمتلك طاقة حركية . تكتسب جسيمة ألفا هذه الطاقة نتيجة للفرق بين كتلتها وكتلة نوياتها الاربع المأخوذة من النواة . ولتوضيح هذه النقطة نحسب الطاقة المتحررة Q عند انبعاث جسيمة ألفا . هذه الطاقة تساوي

$$Q = (m_i - m_f - m_\alpha)c^2$$

حيث m_i كتلة نواة الأم و m_f كتلة النواة الوليدة و m_α كتلة جسيمة الفا . ان انبعاث جسيمات ألفا فقط هو ممكن أن يحدث تلقائياً ، حيث $Q > 0$. على حين يتطلب انبعاث جسيمات اخرى طاقة خارجية لانجاز عملية الانبعاث . فمثلاً ، عند انبعاث جسيمة الفا من $^{232}_{92}\mathrm{U}$ تتحرر طاقة مقدارها 5.4 MeV ، على حين يتطلب انبعاث بروتون طاقة 6.1 MeV من الخارج وانبعاث نواة $^3_2\mathrm{He}$ يتطلب طاقة 9.6 MeV . ان الطاقة المتحررة نتيجة انبعاث جسيمة الفا المشاهدة مختبريا تتفق مع الحسابات المبينة على الفرق بين كتلة النواة الابتدائية و (كتلة النواة النهائية + كتلة جسيمة الفا) .

ان الطاقة الحركية T_α لجسيمة الفا المنبعثة لا تساوي تماماً الطاقة الكلية المتحررة Q نتيجة الانبعاث . والسبب هو أن النواة الوليدة ترتد باتجاه معاكس لاتجاه حركة جسيمة الفا المنبعثة (حسب قانون حفظ الزخم) وبالتالي فانها سوف تكتسب بعض الطاقة الحركية . ويمكننا بسهولة الحصول من قانون حفظ الزخم والطاقة على العلاقة بين T_α ، Q والعدد الكتلي A لنواة الأم . حيث نجد

$$T_\alpha \approx \frac{A-4}{A} Q$$

ان الاعداد الكتلية لمعظم النويات التي تبعث جسيمات الفا هي أكبر من 210 ، وعليه فمعظم

* وهذا يعني الانحلال الناشيء عن انبعاث جسيمات الفا (المترجمين)

طاقة الانحلال المتحررة Q تظهر على شكل طاقة حركية لجسيمة الفا ، فمثلاً قيمة Q المتحررة خلال انحلال $^{222}_{86}Rn$ تساوي 5.587 MeV على حين $T_\alpha = 5.486$ MeV .

والسؤال الذي يفرض نفسه الآن هوكيف يمكن لجسيمة الفا أن تهرب من النواة ؟ الشكل (١٢-٦) يبين تغير الطاقة الكامنة V لجسيمة الفا كدالة للمسافة من مركز نواة ثقيلة ، فيه ارتفاع حاجز الجهد potential barrier يساوي 25 MeV تقريباً . وهذا يمثل الشغل اللازم لجلب جسيمة الفا من اللانهاية ، ضد قوة التنافر الالكتروستاتيكية ، الى نقطة قريبة جداً من النواة ولكن خارج مدى القوة النووية . وعليه يمكن اعتبار مسألة جسيمة الفا داخل نواة بأنها تشبه جسيمة في صندوق ذي جهد 25 MeV عند الجدران . ولكن طاقات جسيمات الفا المنبعثة المشاهدة عملياً تمتد بين 4 MeV الى 9 MeV ، معتمدة على النويدة المضمحلة ، ولذلك فان هذه الجسيمات ينقصها من 16 MeV الى 21 MeV لكي تخترق حاجز الجهد حسب مفاهيم الميكانيك الكلاسيكي .

ان الميكانيك الكلاسيكي لا يستطيع تفسير ظاهرة انبعاث جسيمات الفا ، لكن يمكن تفسير هذه الظاهرة بسهولة على أساس الميكانيك الكمّي . والحقيقة هي أن نجاح النظرية الكمية لانبعاث جسيمات الفا ، الموضوعة بصورة مستقلة من قبل كامو Gamow ، ومن قبل كورني Gurney وكوندن Condon عام 1928 قد اعتبر دليلاً لصحة النظرية الكميّة .

وسوف نلاحظ في البندين التاليين أنه حتى الصيغة المبسطة لهذه النظرية تعطينا نتائج تتفق بصورة جيدة مع المشاهدات العلمية . وأسس هذه النظرية هي كما يلي :

١- نفترض ان جسيمة الفا توجد بصورة متميزة داخل النوى الثقيلة .

٢- هذه الجسيمة في حالة حركة مستمرة وتكون محصورة داخل النواة بتأثير حاجز الجهد .

٣- هناك احتمالية صغيرة محدودة لجسيمة الفالان تخترق حاجز الجهد كلما سقطت الجسيمة على الحاجز ، على الرغم من ارتفاعه .

فمن هذه الفرضيات نجد أن احتمالية الانحلال لوحدة الزمن λ تأخذ الصيغة :

$$\lambda = \nu P$$

حيث ν عدد المرات التي تصطدم بها جسيمة الفا مع جدران النواة لكل ثانية و P احتمالية اختراق جسيمة الفا حاجز الجهد عند كل تصادم . نفترض أن هناك جسيمة الفا واحدة داخل النواة عند كل لحظة ، وأن ν تساوي عدد المرات التي تقطع جسيمة الفا قطر النواة في كل ثانية . وعندها يكون

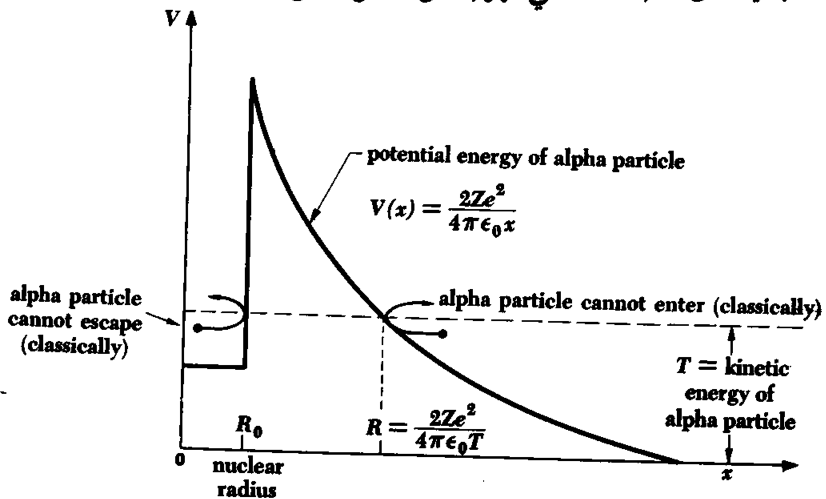
$$\nu = \frac{v}{2R}$$

حيث v سرعة جسيمة الفا داخل النواة و R نصف قطر النواة وقيمة أنموذجية لـ v و R هي

2×10^7 m/s و 10^{-14} m ، على التوالي . ولذا :

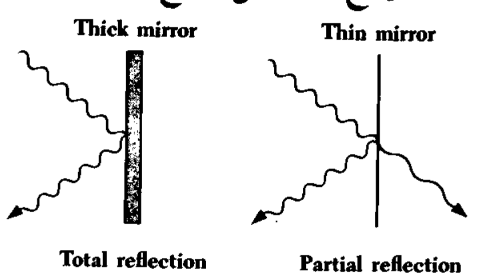
$$\nu \approx 10^{21}\ s^{-1}$$

فنلاحظ أن جسيمة الفا تصطدم جدران النواة 10^{21} مرة لكل ثانية . ومع هذا ، قد تحتاج هذه الجسيمة الى 10^{10} yr لكي تهرب من داخل بعض النوى .



الشكل (١٢ - ٦) الطاقة الكامنة لجسيمة الفا كدالة للمسافة من مركز النواة

ولما كانت $V > E$ ، فان الفيزياء الكلاسيكية تشير الى أن هناك احتمالية $P = 0$ لجسيمة الفا ان تخترق جدران النواة . وحسب الميكانيك الكمي تكون جسيمة الفا على شكل موجة ولذلك فهناك احتمالية P محدودة (وان كانت صغيرة) لهذه الجسيمة لان تخترق حاجز الجهد . وهذه العملية تشبه سلوك الموجات الضوئية ؛ ذلك أن موجة ضوئية تنعكس من مرآة عاكسة تتوغل داخل السطح العاكس لمسافة ، قبل أن تعكس اتجاهها . لكن تتناقص سعة الموجة داخل المادة العاكسة اسياً مع المسافة من السطح .



الشكل (١٢-٧) موجة ساقطة على سطح عاكس جيد تتوغل لمسافة داخل السطح ، ويمكن أن تخترقه اذا كان سمك السطح صغيراً لحد كاف .

* ١٢ — ٤ اختراق حاجز الجهد BARRIER PENETRATION

لنتصور حزمة من جسيمات طاقتها الحركية T تسقط من جهة اليسار على حاجز جهد ارتفاعه V وعرضه L ، في حين $V = 0$ على جهتي الحاجز (لاحظ الشكل ١٢–٨)، ذلك أن ليس هناك قوة تؤثر على الجسيمات خارج منطقة الحاجز (لاحظ الشكل (١٢–٨)).
ان معادلة شرودينكر للجسيمات عند جهتي الحاجز هي

$$\frac{\partial^2\psi_I}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2}E\psi_I = 0 \qquad (١٢ - ١٣)$$

و

$$\frac{\partial^2\psi_{III}}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2}E\psi_{III} = 0 \qquad (١٢ - ١٤)$$

ان المعادلتين (١٢ — ١٣) و (١٢ — ١٤) لهما الحلان :

$$\psi_I = Ae^{iax} + Be^{-iax} \qquad (١٢ - ١٥)$$

و

$$\psi_{III} = Ee^{iax} + Fe^{-ia\cdot x} \qquad (١٢ - ١٦)$$

على التوالي . ويمكننا بسهولة تفسير معنى الحدود المختلفة في هاتين المعادلتين ، كما نلاحظ من الشكل (١٢ –٨) أن Ae^{iax} يمثل موجة سعتها A تسقط من جهة اليسار على حاجز الجهد . أي

$$\psi_{I+} = Ae^{iax} \qquad (١٢ - ١٧)$$

وهذه الموجة تصف جسيمات الحزمة الساقطة ، اذ $|\psi_{I+}|^2$ تمثل كثافة الجسيمات في الحزمة . فاذا كانت v سرعة مجموعة الموجات group velocity (وهي تساوي السرعة الكلاسيكية للجسيمات) فان :

$$|\psi_{I+}|^2 v \qquad (١٢ - ١٨)$$

يمثل فيض الجسيمات القادمة نحو الحاجز . تصطدم الموجة الساقطة بالحاجز عند $x = 0$ ، وتنعكس جزئيا منه ، حيث :

$$\psi_{I-} = Be^{-iax} \qquad (١٢ - ١٩)$$

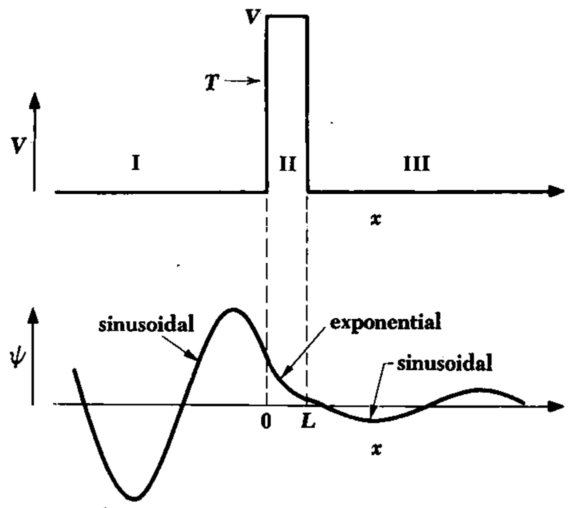
يمثل الموجة المنعكسة (لاحظ الشكل ١٢ — ٩) . وعليه

$$\psi_I = \psi_{I+} + \psi_{I-} \qquad (١٢ - ٢٠)$$

وفي الجهة الثانية من الحاجز حيث $(x > L)$ يجب ان يكون هناك

$$\psi_{III+} = Ee^{iax}$$

فقط ، الذي يمثل موجة تتحرك باتجاه $+x$ اما الحد III في المعادلة (١٢ –١٦) ،



الشكل (١٢ – ٨) يمكن لحزمة من الجسيمات أن تخترق حاجزاً ذات عرض محدود

الذي يمثل موجة تتحرك باتجاه اليسار ، فيجب ان يزول لعدم وجود أي شيء في المنطقة يعكس الموجة نحو اليسار . وعليه فان

$$F = 0$$

و

$$\psi_{III} = \psi_{III+} = Ee^{iax} \qquad (١٢ - ٢١)$$

وبتعويض ψ_I و ψ_{III} في المعادلتين (١٢ – ١٣) و (١٢ – ١٤) ، نجد أن :

$$a = \sqrt{\frac{2mT}{\hbar^2}} \qquad (١٢ - ٢٢)$$

ومن الواضح أن الاحتمالية P لاختراق الجسيمات للحاجز هي

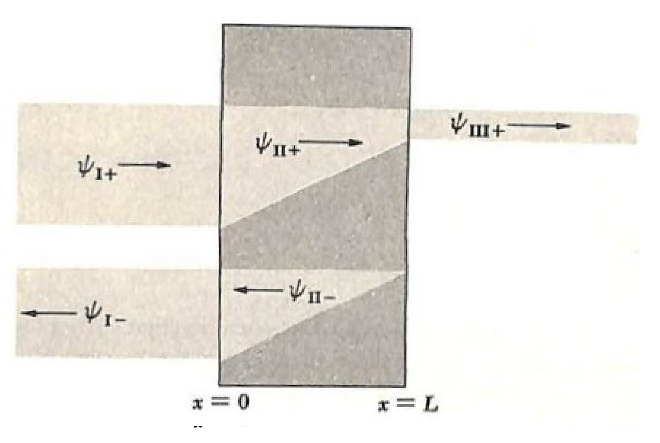
$$P = \frac{|\psi_{III}|^2}{|\psi_I|^2} = \frac{EE^*}{AA^*} \qquad (١٢ - ٢٣)$$

وهذه تمثل نسبة كثافة الاحتمالية في المنطقة III الى كثافة الاحتمالية في المنطقة I . وحسب الميكانيك الكلاسيكي $P = 0$ ؛ ذلك لأن الجسيم لايستطيع أن ينفذ من حاجز الجهد .

فدعنا نحسب هذه الاحتمالية وفق الميكانيك الكمي .

ان معادلة شرود ينكر في المنطقة II تاخذ الصيغة :

$$\frac{\partial^2\psi_{II}}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2}(T - V)\psi_{II} = 0 \qquad (١٢ - ٢٤)$$



الشكل (١٢ - ٩) : رسم تخطيطي لاختراق حاجز الجهد

وحل هذه المعادلة هو :

$$\psi_{II} = Ce^{ibx} + De^{-ibx} \qquad (١٢ - ٢٥)$$

حيث أن

$$b = \sqrt{\frac{2m(T - V)}{\hbar^2}} \qquad (١٢ - ٢٦)$$

ولما كانت $V > T$ ، فان b هي كمية خيالية . ولذلك نستعيض عن هذه الكمية بالعدد الموجي b' حيث :

$$b' = -ib = \sqrt{\frac{2m(V - T)}{\hbar^2}} \qquad (١٢ - ٢٧)$$

وعلى هذا

$$\psi_{II} = Ce^{-b'x} + De^{b'x} \qquad (١٢ - ٢٨)$$

فالحد الأول :

$$\psi_{II+} = Ce^{-b'x} \qquad (١٢ - ٢٩)$$

يتناقص أسياً ويمثل دالة موجية غيرمتذ بذ بة ، تتحرك نحواليمين داخل منطقة الحاجز . والحد الثاني يمثل موجة منعكسة داخل منطقة الجهد تتحرك نحواليسار . وسعة هذه الموجة تتناقص

$$\psi_{II-} = De^{b'x} \qquad (١٢ - ٣٠)$$

اسياً مع المسافة من السطح الايمن للحاجز .

ومع أن ψ_{II} هي غيرمتذ بذ بة ولاتصف جسيما متحركا ذات طاقة حركية موجبة ، فان كثافة الاحتمالية المتضمنة $|\psi_{II}|^2$ لاتساوي صفرا . فهناك احتمالية محدودة لوجود الجسيم داخل منطقة الحاجز . ويستطيع جسيم عند النهاية البعيدة من حاجز الجهد ان ينفذ

الى المنطقة $_{III}$ وطاقة الجسيم الحركية T في المنطقة III تساوي طاقته الحركية عند المنطقة I، وفي تلك المنطقة ياخذ الجسيم الدالة الموجية $_{III}$ ψ_{III} التي تمثل جسيم يتحرك باتجاه $+x$

وعندما يكون سمك الحاجز مالانهاية ، فان $\psi_{III} = 0$ ، التي تعبر عن أن جميع الجسيمات الساقطة تنعكس من الحاجز . فنلاحظ ان عملية الانعكاس تحدث ضمن منطقة الحاجز وليس عند سطحه الايسر .

ونستنتج مما تقدم ان حاجزا ذا عرض محدود يسمح لجزء P من الحزمة الساقطة عليه ان تخترقه .

ولكي نحسب P علينا ان نطبق بعض الشروط الحدودية* boundary condition على دالات الموجة ψ_I ، ψ_{II} و ψ_{III} . والشكل (١٢ – ٨) يوضح الشروط الحدودية التي يجب أن تتحقق بهذه الدالات . وكما قد مر سابقا ، يجب ان تكون كل من ψ و $\partial\psi/\partial x$ مستمرة في كل نقطة في الفضاء . وهذا يعني ان دالة الموجة وانحدارها يجب أن يكونا مستمرين عند جدران (اوحدود) حاجز الجهد . وعليه نجد عند السطح الايسر للحاجز أن :

١٢ – ٣١ أ

$$\psi_I = \psi_{II}$$

$$\left.\begin{array}{l} \psi_I = \psi_{II} \\ \dfrac{\partial\psi_I}{\partial x} = \dfrac{\partial\psi_{II}}{\partial x} \end{array}\right\} x = 0$$

١٢ – ٣١ ب

وعند السطح الايمن للحاجز

١٢ – ٣٢ أ

$$\left.\begin{array}{l} \psi_{II} = \psi_{III} \\ \dfrac{\partial\psi_{II}}{\partial x} = \dfrac{\partial\psi_{III}}{\partial x} \end{array}\right\} x = L$$

١٢ – ٣٢ ب

وبالتعويض عن ψ_I ، ψ_{II} و ψ_{III} من المعادلات (١٢ – ١٥) و (١٢–١٨) و (١٢ – ٢١) في المعادلات التي في اعلاه نجد :

$$A + B = C + D \qquad (١٢ - ٣٣)$$

$$iaA - iaB = -b'C + b'D \qquad (١٢ - ٣٤)$$

$$Ce^{-b'L} + De^{b'L} = Ee^{iaL} \qquad (١٢ - ٣٥)$$

$$-aCe^{-b'L} + aDe^{b'L} = iaEe^{iaL} \qquad (١٢ - ٣٦)$$

* والشروط الحدودية هي الشروط الفيزياوية التي تمليها المسألة تحت الدرس

ين)

ويمكن بسهولة حلّ المعادلات (١٢ – ٣٣) الى (١٢ – ٣٦) لنحصل على :

$$\left(\frac{A}{E}\right) = \left[\frac{1}{2} + \frac{i}{4}\left(\frac{b'}{a} - \frac{a}{b'}\right)\right] e^{(ia+b')L} + \left[\frac{1}{2} - \frac{i}{4}\left(\frac{b'}{a} - \frac{a}{b'}\right)\right] e^{(ia-b')L} \quad (١٢ - ٣٧)$$

أما المرافق المعقـد لـ A/E فيمكن الحصول عليه بتبديل i اينما ظهرت في المقدار الذي في أعلاه بـ $-i$:

$$\left(\frac{A}{E}\right)^{*} = \left[\frac{1}{2} - \frac{i}{4}\left(\frac{b'}{a} - \frac{a}{b'}\right)\right] e^{(-ia+b')L} + \left[\frac{1}{2} + \frac{i}{4}\left(\frac{b'}{a} - \frac{a}{b'}\right)\right] e^{(-ia-b')L} \quad (١٢ - ٣٨)$$

وهذه الكميات مهمة في حساب P .

دعنا نفترض أن حاجز الجهد عال بالنسبة للطاقة الحركية للجسيمة الساقطة . ففي هذه الحالة $b' > a$ ، ولذلك :

$$\left(\frac{b'}{a} - \frac{a}{b'}\right) \approx \frac{b'}{a} \quad (١٢ - ٣٩)$$

وكذلك نفترض ان عرض الحاجزكبيرنسبيا بحيث ان ψ_{II} تتوهن attenu ated بمقدار كبيرعند انتقالها من $x = 0$ الى $x = L$. وهذا يعني أن $b'L \gg 1$ ، وبذلك :

$$e^{b'L} \gg e^{-b'L} \quad (١٢ - ٤٠)$$

فضمن هذه الشروط نجد ان المعادلتين (١٢ – ٣٧) و (١٢ – ٣٨) تاخذان الصيغ التقريبية

$$\left(\frac{A}{E}\right) = \left(\frac{1}{2} + \frac{ib'}{4a}\right) e^{(ia+b')L} \quad (١٢ - ٤١)$$

و

$$\left(\frac{A}{E}\right)^{*} = \left(\frac{1}{2} - \frac{ib'}{4a}\right) e^{(-ia+b')L} \quad (١٢ - ٤٢)$$

على التوالي . وبضرب (A/E) بـــ $(A/E)^{*}$ نجد ان :

$$\left(\frac{A}{E}\right)\left(\frac{A}{E}\right)^{*} = \left(\frac{1}{4} + \frac{b'^2}{16a^2}\right) e^{2b'L}$$

وعليه فان احتمالية اختراق الحاجز P تكون :

$$P = \frac{EE^{*}}{AA^{*}} = \left[\left(\frac{A}{E}\right)\left(\frac{A}{E}\right)^{*}\right]^{-1}$$

$$= \left[\frac{16}{4 + (b'/a)^2}\right] e^{-2b'L} \quad (١٢ - ٤٣)$$

ولكن من تعريف a في المعادلة (١٢ – ٢٢) و b' في المعادلة (١٢ – ٢٧) لدينا :

$$\left(\frac{b'}{a}\right)^2 = \frac{V}{T} - 1$$

ولذا فان تغير الكمية داخل القوس الكبير في المعادلة (١٢ – ٤٣) مع V و T يكون مهملا بالنسبة لتغير المعامل الاسي مع هاتين الكميتين . ومن هذا نجد أن :

$$P \approx e^{-2b'L} \qquad (١٢ - ٤٤)$$

يمثل تقريباً جيداً لاحتمالية اختراق الحاجز . واخيراً من المناسب ان نكتب المعادلة (١٢–٤٤) بالصيغة :

$$\ln P = -2b'L \qquad (١٢ - ٤٥)$$

*١٢ – ٥ نظرية انحلال الفا THEORY OF ALPHA DECAY

ان المعادلة (١٢ – ٤٥) تخص حاجز جهد مستطيل الشكل . ولكن جسيمة الفا داخل النواة تلاقي حاجزا مرتفعا حدا كالمبين في الشكل (٢ – ٦) . ولحل المسألة الاساس لانحلال الفا ، علينا ان نعوض عن $P = -2b'L$ بالصيغة .

$$\ln P = -2\int_0^L b'(x)\,dx = -2\int_{R_0}^{R} b'(x)\,dx \qquad (١٢ - ٤٦)$$

حيث R_0 تمثل نصف قطر النواة و R المسافة من مركز النواة الى نقطة في الخارج يكون عندها $V = T$. وعندما تكون $R < x$ ، تكون الطاقة الحركية لجسيمة الفا موجبة ، وبذلك تتحرك الجسيمة بصورة طليقة (لاحظ الشكلين ١٢ – ٦ و ١٢ – ١٠) . ان الطاقة الكامنة الالكتروستاتيكية لجسيمة الفا على مسافة x من مركز نواة شحنتها Ze (شحنة النواة بعد انبعاث جسيمة الفا) ، هي :

$$V(x) = \frac{2Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 x}$$

وعليه فان :

$$b' = \sqrt{\frac{2m(V-T)}{\hbar^2}}$$

$$= \left(\frac{2m}{\hbar^2}\right)^{1/2}\left(\frac{2Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 x} - T\right)^{1/2}$$

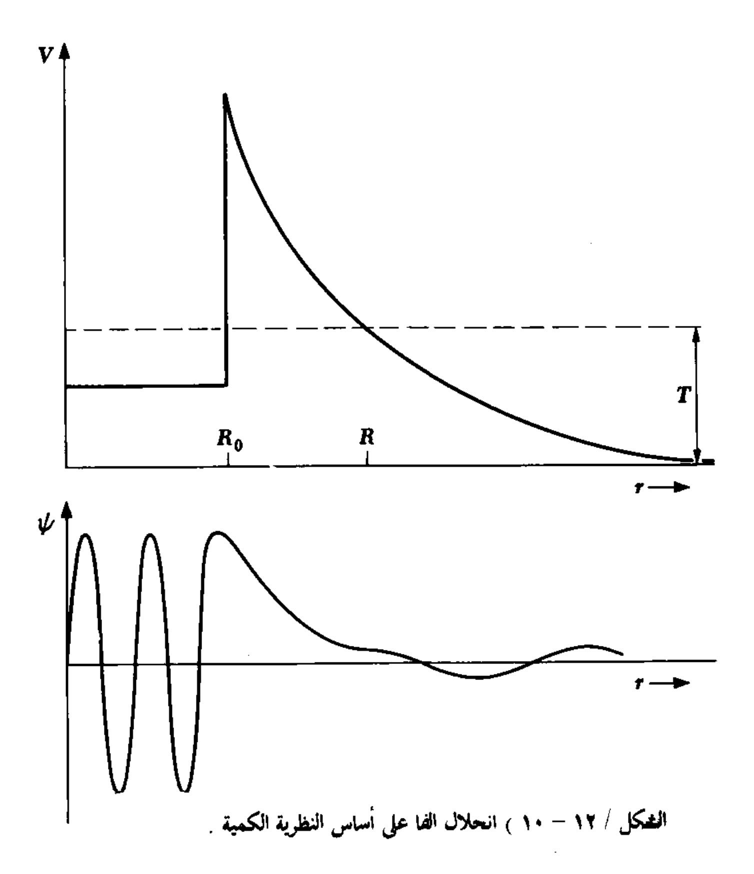
وبالتعريف $T = V$ عندما $x = R$. يكون لدينا :

$$b' = \left(\frac{2mT}{\hbar^2}\right)^{1/2}\left(\frac{R}{x} - 1\right)^{1/2}$$

ومنها :

$$\ln P = -2\int_{R_0}^{R} b'(x)\,dx$$

$$= -2\left(\frac{2mT}{\hbar^2}\right)^{1/2}\int_{R_0}^{R}\left(\frac{R}{x} - 1\right)^{1/2} dx$$



الشكل / ١٢ — ١٠) انحلال الفا على أساس النظرية الكمية .

$$= -2\left(\frac{2mT}{\hbar^2}\right)^{1/2} R\left[\cos^{-1}\left(\frac{R_0}{R}\right)^{1/2} - \left(\frac{R_0}{R}\right)^{1/2}\left(1-\frac{R_0}{R}\right)^{1/2}\right] \quad (٤$$

حاجز الجهد عريضاً نسبيا $R \gg R_0$ فان

$$\cos^{-1}\left(\frac{R_0}{R}\right)^{1/2} \approx \frac{\pi}{2} - \left(\frac{R_0}{R}\right)^{1/2}$$

$$\left(1-\frac{R_0}{R}\right)^{1/2} \approx 1$$

نجد :

$$\ln P = -2\left(\frac{2mT}{\hbar^2}\right)^{1/2} R\left[\frac{\pi}{2} - 2\left(\frac{R_0}{R}\right)^{1/2}\right]$$

نعوض عن R بـ :

$$R = \frac{2Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 T}$$

نحصل أخيراً على :

$$\ln P = \frac{4e}{\hbar}\left(\frac{m}{\pi\varepsilon_0}\right)^{1/2} Z^{1/2} {R_0}^{1/2} - \frac{e^2}{\hbar\varepsilon_0}\left(\frac{m}{2}\right)^{1/2} Z T^{-1/2} \quad (٤٨ - ١٢)$$

ولو عوضنا عن الثوابت المختلفة في هذه المعادلة يكون لدينا :

$$\ln P = 2.97Z^{1/2} R_0{}^{1/2} - 3.95ZT^{-1/2}$$

حيث T (الطاقة الحركية لجسيمة الفا) مقاسة بوحدة MeV ، و R_0 (نصف قطر النواة) مقاسة بوحدة fm (1 fm = 10^{-15} m) ، على حين Z تمثل العدد الذري النهائي للنواة بعد بعثها جسيمة الفا ان ثابت الانحلال λ هو :

$$\lambda = \nu P$$

$$= \frac{v}{2R} P$$

وعليه فان

$$\ln \lambda = \ln \left(\frac{v}{2R_0}\right) + 2.97Z^{1/2} R_0{}^{1/2} - 3.95ZT^{-1/2} \qquad (١٢-٤٩)$$

ولكي نكتب هذه المعادلة بدلالة اللوغارتمات الاعتيادية ، نلاحظ أولاً أن

$$\ln A = \frac{\log_{10} A}{\log_{10} e} = \frac{\log_{10} A}{0.4343}$$

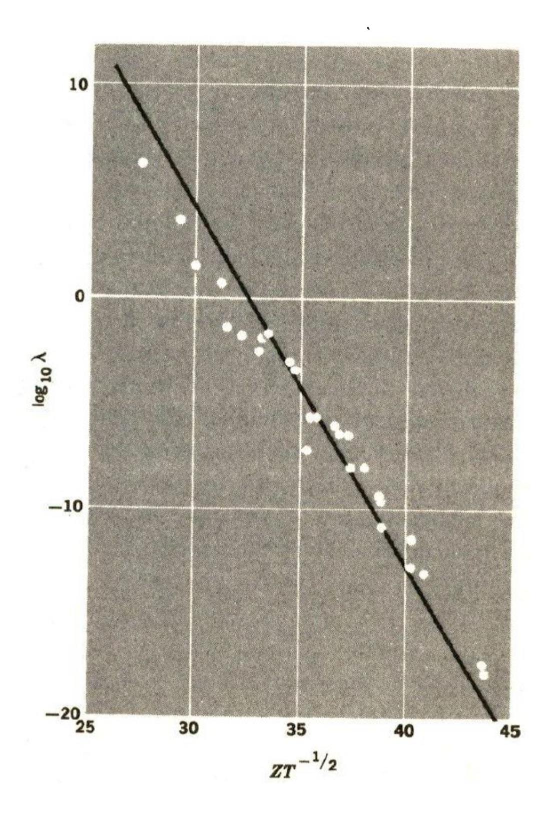
وبذلك يكون لدينا

$$\log_{10} \lambda = \log_{10} \left(\frac{v}{2R_0}\right) + 0.4343(2.97Z^{1/2} R_0{}^{1/2} - 3.95ZT^{-1/2})$$

$$= \log_{10} \left(\frac{v}{2R_0}\right) + 1.29Z^{1/2} R_0{}^{1/2} - 1.72ZT^{-1/2}$$

والشكل (١٢-١١) يمثل رسما بيانيا بين $\log_{10} \lambda$ و $ZT^{-1/2}$ لعدد من النويدات المشعة لجسيمات الفا . ويساوي ميل الخط المستقيم الذي يمر خلال النقاط التجريبية -1.72 . وهذه القيمة تتفق بصورة جيدة مع التوقعات النظرية . يمكننا ايضا ايجاد نصف قطر النواة R_0 من تقاطع الخط المستقيم مع المحور الصادي . وتتفق نتيجة هذه الحسابات تماما مع القيمة التجريبية لـ R_0 المأخوذة ، مثلا من تجربة راذرفورد . فنجد $R_0 \sim 10$ fm لحالة النوى الثقيلة جداً . وهذه الطريقة تمثل وسيلة أخرى لحساب حجوم النوى .

ان التحليلات الكميّة لأنبعاث جسيمات الفا والتي تؤدي الى نتائج تتفق تماما مع المشاهدات العملية لها مغزى مهما ، وذلك لسببين . أولهما أن هذه التحليلات تساعدنا على فهم التغيّر الشاسع بين أنصاف أعمار النوى المشعة لجسيمات الفا واعتمادها على طاقة الانحلال . وأبطأ نويدة تبعث جسيمة الفا هي : $^{232}_{90}$Th التي عمرها النصفي 1.3×10^{10} years . ومع أن طاقة انحلال $^{232}_{90}$Th (4.05 MeV) هي نصف طاقة انحلال $^{212}_{84}$Po (8.95 MeV) ، فان العمر النصفي للنويدة الأولى أكبر حوالي 10^{24} مرة من نصف عمر النويدة الثانية . ويتفق هذا السلوك تماما مع التوقعات النظرية في المعادلة (١٢ - ٤٩) .



الشكل (١٢-١١) الاثبات العملي لنظرية انبعاث الفا

والصفة الثانية المهمة لنظرية انحلال الفا هي تفسيرها لهذه الظاهرة بدلالة اختراق جسيمة الفا لحاجز جهد أعلى من الطاقة الحركية المتوفرة للجسيمة ، في حين أن هذا الأختراق غير مسموح به كلاسيكيا ؛ اذ لو رمينا كرة على حائط متين فان هناك من الناحية الكلاسيكية احتمالية صفر للكرة في أن تخترق الحائط . على حين هنا في ميكانيك الكم توجد احتمالية معينة (وان كانت صغيرة جدا جدا) للكرة أن تخترق ذلك الحائط .

١٢ - ٦ انحلال بيتا* BETA DECAY

ان انحلال بيتا ، كانحلال ألفا ، في أنه وسيلة تستطيع بواسطتها النواة أن تغيّر النسبة Z/N التابعة لها لكي تحصل على استقرارية أكبر . ولكن انحلال بيتا يشكل مسألة مختلفة

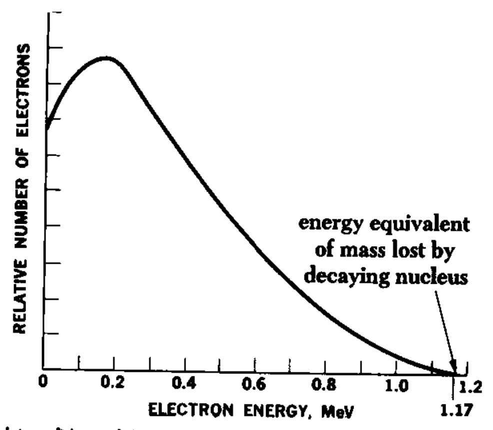
* أي الانحلال الناتج من انبعاث جسيمات بيتا (المترجمين)

للفيزياويين الذين يبحثون عن تفسير الظواهر الطبيعية . وأهم الصعوبات التي تواجه تفسير انحلال بيتا هو أن النواة تبعث الكترونا ، على حين (كما وضحناه في الفصل السابق) لايمكن أن يوجد الكترونا داخل النواة . ولما كان انحلال بيتا يمثل تحولاً تلقائيا لنيوترون النواة الى بروتون والكترون ، فيمكن فهم هذه الظاهرة بفرض أن الالكترون يترك النواة بعد تكوينه مباشرة . وثمة مشكلة أكثر خطورة لانحلال بيتا ، هي أن هذه الظاهرة تبدو لا تتفق مع قوانين حفظ الطاقة ، والزخم ، والزخم الزاوي .

فتمتد طاقة الالكترونات المنبعثة من نويدة معينة خلال انحلال بيتا بين 0 وقيمة عظمى T_{max} خاصة بالنويدة تحت الدرس . والشكل (١٢-١٢)يوضّح طيف طاقة الالكترونات المنبعثة خلال انحلال بيتا لـ $^{210}_{83}Bi$. ففي هذه الحالة $T_{max} = 1.17$ MeV وفي كل حالة الطاقة العظمى

$$E_{max} = m_0c^2 + T_{max}$$

للالكترونات المنبعثة تساوي الطاقة المكافئة لفرق الكتلة بين نواة الأم والنواة الوليدة . في حالات نادرة فقط نجد أن الالكترون المنبعث يحمل طاقة تساوي : T_{max}



الشكل (١٢ - ١٢) طيف طاقة الالكترونات المنبعثة خلال انحلال بيتا لـ $^{212}_{83}Bi$

ولقد افترض في بداية الأمر ان الطاقة المفقودة هي نتيجة التصادمات بين الالكترونات المنبعثة والالكترونات الذرية التي تحيط النواة . ولكن تجربة عملية أجريت عام 1927 أوضحت أن هذه الفرضية غير صحيحة . ففي هذه التجربة وضعت عينة من نويدات مشعة لجسيمات بيتا في مسعر حراري calo rimeter وتم قياس الحرارة المتولدة بعد وقت معين . فيساوي معدل طاقة كل انحلال الحرارة المتولدة مقسومة على عدد انحلالات بيتا خلال تلك الفترة . ولقد وجد لحالة $^{210}_{83}Bi$ أن معدل الطاقة المتحررة يساوي 0.35 MeV . وهذه

القيمة قريبة جدا من 0.39-MeV التي تمثل معدل الطيف في الشكل (١٢-١٢) ، ولكنها بعيدة نسبيا من T_{max} التي تساوي 1.17 MeV . والاستنتاج الذي نحصل عليه من هذه التجربة هو أن طيف طاقة جسيمات بيتا المشاهد عمليا يمثل التوزيع الحقيقي للالكترونات المنبعثة من النواة خلال انحلال بيتا .

ولقد وجد كذلك أن الزخم الخطي والزاوي غير محفوظين خلال انحلال بيتا . فيمكن مشاهدة اتجاه الالكترون المنبعث والنواة المرتدة لبعض انحلالات بيتا . حيث لوحظ انهما لايأخذان اتجاهين متعاكسين في جميع الحالات تقريبا . وهذه المشاهدات تتناقض مع قانون حفظ الزخم . وكذلك يمكن استنتاج صفة عدم حفظ الزخم الزاوي خلال انحلال بيتا من ملاحظة أن برم كل من الالكترون ، البروتون والنيوترون المتضمنة خلال هذه العملية يساوي $\frac{1}{2}$. ولما كان انحلال بيتا يتضمن تحويل نيوترون نووي الى بروتون والكترون :

$$n \rightarrow p + e^-$$

وان برم كل من هذه الجسيمات يساوي $\frac{1}{2}$ ، فان هذا التفاعل لا يمكن أن يتفق مع قانون حفظ الزخم الزاوي .

لقد اقترح باولي عام 1930 أنه يمكن ازالة التناقضات السابقة بفرض أن هناك جسيمة أخرى غير مشحونة كتلتها صغيرة جدا أو تساوي صفرا وبرمها $\frac{1}{2}$ تنبعث مع الالكترون خلال انحلال بيتا ، وسميت بالنيوترينو neutrino ، حيث افترض ان هذه الجسيمات تحمل طاقة تساوي الفرق بين T_{max} والطاقة الحركية للالكترون المنبعث (لا حظ أن النوى المرتدة تحمل طاقة حركية مهملة) . وفي هذه العملية يعادل زخم النيوترينو المنبعث تماما زخم الالكترون والنواة الوليدة المرتدة . ولقد وجد أن هناك نوعان من النيوترينو تنبعث خلال انحلال بيتا : النيوترينو نفسه (ذو الرمز ν) وضديد النيوترينو antineutrino (ذو الرمز $\bar{\nu}$) . وسوف نناقش الفرق بين هذين الجسيمين في الفصل الثالث عشر . ففي حالة انحلال بيتا الاعتيادي ينتج ضديد النيوترينو :

$$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu} \quad \text{انحلال بيتا الأعتيادي} \qquad (١٢ - ٥٠)$$

ولقد حققت نظرية النيوترينو نجاحا كبيرا في تفسير انحلال بيتا . وعلى أساس أن T_{max} تساوي (بحدود الأخطاء التجريبية) الطاقة المحسوبة من فرق كتلة نوية الأم والنوية الوليدة . نجد أن كتلة النيوترينو لا تزيد عن جزء قليل من كتلة الالكترون . وتعتبر كتلة النيوترينو اليوم بأنها تساوي صفرا . وسبب عدم التحسس بالنيوترينو لغاية وقت قريب ، هو ضعف تفاعل هذه الجسيمات من المادة . فنتيجة لتعادلها الكهربائي وكونها لا تحمل مجالا كهرومغناطيسيا فان النيوترينو يستطيع أن يخترق بسهولة طبقة سميكة من المادة . ويجب أن يخترق النيوترينو بالمتوسط مسافة أكبر من 100 سنة ضوئية من الحديد الصلب قبل أن يتفاعل مع الوسط

والتفاعل الوحيد الذي يعمله النيوترينو من المادة هو معكوس انحلال بيتا ، والذي سندرسه في البند التالي .

تم أكتشاف الالكترونات الموجبة ، البوزترونات *positrons* ، عام 1932 . وبعد سنتين وجد أن هذه الجسيمات تنبعث بصورة تلقائية من بعض النوى وتتشابه صفات البوزترونات مع الالكترونات عدا أنها تحمل شحنات $+e$ بدلا من $-e$. وينتج البوزترون خلال عملية تحول بروتون الى نيوترون وبوزترون ونيوترينو .

انبعاث البوزترون $p \rightarrow n + e^{+} + \nu$ (١٢ - ٥١)

ويمكن لنيوترون طليق أن يتحول تلقائيا الى بروتون ببعث جسيمة بيتا سالبة ذلك لأن كتلته أكبر من كتلة البروتون . ولكن لا يمكن لبروتون طليق ، الذي هو أخف قليلا من النيوترون ، أن يتحول الى نيوترون. ويؤدي انبعاث البوزترون الى نواة وليدة ذات عدد ذري Z أوطأ ، في حين أن العدد الكتلي A يبقى ثابتا .

وثمة ظاهرة ترتبط بأنبعاث البوزترون ، آلا وهي اقتناص الالكترون *electron capture* في هذه الظاهرة تمتص نواة أحد الالكترونات المدارية الداخلية ويتحول أحد البروتونات النووية الى نيوترون ، وينبعث نيوترينو في نفس الوقت . لذا فان هذا التفاعل يتضمن :

اقتناص الكترون $p + e^{-} \rightarrow n + \nu$ (١٢ - ٢٢)

ان عملية اقتناص الالكترون تتنافس مع انبعاث البوزترون ، حيث ان كليهما يؤديان الى نفس التحول النووي . ان اقتناص الالكترون يحدث في أغلب الأحيان في حالة النوى الثقيلة ، ذلك لأن انصاف اقطار المدارات الالكترونية لهذه الذرات تكون صغيرة وبالتالي فان هناك احتمالية كبيرة لتفاعل الالكترونات من النواة . ولما كانت معظم النوى غير المستقرة ذات عدد ذري Z كبيراً ، لذلك فان انبعاث البوزترونات قد اكتشفت بضعة عقود بعد اكتشاف ظاهرة انبعاث الالكترونات ، لأن اقتناص الالكترونات يتنافس مع انبعاث البوزترونات .

١٢ - ٧ معكوس انحلال بيتا INVERSE BETA DECAY

ان انحلال بيتا يتضمن التفاعل التالي

$$p \rightarrow n + e^{+} + \nu \qquad (١٢ - ٥٣)$$

ولما كان امتصاص الكترون من قبل النواة يكافىء انبعاث بوزترون ، فان اقتناص الالكترون

$$p + e^{-} \rightarrow n + \nu \qquad (١٢ - ٥٤)$$

يكافىء تقريبا انحلال بيتا في المعادلة (١٢-٥٣) . وبنفس الطريقة يكافىء امتصاص ضديد

النيوترينو انبعاث النيوترينو . وبذلك فالتفاعل :

$$p + \bar{\nu} \rightarrow n + e^{+} \qquad (١٢ - ٥٥)$$

يتضمن نفس العملية الفيزياوية كما في المعادلة (١٢-٥٣) . ويدعى التفاعل في المعادلة (١٢-٥٥) : بمعكوس انحلال بيتا *inverse beta decay* . وهذا التفاعل مهم لأنه يشكل وسيلة للتحقق من وجود النيوترينو .

فمنذ بداية عام 1953 أجريت تجارب عديدة من قبل راينز F. Reines ، كاون C. L. Cowan، وآخرين للتحسس بفيض النيوترينو الكبير المنبعث من المفاعلات النووية nuclear reactors . حيث وضع محلول مركب الكادميوم في الماء في وعاء كبير ليجهزنا بالبروتونات اللازمة للتفاعل . وأحيط الوعاء بكاشفات اشعة كاما.

فبعد امتصاص ضديد النيوترينو من قبل البروتون يتكون مباشرة بوزترون ونيوترون . ويلتقي البوزترون بالكترون من الوسط حيث يفني annihilate بعضهما الآخر . ينبعث نتيجة التفاعل الأخير فوتونات طاقة كل منهما 0.51-MeV حيث يتم التحسس بهما بواسطة كاشفات أشعة كاما المحيطة بالوعاء . بعد تكوين النيوترون ببضعة أجزاء من المليون من الثانية يتفاعل مع نواة كادميوم . فتلفض نواة الكادميوم الثقيلة الجديدة طاقة تهيّج حوالي 8 MeV ، موزعة على ثلاثة أو أربعة فوتونات . وتتحسس كاشفات أشعة كاما بالفوتونات الأخيرة بعد بضعة أجزاء من المليون من الثانية من كشف الفوتونات الناتجة من فناء بوزترون والكترون . ومن الناحية المبدئية أن مشاهدة تسلسل كشف الفوتونات يشكل برهانا على حدوث التفاعل في المعادلة (١٢-٥٥). ولكي يتم تحاشي أي احتمال خطأً ، تم اجراء التجارب بحيث ان المفاعل يعمل ويتوقف على التناوب . ويمكننا أن نعتبر اليوم أن وجود النيوترينو مثبت عمليا .

ان معكوس انحلال بيتا يكون طريقة اساسا للتحري عن تفاعلات النيوترينو وضديد النيوترينو مع المادة :

$$p + \bar{\nu} \rightarrow n + e^{+}$$
$$n + \nu \rightarrow p + e^{-}$$

واحتمالية هذه التفاعلات هي صغيرة جدا ، ولذلك فالنيوترينو يستطيع ان يخترق سمكا كبيرا جدا من المادة قبل ان يتم امتصاصه . فالنيوترينو بصورة طليقة في الفضاء وفي داخل المواد مكونة ما يشبه عالماً مستقلاً عن الجسيمات الاخرى في الكون .

١٢ — ٨ انحلال كماما* : GAMMA DECAY

وكما في حالة الذرات ، يمكن للنوى ان توجد في حالات متهيجة . ونرمز لنواة

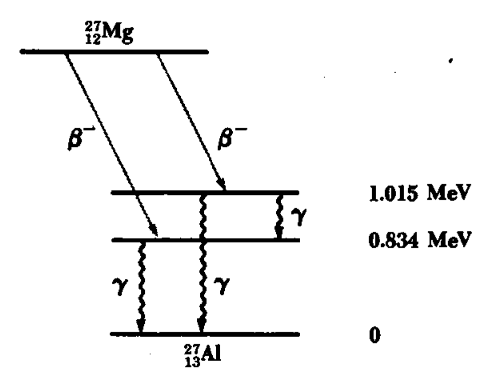
* أي الانحلال الناشيء عن انبعاث فوتون كاما

متهيجة باشارة نجمة (*). فمثلا ، $^{87}_{38}Sr^*$ ترمز الى $^{87}_{38}Sr$ في حالة متهيجة. وتبعث النوى المتهيجة فوتونات طاقاتها تساوي فرق الطاقة بين الحالة الابتدائية والحالة النهائية للنواة . وتمتلك الفوتونات المنبعثة طاقة تمتد لغاية بضع MeV . وتدعى هذه الفوتونات بأشعة كاما *gamma rays*

يوضح الشكل (١٢-١٣) تحول $^{27}_{12}Mg$ الى $^{27}_{13}Al$ عن طريق انحلال بيتا. ان نصف عمر الاضمحلال هو حوالي 9.5 دقيقة . وهذا انحلال يؤدي الى احدى حالتين متهيجتين لـ $^{27}_{13}Al$. وبعد ذلك انحلال نواة $^{27}_{13}Al^*$ الناتجة ببعث فوتون او فوتونين أشعة كاما لتصل الى حالتها الارضية .

وثمة وسيلة اخرى للفظ طاقة تهيج النواة هي اعطاء هذه الطاقة لأحد الالكترونات المدارية في الذرة ويمكن تصور هذه العملية ، والتي تدعى بتحول داخلي *internal conversion* ، باعتبارها تشبه ظاهرة الكهروضوئية ، يتم خلالها امتصاص الفوتون النووي من قبل الكترون ذري . لكن من الناحية العملية علينا ان نفهم ان التحول الداخلي يمثل انتقالا مباشرا لطاقة تهيج النواة الى الكترون مداري . ان الطاقة الحركية للالكترون المنبعث ، تساوي الطاقة المنبعثة من النواة ناقصا طاقة ترابط الالكترون في الذرة.

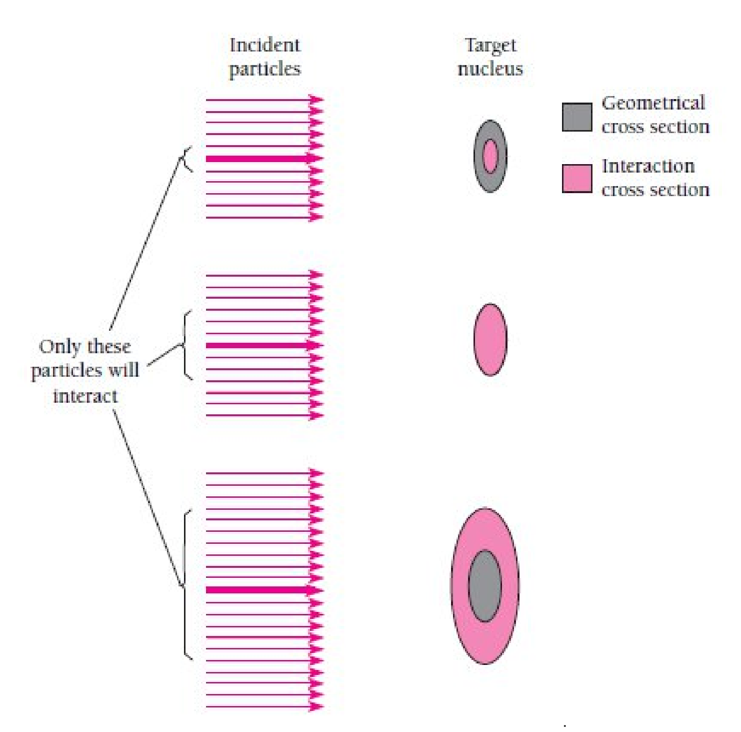
ومعظم النوى المتهيجة لها اعمار نصفية قصيرة جدا يتم خلالها لفظ طاقات تهيج النوى. لكن هناك نوى قليلة تبقى متهيجة لفترة تتجاوز بضع ساعات. ان نواة متهيجة ذات عمر نصفي طويل تدعى ايسومير *isomer* النواة في حالتها الارضية . فالنواة المتهيجة $^{87}_{38}Sr^*$ لها عمر نصفي 2.8 h وعليه فانها ايسومير $^{87}_{38}Sr$



الشكل (١٢ - ١٣) انبعاث بيتا وكاما المتتابع في انحلال $^{27}_{12}Mg$ $^{27}_{13}Al$

١٢ – ٩ مساحة مقطع التفاعـــل : CROSS SECTION

ان التفاعلات النووية ، مثل التفاعلات الكيمياوية، تزودنا بمعلومات ووسائل يمكن استخدامها عمليا لتفسير الظواهر الفيزياوية. ولقد تم الحصول على معظم المعلومات عن النواة من خلال تجارب عملية تتضمن تصادم جسيمات ذات طاقة عالية مع نواة ساكنة. والطريقة المناسبة لتعيين احتمالية تفاعل معين بين جسيمة ساقطة ونواة الهدف ، هي أستخدام فكرة مساحة مقطع التفاعل interaction cross section التي اوردناها في الفصل الرابع عند مناقشتنا لتجربة تشتت راذرفورد.نتصور ان كل جسيمة هدف تشكل مساحة معينة بالنسبة للجسيمة الساقطة تدعى بمساحة المقطع (لاحظ الشكل ١٢ – ١٤). واذا توجهت جسيمة نحو هذه المساحة سوف تتفاعل مع جسيمة الهدف ، وعليه كلما زادت مساحة المقطع زادت احتمالية التفاعل بين الجسيمة الساقطة وجسيمة الهدف. وتتباين مساحة مقطع التفاعل لجسيمة الهدف تبعا لطبيعة التفاعل وطاقة الجسيمة الساقطة. وهذه المساحة يمكن ان تكون أكبر او أصغر من مساحة المقطع الهندسي لجسيمة الهدف .



الشكل (١٢–١٤) مفهوم مساحة مقطع التفاعل . يمكن أن تكون مساحة مقطع التفاعل أصغر أو مساوية أو أكبر من المقطع الهندسي .

لنتصور ان هناك صفيحة من مادة مساحتها A وسمكها dx (لاحظ الشكل ١٢ – ١٥). فاذا كان هناك n ذرة لوحدة الحجم فان عدد النوى في الصفيحة يساوي $nAdx$ (حجم الصفيحة يساوي Adx). لكن كل نواة تمثل مساحة مقطع تفاعل معين يساوي σ، وعليه فان مجموع مساحة مقطع التفاعل لجميع النوى في الصفيحة هو $nA\sigma\, dx$. واذا كان هناك N من الجسيمات الساقطة، فنسبة عدد الجسيمات dN التي تتفاعل مع نوى الصفيحة الى العدد الكلي للجسيمات الساقطة هو :

$$\frac{\text{مساحة مقطع التفاعل الكلية لنوى الهدف}}{\text{مساحة الهدف}} = \frac{\text{عدد الجسيمات المتفاعلة}}{\text{عدد الجسيمات الساقطة}}$$

أو :

$$\frac{dN}{N} = \frac{nA\sigma\, dx}{A}$$

$$= n\sigma\, dx \quad \text{مساحة مقطع التفاعل} \qquad (\text{١٢ – ٥٦})$$

وتكون المعادلة (١٢ – ٥٦) صحيحة لحالة صفيحة رقيقة جدا فقط. وبتكامل dN/N نحصل على نسبة الجسيمات المتفاعلة مع هدف ذي سمك معين. واذا افترضنا ان كل جسيمة ساقطة تواجه في الاكثر مساحة مقطع تفاعل لنواة معينة، فان dN تمثل عدد الجسيمات المفقودة من الحزمة عند اختراقها مسافة dx من المادة. ولذا علينا ان نضع اشارة سالبة امام dN/N في المعادلة (١٢ – ٥٦)؛ ذلك لكي نأخذ بنظر الاعتبار ان عدد الجسيمات يتناقص مع المسافة. أي أن :

$$-\frac{dN}{N} = n\sigma\, dx$$

واذا كان العدد الابتدائي للجسيمات الساقطة هو N_0 فان :

$$\int_{N_0}^{N} \frac{dN}{N} = -n\sigma \int_0^x dx$$

$$\ln N - \ln N_0 = -n\sigma x$$

$$N = N_0 e^{-n\sigma x} \qquad (\text{١٢ – ٥٧})$$

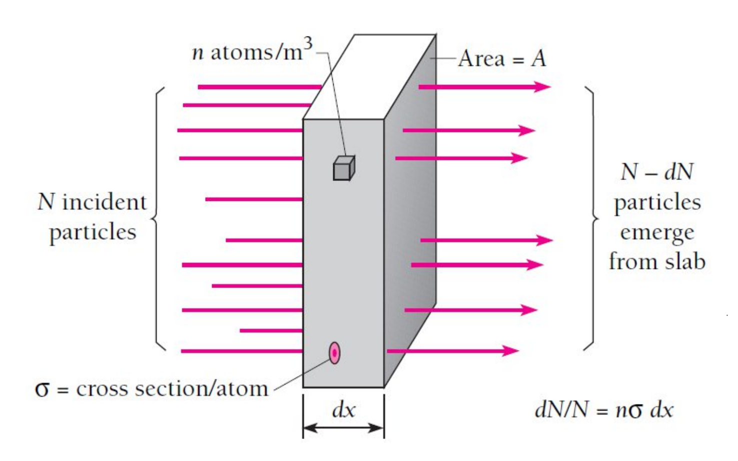
من هذه المعادلة نجد أن عدد الجسيمات N المتبقية يتناقص أسياً مع سمك الصفيحة x.

ان وحدة مساحة مقطع التفاعل هي وحدة المساحة الهندسية. والوحدة المناسبة لهذا هو البارن *barns* (b) $1\ \text{b} = 10^{-28}\ \text{m}^2$. ان مساحة المقطع الهندسي للنواة هي بحدود البارن. وتعتمد مساحة مقطع التفاعل لمعظم النوى على طاقة الجسيمات الساقطة. ويوضح الشكل (١٢ – ١٦) كيف أن مساحة مقطع $^{113}_{48}\text{Cd}$ لامتصاص النيوترون تتغير مع طاقة النيوترون. ان الذروة الضيقة عند 0.176 eV تنتج من وجود مستوى طاقة معين في معين في نواة $^{114}_{48}\text{Cd}$

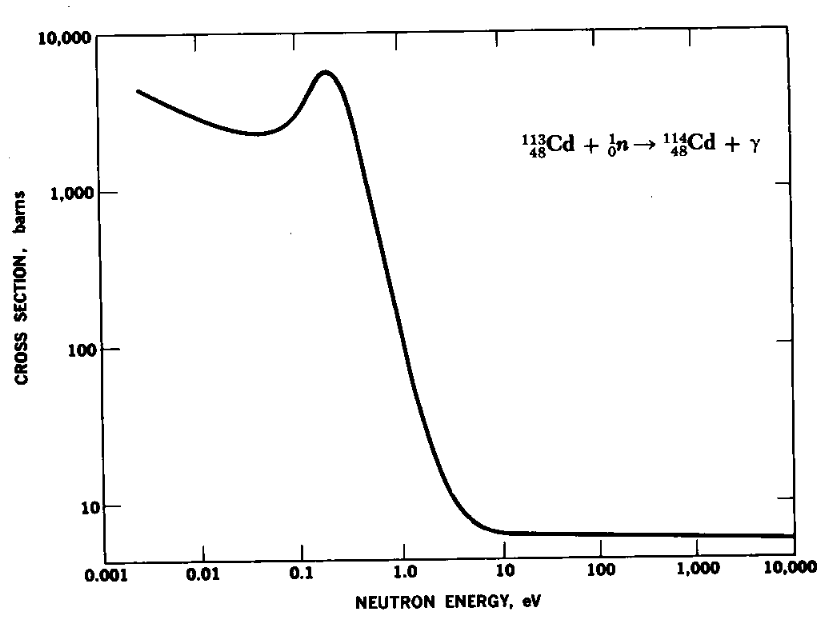
نعرف متوسط المسار الحر l (*mean free path*) لجسيمة في مادة بانه متوسط المسافة التي تقطعها الجسيمة بين تصادم وآخر مع نوى المادة. ان احتمالية تفاعل جسيمة ساقطة مع

صفيحة سمكها Δx هي :

$$f = n\sigma\,\Delta x \qquad (١٢ - ٥٨)$$



الشكل (١٢ – ١٥) العلاقة بين مساحة مقطع التفاعل وتغيّر شدة الحزمة الساقطة .



الشكل (١٢ – ١٦) تغير مساحة مقطع $^{113}_{48}Cd$ امتصاص النيوترون مع طاقة النيوترون .

ان معدل عدد المرات التي تخترق فيها الجسيمة الصفيحة قبل تفاعلها هو :

$$H = \frac{1}{n\sigma\,\Delta x} \qquad (١٢ - ٥٩)$$

وعليه فمعدل المسافة التي تقطعها الجسيمة قبل تفاعلها يكون

$$H \, \Delta x = \frac{1}{n\sigma}$$

هذه المسافة حسب التعريف السابق تمثل متوسط المسار الحرّ . أي أن :

$$l = \frac{1}{n\sigma}$$

ان مساحة مقطع تفاعل النيوترينومع نواة يساوي تقريباً $10^{-47}\ \text{m}^2$. وعليه دعنا نستخدم المعادلة (١٢-٦٠) لايجاد متوسط المسار الحرّ للنيوترينو في الحديد الصلب . ان الوزن الذري للحديد هو 55.9 ، ولذا فكتلة ذرة الحديد تكون :

$$\begin{aligned} m_{Fe} &= 55.9\ \text{u/atom} \times 1.66 \times 10^{-27}\ \text{kg/u} \\ &= 9.3 \times 10^{-26}\ \text{kg/atom} \end{aligned}$$

ولما كانت كثافة الحديد هي : $7.8 \times 10^3\ \text{kg/m}^3$ فإن عدد نوى لوحدة الحجم يساوي :

$$\begin{aligned} n &= \frac{7.8 \times 10^3\ \text{kg/m}^3}{9.3 \times 10^{-26}\ \text{kg/atom}} \\ &= 8.4 \times 10^{28}\ \text{atoms/m}^3 \end{aligned}$$

ومن هذا نجد أن متوسط المسار الحر للنيوترينو في الحديد هو :

$$\begin{aligned} l &= \frac{1}{n\sigma} = \frac{1}{8.4 \times 10^{28}\ \text{atoms/m}^3 \times 10^{-47}\ \text{m}^2} \\ &= 1.2 \times 10^{18}\ \text{m} \end{aligned}$$

ان كل سنة ضوئية (وهي المسافة التي يقطعها الضوء في الفراغ خلال سنة واحدة) تساوي $9.46 \times 10^{15}\ \text{m}$ ولذا فمتوسط المسار الحرّ للنيوترينو في مادة الحديد الصلب يكون :

$$l = \frac{1.2 \times 10^{18}\ \text{m}}{9.46 \times 10^{15}\ \text{m/light-year}} = 130\ \text{light-years}$$

ونتيجة للتفاعلات النووية في قلب الشمس والنجوم الأخرى يتكّون فيض ضخم من النيوترينوات . وهذا الفيض ينتشر في الفضاء تقريباً بصورة حرة من دون أن يتأثر بوجود المادة . هناك عدد من النيوترينو في الكون أكبر بكثير من عدد الذرات . بالاضافة الى ذلك فإن عدد النيوترينوات يتزايد بإستمرار مع الوقت . ويمكن أعتبار الطاقة التي يحملها النيوترينو مفقودة من الكون ، لأنها لاتتحول بسهولة الى أي شكل آخر من أشكال الطاقة

١٢ - ١٠ النوى المركبة THE COMPOUND NUCLEUS

ان معظم التفاعلات النووية تحدث على مرحلتين . أولاً ، الجسيمة الساقطة ونواة الهدف يكوّنان نواة جديدة تدعى بنواة مركبة *compound nucleus* ، ويساوي

العدد الذريّ والكتلي للنواة الأخيرة ، على التوالي ، مجموع العدد الذري والعدد الكتلي للجسيمتين الأصليتين . ولاتعرف النواة المركبة تاريخ تكونها ، ذلك لأن نوياتها يمتزج بعضها مع بعض من دون الأشارة الى أصل هذه النويات وكذلك فإن طاقة الجسيمة الساقطة تتوزّع بين جميع الذرات في النواة المركبة . ويمكن لنواة مركبة أن تتكوّن بعدة طرق ويبين الجدول (١٢-٢) ستة تفاعلات تؤدي الى تكوين نواة مركبة $^{14}_{7}N^{*}$ (ان النجمة تشير الى حالة متهيجة ، حيث أن النواة المركبة بصورة عامة يجب أن تكون متهيجة بمقدار يساوي في الأقل طاقة ترابط الجسيمة الساقطة مع النواة المركبة) . ان $^{13}_{7}N$ و $^{11}_{6}C$ نوى تنحل بإشعاع جسيمات بيتا . ومع أن الأعمار النصفية لهذه النوى قصيرة جداً ، فإن التفاعلين الأول والرابع يمكن أن يحدثان في الأقل من الناحية المبدئية .

$$^{13}_{7}N + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{14}_{7}N^{*}\ (10.5\ MeV)$$
$$^{13}_{6}C + ^{1}_{1}H \rightarrow ^{14}_{7}N^{*}\ (7.5\ MeV)$$
$$^{12}_{6}C + ^{2}_{1}H \rightarrow ^{14}_{7}N^{*}\ (10.3\ MeV)$$
$$^{11}_{6}C + ^{3}_{1}H \rightarrow ^{14}_{7}N^{*}\ (22.7\ MeV)$$
$$^{11}_{5}B + ^{3}_{2}He \rightarrow ^{14}_{7}N^{*}\ (20.7\ MeV)$$
$$^{10}_{5}B + ^{4}_{2}He \rightarrow ^{14}_{7}N^{*}\ (11.6\ MeV)$$

الجدول (١٢-٢) التفاعلات النووية التي تؤدي الى تكوين نواة $^{14}_{7}N^{*}$. ان طاقات التهيج محسوبة على أساس الفرق بين كتل الجسيمات المتضمنة في التفاعل . وتؤدي الطاقة الحركية للجسيمة الساقطة الى زيادة طاقة تهيج النواة المركبة بمقدار يعتمد على التفاعل نفسه .

ان العمر النصفي للنواة المركبة هو بحدود 10^{-16} s . هذا العمر قصير جدا بحيث لايمكن مشاهدة النواة المركبة عمليا . ومع هذا فان هذه الفترة طويلة بالنسبة للفترة الزمنيـــة 10^{-21} s اللازمة لجسيمة ذات طاقة مقدارها عدة MeV لأن تخترق النواة . وفي المرحلة الثانية من التفاعل النووي تنحل النواة المركبة بطريقة أو أكثر معتمدة بذلك على طاقة تهيجها . فمثلا ، $^{14}_{7}N^{*}$ ذات طاقة تهيج 12 MeV يمكن أن تنحل بالطرق التالية :

$$^{14}_{7}N^{*} \rightarrow ^{13}_{7}N + ^{1}_{0}n$$
$$^{14}_{7}N^{*} \rightarrow ^{13}_{6}C + ^{1}_{1}H$$
$$^{14}_{7}N^{*} \rightarrow ^{12}_{6}C + ^{2}_{1}H$$
$$^{14}_{7}N^{*} \rightarrow ^{10}_{5}B + ^{4}_{2}He$$

أو بمجرد بعث فوتون واحد أو أكثر من أشعة كاما التي مجموع طاقتها 12 MeV . ولكن لايمكن لهذه النواة المركبة أن تبعث جسيمة تريتون ($^{3}_{1}H$) أو جسيمة ($^{3}_{2}He$) ؛ ذلك لأنها لاتمتلك الطاقة الكافية لابعاث هذه الجسيمات. ومن المعتاد أن لانجد نواة ذات حالة تهيج معينة تميل الى الانحلال بطريقة معينة أكثر من غيرها .

ويمكننا توضيح تكوين وانحلال النواة المركبة بسهولة على أساس نظرية قطرة السائل

المشروحة في الفصل الحادي عشر . فحسب هذه النظرية ، نواة متهيجة تشبه قطرة سائل ساخنة وان طاقة ترابط الجسيمة المنبعثة تمثل حرارة تبخر جزيئة السائل . ان قطرة السائل الساخنة تبخر جزيئة أو أكثر لتتخلص من حرارتها الفائضة . وتحدث عملية التبخر نتيجة التوزيع العشوائي بين جزيئات القطرة . وحيث في لحظة معينة تكون لاحدى الجزيئات طاقة كافية تساعدها على أن تهرب من القطرة بنفس الطريقة يمكن لمجموعة من النويات أن تكتسب في لحظة معينة نسبة كافية من طاقة التهيج تؤهلها لأن تهرب من النواة المركبة . ان الفترة الزمنية بين تكوين وانحلال نواة مركبة تتفق بصورة جيدة مع نظرية قطرة السائل

ويمكن تبسيط التفاعل بين جسيمة متحركة ساقطة ونواة ساكنة باستخدام نظـام احداثيات يتحرك مع مركز كتلة الجسيمين المتصادمين . بالنسبة لمشاهد في هذا النظام ، يكون زخما الجسيمتين متساويين بالقيمة ومتعاكسين في الاشارة (لاحظ الشكل ١٢-١٧). وفي حالة تصادم جسيمة كتلتها m_1 وذات سرعة v ، مع جسيمة ساكنة كتلتها m_2 ، فان سرعة مركز كتلتيهما V بالنسبة للمختبر تحقق العلاقة :

$$m_1(v - V) = m_2 V$$

$$V = \left(\frac{m_1}{m_1 + m_2}\right) v$$

وفي معظم التفاعلات النووية تكون $v \ll c$ ، ولذلك فالعلاقات غير النسبية تكون وافية بهذا الغرض ان الطاقة الحركية الكلية بالنسبة للمختبر تساوي الطاقة الحركية للجسيمة الساقطة :

$$T_{\text{lab}} = \tfrac{1}{2} m_1 v^2$$

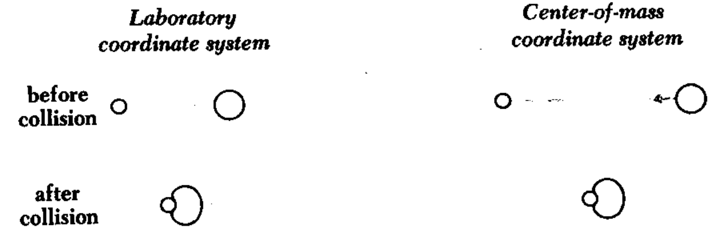
وبالنسبة لنظام احداثيات يتحرك من مركز كتلة الجسيمتين تكون كلتا الجسيمتين في حالة حركة ، ولذلك فانهما تساهمان في تحديد الطاقة الحركية الكلية في هذا النظام :

$$\begin{aligned} T_{\text{cm}} &= \frac{1}{2} m_1 (v - V)^2 + \frac{1}{2} m_2 V^2 \\ &= \frac{1}{2} m_1 v^2 - \frac{1}{2}(m_1 + m_2) V^2 \\ &= T_{\text{lab}} - \frac{1}{2}(m_1 + m_2) V^2 \\ &= \left(\frac{m_2}{m_1 + m_2}\right) T_{\text{lab}} \end{aligned} \qquad (١٢-٦١)$$

ان الطاقة الحركية الكلية للجسيمتين بالنسبة لمركز كتلتيهما تساوي الطاقة الحركية الكلية بالنسبة للمختبر ناقصا الطاقة الحركية $\tfrac{1}{2}(m_1 + m_2)V^2$ لمركز الكتلة . ولذا يمكن اعتبار T_{cm} تمثل الطاقة الحركية للحركة النسبية بين الجسيمتين . وعند تصادم جسيمتين ، فان أكبر مقدار

طاقة يتحول الى طاقة تهيج النواة المركبة مع بقاء الزخم محفوظا ، هو T_{cm} . وهذه الطاقة هي دائما اقل من T_{lab}

تعطينا التفاعلات النووية والانحلالات الاشعاعية معلومات مهمة عن مستويات طاقة النوى ويمكن التحسس بمستوى الطاقة من ملاحظة وجود ذروة في مساحة مقطع التفاعل عند طاقة معينة ، كما هوموضح في الشكل (١٢-١٦) لحالة اقتناص نيوترون . وهذه الذروة تدعى بالرنين *resonance* ، وهي تشبه الرنين في حالة الصوت ودوائر التيار المتناوب. ذلك أن احتمالية تكوين نواة مركبة هي أكبرمايمكن عندما تكون الطاقة المتوفرة تساوي تماما طاقة تهيجها .



الشكل (١٢ - ١٧) نظام احداثيات المختبر ومركز كتلة جسيمتين .

فالتفاعل في المعادلة (١٢-١٦) له رنين عند 0.176 eV ذي عرض $\Gamma = 0.115$ eV. (ان عرض الرنين يمثل الفرق بين الطاقتين اللتين على جانبي الذرة واللتين يبلغ ارتفاعهما نصف ارتفاع الذرة) . ونستطيع من مبدأ عدم التحديد للطاقة والزمن : $\Delta E\, \Delta t \geqslant \hbar$ ، أن نجد من قيمة Γ متوسط عمر النواة المركبة τ ، ذلك أن Γ تمثل الخطأ ΔE في تحديد طاقة الحالة ومتوسط العمر τ تمثل الخطأ Δt في تحديد لحظة انحلال النواة . وبصورة عامة نعرف متوسط عمر حالة متهيجة بالعلاقة :

$$\tau = \frac{\hbar}{\Gamma} \qquad \text{(١٢-٦٢)}$$

متوسط عمر حالة متهيجة

وفي حالة اقتناص النيوترون المبين في الشكل (١٢-٣٦) نجد أن $\Gamma = 0.115\ \text{eV}$. وهذا يعني أن متوسط عمر النواة المركبة هو :

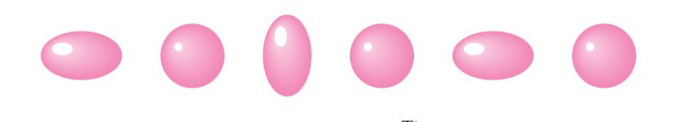
$$\tau = \frac{1.054 \times 10^{-34}\ \text{J-s}}{0.115\ \text{eV} \times 1.60 \times 10^{-19}\ \text{J/eV}}$$
$$= 5.73 \times 10^{-15}\ \text{s}$$

١٢-١١ الانشطار النووي NUCLEAR FISSION

هناك تفاعل نووي آخر يدعى بالانشطار النووي nuclear *fission* يمكن تحليله على أساس إنموذج قطرة السائل . في هذا التفاعل ، تنشطر نواة ثقيلة (ذات عدد كتلي $A > \sim 230$) الى نواتين خفيفتين . وللمقارنة نجد أنه عند تهيج قطرة سائل فانها تتذبذب بطرق مختلفة . الشكل (١٢-١٨) يوضح احدى هذه التذبذبات ، حيث تأخذ القطرة بصورة متناوبة شكلا شبه كروي متطاول ، وشكلا كرويا ، وشكلا شبه كروي مفلطحا ، شكلا كرويا ، ثم مرة ثانية شكلا شبه كروي متطاولا ، وهكذا .... ان الشد السطحي يحاول دائما أن يعيد القطرة الى شكل كروي ، ولكن استمرارية حركة جزيئات القطرة تجعلها تجتاز الشكل الكروي المنتظم الى شكل متحور في حالة قصوى معاكسة .

وبالاضافة الى تأثير الشدّ السطحي للنواة الذي يجعلها تتذبذب كقطرة سائل تكون في حالة متهيجّة ، فإنهناك قوى تنافر الكتروستاتيكية تحاول على تمزيق النواة . فعند تحوير نواة من شكل كروي فإن القوة المعيدة القصيرة المدى المولدة للشدّ السطحي يجب أن تعادل قوة التنافر الالكتروستاتيكية البعيدة المدى بالاضافة الى توقيف استمرارية حركة مادة النواة . واذا كان التحوير صغيراً فإن قوة الشدّ السطحي تكون كافية لهذا الغرض . عند ذلك تتذبذب النواة ذهاباً وإياباً حتى تفقد تهيجهّا ببعث فوتون أشعة كاما . ولكن اذا كان التحّور كبيراً نسبياً فإن الشدّ السطحي لايكون كافياً لارجاع النواة الى شكل كروي وبالتالي فانها سوف تنشطر الى جزئين . الشكل (١٢ - ١٩) يوضح عملية الانشطار هذه .

وتدعى النوى الناتجة من الانشطار النووي بشظايا الانشطار *fission fragments* . وبصورة عامة تكون شظايا الانشطار غير متساوية في الحجم (لاحظ الشكل ١٢ - ٢٠) . ولكون النوى الثقيلة تمتلك نسبة نيوترونات الى بروتونات أكبر مما هي عليه لحالة النوى الخفيفة ، فإن شظايا الانشطار سوف تحتوي على فائض من النيوترونات . وللتخلص من هذا الفائض ينبعث نيوترونان أو ثلاثة من شظايا الانشطار حال تكونها . وبعد انبعاث النيوترونات كذلك يتم أشعاع جسيمات بيتا . وبذلك تقترب نسبة النيوترونات الى البروتونات في الشظايا من نسبة التوازن .



الشكل (١٢ – ١٨) تذبذب قطرة سائل :

يتم انشطار نواة عندما تكتسب طاقة تهيجّ كافية (بحدود 5 MeV) تجعلها تتذبذب بعنف. وتتهيج بعض النوى – $^{235}_{92}U$ لحدّ الانشطار بمجرد امتصاص نيوترون أضافي ، ونوى أخرى كـ – $^{238}_{92}U$ (التي تشكل ٪ 99.3 . من اليورانيوم الطبيعي ، على حين $^{235}_{92}U$ تشكل النسبة الباقية) لايمكنها أن تنشطر بإمتصاص النيوترون . تستطيع هذه النوى أن تنشطر في حالة تفاعلها مع نيوترون سريع طاقته الحركية بحدود 1 MeV . ويمكن أن تنشطر النواة عن طريق تهيجها بطرق أخرى (بالاضافة الى أمتصاص النيوترون) : هي أمتصاص فوتون أشعة كاما أو بروتون سريع . وبعض النوى تكون غير مستقرة جداً بحيث يمكن أن تنشطر تلقائيا أقل من احتمالية بعثها لجسيمة الفا ، ولذلك لا نشاهد الأنشطار التلقائي عملياً .

ان أهم مايميز الانشطار النووي هو تحرير الطاقة الهائلة خلال هذه العملية . ويمكننا بسهولة حساب هذه الطاقة : طاقة ترابط النوى الثقيلة القابلة للانشطار (ذات العدد الكتلي حوالي 240) هي ~7.6 MeV لكل نوية . في حين أن شظايا الانشطار (ذات العدد الكتلي بحدود 120) لها طاقة ترابط ~8.5 MeV لكل نوية . ولذا سوف تتحرر طاقة مقدارها 0.9 MeV مقابل كل نوية في نواة الام . وتشكل هذه الطاقة حوالي 200 MeV لمجموع 240 نوية في النواة ! أما التفاعلات الكيمياوية الاعتيادية كاحراق الفحم أو الزيت تحرر بضعة eV فقط لكل عملية تفاعل . وحتى التفاعلات النووية (عدا الانشطار النووي) تحرر مالايزيد عن بضع MeV . ومعظم الطاقة المتحررة خلال الانشطار النووي تكون على شكل طاقة حركية لشظايا الانشطار . والنيوترونات المنبعثة وأشعة بيتا وكاما تحمل بحدود 20٪ من الطاقة الكلية .

وبعد اكتشاف الانشطار النووي عام 1939 مباشرة ، تم ملاحظة أنه نتيجة انبعاث نيوترونات ثانوية من انشطار نووي بفعل امتصاص نيوترون ، يمكن (في الاقل من حيث المبدأ) أن تستمر الانشطارات النووية بصورة متوالية . وشرط حدوث هذا التفاعل المتسلسل chain reaction في عينة من نوى قابلة للانشطار ، هو أنه بالمعدل في الاقل نيوترون واحد ناتج من كل انشطار يسبب انشطار جديدا . واذا كان عدد النيوترونات المتحررة التي



الشكل (١٢ – ١٩) الانشطار النووي حسب نموذج قطرة السائل

الشكل (١٢–٢٠) توزيع الاعداد الكتلية بين شظايا انشطار $^{235}_{92}U$

تسبب انشطارات نووية جديدة أقل من عدد النيوترونات الاصلية ، فان التفاعل النووي يتباطىء وبالتالي يتوقف عن الاستمرار . واذا كان هناك بالمعدل نيوترون واحد بالضبط يسبب انشطاراً جديداً نتيجة انشطار سابق فالتفاعل يؤدي الى تحرير طاقة بمعدل ثابت (كمافي حالة المفاعلات النووية) . واذا كانت سرعة الانشطار النووي تتزايد فالطاقة المتحررة سوف تتزايد باستمرار حتى يحصل الانفجار (كما في حالة القنبلة الذرية) . وهذه الحالات ندعى

على التوالي دون الحالة الحرجة subcritical ، الحالة الحرجة critical ، وفوق الحالة الحرجة supercritical.

١٢ - ١٢ عناصر ما بعد اليورانيوم : TRANSURANIC ELEMENTS

ان العناصر ذوات اعداد ذرية أكبر من 92 (يمثل العدد الذري لليورانيوم) لها أنصاف اعمار قصيرة جداً ، بحيث لو انها تكونت في بداية تكون الطبيعة لا ختفت منذ وقت طويل. ويمكن تكوين عناصر ما بعد اليورانيوم مختبريا بواسطة قذف بعض النويدات الثقيلة بالنيوترونات . فمثلا يمكن لـ $^{238}_{92}U$ ان يمتص نيوترونا ليصبح $^{239}_{92}U$ فتشع النويدة الجديدة جسيمة بيتا (بعمر نصفي 23 min) لتتحول الى $^{239}_{93}Np$ الذي يمثل عنصر ما وراء اليورانيوم :

$$^{238}_{92}U + ^{1}_{0}n' \rightarrow ^{239}_{92}U$$
$$^{239}_{92}U \rightarrow ^{239}_{93}Np + e^-$$

وينحل نظير النبتونيوم $^{239}_{93}Np$ ببعث جسيمة بيتا بعمر نصفي 2.3 d الى نظير عنصر آخر ما بعد اليورانيوم يدعى بالبلوتونيوم :

$$^{239}_{93}Np \rightarrow ^{239}_{94}Pu + e^-$$

والبلوتونيوم بدوره ينحل ، ببعث جسيمة الفا بعمر نصفي 24,000 yr ، الى $^{235}_{92}U$

$$^{239}_{94}Pu \rightarrow ^{235}_{92}U + ^{4}_{2}He$$

ومن المهم ان نلاحظ ان كلا من $^{239}_{94}Pu$ و $^{235}_{92}U$ هي نويدات قابلة للانشطار، ويمكن استعمالها في المفاعلات والاسلحة النووية . ان للبلوتونيوم صفات كيمياوية تختلف عن الصفات الكيمياوية لليورانيوم، ولذلك فان فصله عن $^{238}_{92}U$ بعد التنشيط النيوتروني أسهل بكثير من فصل $^{235}_{92}U$ عن $^{238}_{92}U$.

ولعناصر ما بعد اليورانيوم والتي تأتي بعد الاينشتينيوم einsteinum (Z = 99) ، اعمار نصفية قصيرة جدا بحيث لا يمكن فصلها بكميات ملموسة . ومع هذا يمكن تمييز هذه العناصر كيمياويا . ان أكبر عدد ذري لعناصر ما بعد اليورانيوم مكتشفه لحد الان هو Z = 105

١٢ - ١٣ الحرارة النوويـــة : THERMONUCLEAR ENERGY

ان التفاعلات النووية في داخل النجوم التي تنتج عنها حرارة (مصدر معظم الطاقة في الكون) تتضمن اندماج نوى الهيدروجين لتكوين نوى الهليوم . وتتم هذه التفاعلات

تحت ظروف درجات الحرارة في قلب النجوم بطريقتين مختلفتين ، احداهما تدعى دورة البروتون – بروتون *proton-proton cycle* ، وتتضمن تصادم بروتونات لتكون نوى أثقل . ثم تتصادم الجسيمات المختلفة فيما بينها لتكون نوى الهليوم . والطريقة الثانية تدعى دورة الكربون *carbon cycle* ، وتتضمن سلسلة من المراحل فيها نوى الكربون تمتص بروتونات بصورة متتابعة حتى تبعث جسيمات الفا لتصبح نوى كربون مرة ثانية

التفاعل الابتدائي في دورة البروتون – بروتون هو :

$${}_{1}^{1}\mathrm{H} + {}_{1}^{1}\mathrm{H} \rightarrow {}_{1}^{2}\mathrm{H} + e^{+} + \nu$$

اذ نتيجة اندماج بروتونين يتكون ديوتيرون مع انبعاث بوزترون ونيوترينو . وبعد ذلك يتحد الديوتيرون مع بروتون لتكوين نواة ${}_{2}^{3}\mathrm{He}$:

$${}_{1}^{1}\mathrm{H} + {}_{1}^{2}\mathrm{H} \rightarrow {}_{2}^{3}\mathrm{He} + \gamma$$

وأخيراً تتفاعل نواتا ${}_{2}^{3}\mathrm{He}$ لتكوين ${}_{2}^{4}\mathrm{He}$ زائداً بروتونين :

$${}_{2}^{3}\mathrm{He} + {}_{2}^{3}\mathrm{He} \rightarrow {}_{2}^{4}\mathrm{He} + {}_{1}^{1}\mathrm{H} + {}_{1}^{1}\mathrm{H}$$

ان مجموع الطاقة المتحررة في هذه التفاعلات تساوي $(\Delta m)c^2$ ، ذلك ان Δm تمثل الفرق بين كتلة اربع بروتونات وكتلة جسيمة الفا زائداً بوزترونين . ولقد وجد ان هذه الطاقة تساوي 24.7 MeV .

ويوضح الشكل (١٢ – ٢١) دورة البروتون – بروتون .

أما دورة الكربون فتتضمن التفاعلات التالية :

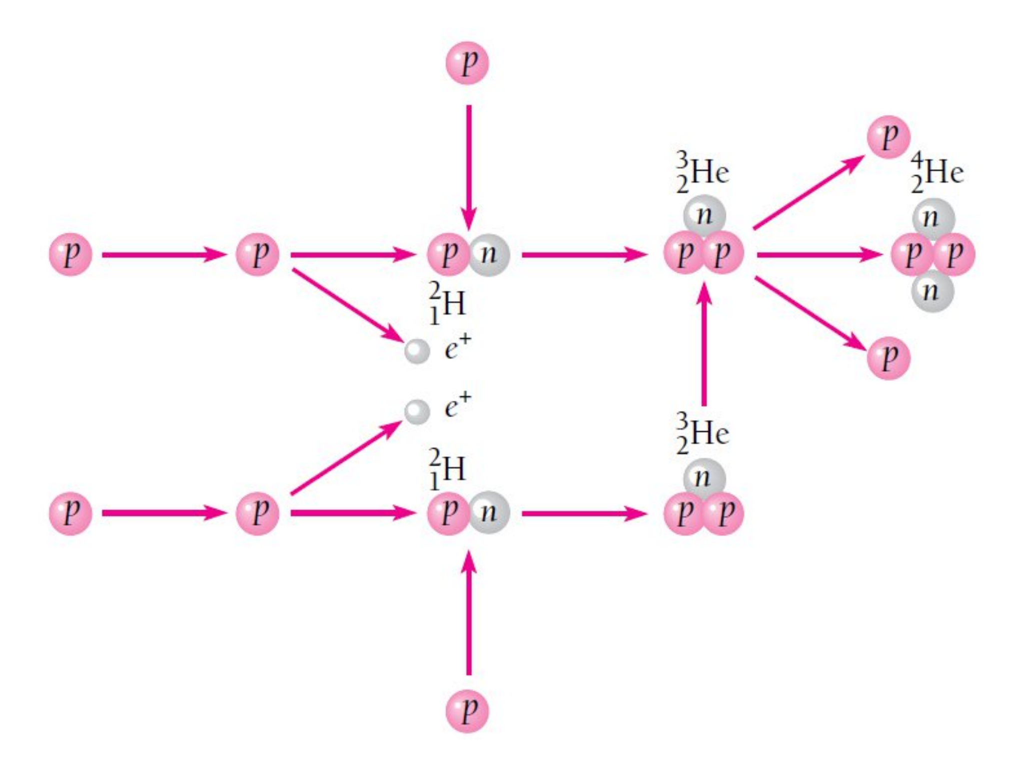
$$\begin{aligned}
{}_{1}^{1}\mathrm{H} + {}_{6}^{12}\mathrm{C} &\rightarrow {}_{7}^{13}\mathrm{N} \\
{}_{7}^{13}\mathrm{N} &\rightarrow {}_{6}^{13}\mathrm{C} + e^{+} + \nu \\
{}_{1}^{1}\mathrm{H} + {}_{6}^{13}\mathrm{C} &\rightarrow {}_{7}^{14}\mathrm{N} + \gamma \\
{}_{1}^{1}\mathrm{H} + {}_{7}^{14}\mathrm{N} &\rightarrow {}_{8}^{15}\mathrm{O} + \gamma \\
{}_{8}^{15}\mathrm{O} &\rightarrow {}_{7}^{15}\mathrm{N} + e^{+} + \nu \\
{}_{1}^{1}\mathrm{H} + {}_{7}^{15}\mathrm{N} &\rightarrow {}_{6}^{12}\mathrm{C} + {}_{2}^{4}\mathrm{He}
\end{aligned}$$

دورة الكربون

والنتيجة النهائية تتضمن ايضا تكوين جسيمة الفا زائدا بوزترونين من اندماج اربعة بروتونات ، مع تحرير 24.7 MeV . ان نوى ${}_{6}^{12}\mathrm{C}$ تعمل كعامل مساعد في التفاعل حيث انها تظهر مرة ثانية في نهاية التفاعلات (الشكل ١٢ – ٢٢) .

ويمكن حدوث اندماج نووي ذاتي تحت ظروف قصوى تتضمن درجات حرارة وضغط عاليين . وهذه الظروف ضرورية لتوفير طاقة كافية للبروتونات لتتغلب على قوة التنافر الالكتروستاتيكية ولجعل التفاعل يستمر بسرعة كافية ، ويعوض عن الطاقة المفقودة

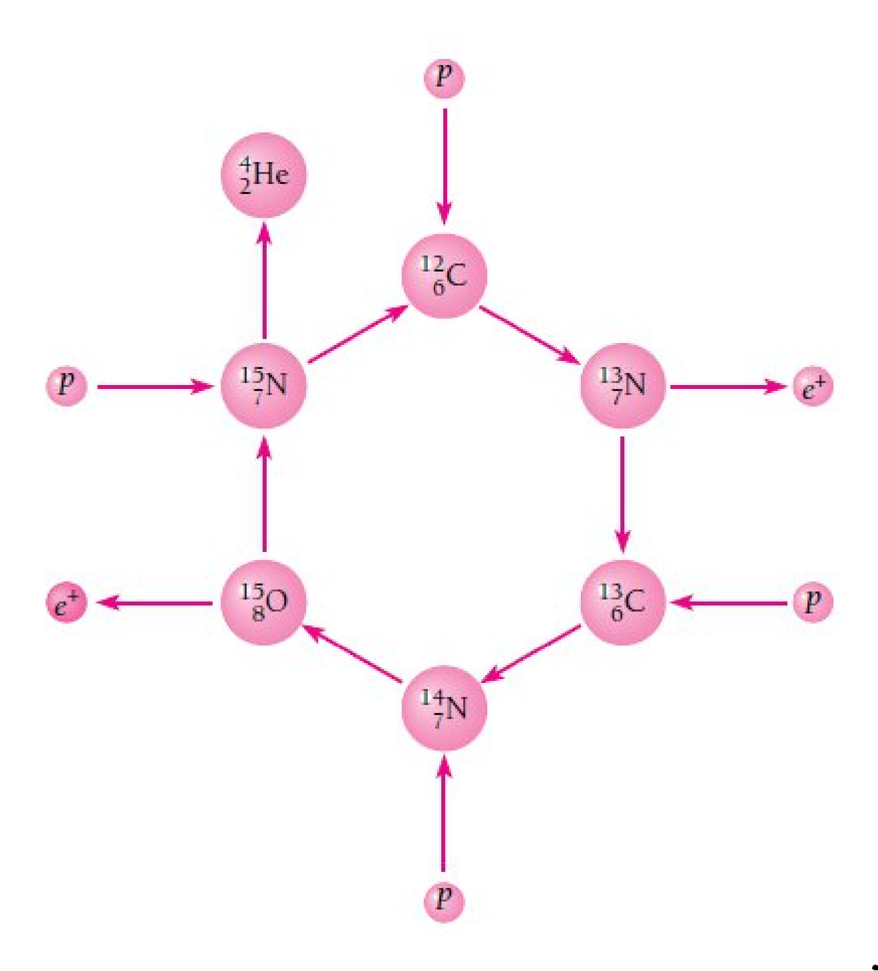
للمحيط الخارجي . ان هذه الشروط تتحقق في قلب النجوم. وفي قلب الشمس . حيث



الشكل (١٢–٢١) دورة البروتون – بروتون . هذه الدورة هي احدى سلسلتي التفاعل التي تحدث في الشمس والتي تتضّمن اندماج أربع نوى هيدروجين لتكوين نواة الهليوم مع أنبعاث طاقة

درجة الحرارة بحدود 2×10^6 K ، تكون احتمالية حدوث دورة البروتون – بروتون عالية نسبيا . وبصورة عامة تكون احتمالية حدوث دورة الكربون كبيرة عند درجات حرارة عالية ، على حين تكون احتمالية حدوث دورة البروتون – بروتون كبيرة عند درجات حرارة أوطأ . وعليه فالنجوم الاسخن من الشمس تولد حرارتها عن طريق دورة الكربون، في حين تولد النجوم الابرد من الشمس حرارتها عن طريق دورة البروتون – بروتون. وتحمل النيوترينات neutrinos حوالي 10٪ من الطاقة المتولدة في النجوم .

والطاقة المتحررة من اندماج نوى خفيفة لتكوين نوى أثقل ، تدعى غالبا بالحرارة النووية thermonuclear energy . ولا يمكن استخدام دورة البروتون – بروتون او



الشكل (١٢ – ٢٢) دورة الكربون تتضمن اندماج أربع نوى هيدروجين لتكوين نواة الهليوم مع تحرير طاقة . تظهر نواة $^{12}_{6}C$ مرة ثانية في نهاية التفاعل ولذلك فهي تمثلّ عاملاً مساعداً في التفاعل .

دورة الكربون مختبريا لتحرير طاقة ؛ ذلك لأنها تتضمن عدة مراحل وتستغرق وقتا طويلا. وهناك اندماجان نوويان يبعثان الامل في تحرير الطاقة النووية مختبريا . وكل من هذين التفاعلين يتضمن اندماج ديوتيرونين :

$$^{2}_{1}H + ^{2}_{1}H \rightarrow ^{3}_{2}He + ^{1}_{0}n + 3.3 \text{ MeV}$$
$$^{2}_{1}H + ^{2}_{1}H \rightarrow ^{3}_{1}H + ^{1}_{1}H + 4.0 \text{ MeV}$$

هناك تفاعل ثالث يتضمن اندماج ديوتيرون مع تريتون لتكوين جسيمة الفا :

$$^{3}_{1}\mathrm{H} + ^{2}_{1}\mathrm{H} \rightarrow ^{4}_{2}\mathrm{He} + ^{1}_{0}n + 17.6\ \mathrm{MeV}$$

ان استخدام هذه التفاعلات عمليا يتطلب مصدرا رخيصا للديوتيروم . والبحار والمحيطات هي مصادر مناسبة للديوتيروم ، حيث ان نسبته في الماء تشكل 0.015٪ . اي ان هناك ما يقارب 10^{15} طنا من الديوتيريوم في ماء البحار والمحيطات . ان التفاعلات التي في أعلاه تتطلب طرقا كفأه لاتمام عملية الاندماج من دون اللجوء الى قذف نوى على نوى هدف باستخدام معجلات ذرية . حيث ان المعجلات الذرية مكلفة وتستهلك طاقة أكثر بكثير من الطاقة المتحررة من بضعة تفاعلات يمكن ان تحدث في مادة الهدف . والطريقة الحالية المتبعة لحل هذه المشكلة هي استخدام بلازما حارة hot plasma (التي هي عبارة عن غازات متأينة جدا) من الديوتيريوم او مزيج الديوتيريوم – التريتيوم. ويمكن جمع هذه المادة باستخدام مجال مغناطيسي عال غير منتظم. والغاية من درجات الحرارة العالية هي تأهيل نوى $^{2}_{1}\mathrm{H}$ و $^{3}_{1}\mathrm{H}$ لتندمج بعضها مع بعض على الرغم من وجود قوة التنافر الالكتروستاتيكية ، على حين يعمل المجال المغناطيسي على حفظ الغاز من ان يمس جدران مادية الذي يمكن ان يلوث او يبرد الغاز . وهناك احتمالية ضئيلة لانصهار جدران الوعاء؛ ذلك لأن كثافة طاقة البلازما هي قليلة جدا على الرغم من ان درجة حرارته قد تصل الى بضعة مليونات درجة كلفن . وتواجه المفاعلات الاندماجية صعوبات عملية أكثر من المفاعلات الانشطارية ، وعليه فمن المستبعد استخدام التفاعلات الاندماجية لتحرير طاقة في وقت قريب .

تمرينــــات

ان كتل النويدات المذكورة في المسائل التالية مقاسة بوحدة u هي الآتـــي :

$^{3}_{2}He$, 3.016030; $^{3}_{1}H$, 3.016050; $^{1}_{1}H$, 1.007825;

$^{7}_{4}Be$, 7.0169; $^{7}_{3}Li$, 7.0160; $^{4}_{2}He$, 4.002603;

$^{12}_{6}C$, 12.0000; $^{12}_{5}B$, 12.0144; $^{10}_{5}B$, 10.0129;

$^{16}_{8}O$, 15.9949; $^{14}_{7}N$, 14.0031; $^{13}_{6}C$, 13.0034;

($^{17}_{8}O$ (16.9994 . وتساوي كتلة النيوترون 1.008665 u . والجدول (٧–١) يحتوي على الكتل الذرية للعناصر .

١– ينحل التريتيوم ($^{3}_{1}H$) باشعاع جسيمة بيتا بعمر نصفي 12.5 yr مانسبة التريتيوم المتبقية في عينة بعد 25 yr ؟

٢– العمر النصفي لـ $^{24}_{11}Na$ يساوي 15 h . ما الوقت اللازم لانحلال 93.75 % من عينة من هذا النظير ؟

٣– النشاط الاشعاعي لغرام واحد من الراديوم يساوي بالتعريف 1 Ci . جد العمر النصفي للراديوم .

٤– كتلة ملي كوري من $^{214}_{82}Pb$ تساوي 3×10^{-14} kg . جد ثابت انحلال $^{214}_{82}Pb$

(في التمارين ٤ الى ٦ ، افترض أن الكتلة الذرية بوحدة u تساوي العدد الكتلي للنواة).

٥– ينحل $^{238}_{92}U$ ببعث جسيمة الفا بعمر نصفي يساوي 4.5×10^{9} yr . ما عدد الانحلالات في الثانية الواحدة في 1 g من $^{238}_{92}U$ ؟

٦– ينحل نظير البوتاسيوم $^{40}_{19}K$ ببعث جسيمة بيتا بعمر نصفي 1.83×10^{9} yr جد عدد انحلالات بيتا في الثانية في 1 g من $^{40}_{19}K$ النقي .

٧– تنبعث جسيمة الفا بطاقة 5.78-MeV من الراديوم . فاذا كانت قطر نواة الراديوم يساوي 2×10^{-14} m ، ماعدد اطوال موجة ديبرولي لجسيمة الفا التي يمكن أن تغطي قطر النواة ؟

٨– احسب الطاقة العظمى للالـكترونات المنبعثة في انحلال بيتا لـ $^{12}_{5}B$

٩– لماذا ينحل $^{7}_{4}Be$ عن طريق اقتناص الكترون بدلا من بعث بوزترون ؟ لاحظ أن ذرة $^{7}_{4}Be$ تحتوي على الكترون واحد اكثر من ذرة $^{7}_{3}Li$

١٠– ان انبعاث البوزترون يشبه انبعاث الالـكترون من جميع النواحي عدا شكل طيف طاقتيهما : هناك نسبة كبيرة من الالـكترونات تنبعث بطاقة واطئة ، على حين تكون نسبة البوزترونات المنبعثة بهذه الطاقات قليلة ، فمعدل طاقة الالـكترونات في انحلال بيتا يساوي تقريبا $0.3T_{max}$ على حين يساوي معدل طاقة البوزترونات في هذا الانحلال حوالي $0.4T_{max}$. ما سبب هذا الاختلاف ؟

١١- بالاستعانة بالشكل (١١-١٠) جد الطاقة الأرضية وطاقة أوطأ مستوى متهيج للبروتون رقم 39 في $^{89}_{39}Y$. استخدم هذه المعلومات والحقيقة المبينة في البند (٦-١٠) ان احتمالية الانتقالات الاشعاعية بين حالات ذات فرق زخم زاوي كبير تكون نادرة جدا ، لتوضيح سبب وجود ايسومير لـ $^{89}_{39}Y$

١٢- جدا أوطأ طاقة لنيوترون بالنسبة للمختبر اللازمة للتفاعل :

$${}^{1}_{0}n + {}^{16}_{8}O + 2.20\ MeV \rightarrow {}^{13}_{6}C + {}^{4}_{2}He$$

١٣- جد أوطأ طاقة لبروتون بالنسبة للمختبر اللازمة للتفاعل

$$p + d + 2.22\ MeV \rightarrow p + p + n$$

١٤- جد أوطأ طاقة لجسيمة الفا بالنسبة للمختبر اللازمة للتفاعل :

$${}^{4}_{2}He + {}^{14}_{7}N + 1.18\ MeV \rightarrow {}^{17}_{8}O + {}^{1}_{1}H$$

١٥- الشكل (١٢ - ٢٣) يبين بصورة تقريبية تغير مساحة مقطع تفاعل النيوترون والبروتون مع نواة بتغير الطاقة . فسّر لماذا تتناقص مساحة مقطع تفاعل النيوترون مع النواة بزيادة الطاقة . على حين تتزايد مساحة مقطع تفاعل البروتون بزيادة الطاقة ؟

١٦- عند اقتناص نواة هدف لنيوترون ، تكون احتمالية بعث فوتون أشعة كاما من النواة المركبة أكبر من احتمالية بعث بروتون ، أو ديوتيرون أو جسيمة ألفا . لماذا ؟

١٧- هناك 6×10^{28} atoms تقريبا في كل متر مكعب من الالمنيوم . وجهت حزمة من النيوترونات ذات طاقة 0.5-MeV على صفيحة من الألمنيوم سمكها 0.1 mm . فاذا كانت مساحة مقطع اقتناص النيوترونات عند هذه الطاقة من قبل نوى الالمنيوم تساوي : $2 \times 10^{-31}\ m^2$ ، جد نسبة النيوترونات الممتصة من الحزمة الساقطة .

١٨- كثافة $^{10}_{5}B$ تساوي $2.5 \times 10^{3}\ kg/m^3$. مساحة مقطع نواة $^{10}_{5}B$ لأقتناص نيوترون حراري (thermal neutron أي نيوترون ذي طاقة حركية تساوي معدل الطاقة الحرارية عند درجة حرارة الغرفة) تساوي 4,000 b . ما السمك اللازم لصفيحة من $^{10}_{5}B$ لكي تمتص 99% من حزمة نيوترونات حرارية ساقطة ؟

١٩- كثافة الحديد حوالي $8 \times 10^{3}\ kg/m^3$ ، ومساحة مقطع نواة الحديد لاقتناص نيوترون حوالي 2.5 b . جد نسبة النيوترونات الممتصة من حزمة ساقطة على صفيحة من الحديد سمكها 1 cm .

٢٠- مساحة مقطع نواة الحديد لاقتناص نيوترون تساوي 2.5 b . ما متوسط المسار الحر للنيوترون في الحديد ؟

٢١- يولد انشطار $^{235}_{92}U$ طاقة حوالي 200 MeV . ما نسبة الكتلة المفقودة من كتلة $^{235}_{92}U + n$

٢٢- تولّد بعض النجوم طاقتها عن طريق اندماج ثلاث جسيمات الفا لتكوين نواة $^{12}_{6}C$. ما مقدار الطاقة المتحررة في كل من هذه التفاعلات ؟

الفصل الثالث عشر

الجسيمات الأولية

بينما تبدو النوى تتكون من بروتونات ونيوترونات ، فان هناك بعض المشاهدات تشير الى انبعاث جسيمات أولية elementary particles أخرى من النوى تحت ظروف خاصة . والحقيقة هي أنه قد تم اكتشاف هذه الجسيمات قبل أكثر من عقدين من الزمن وأن عدد الجسيمات الأولية المستقرة المعروفة حتى اليوم يزيد على ثلاثين جسيما . وليس هناك طريقة بسيطة لتصنيف هذه الجسيمات ؛ فبعض الجسيمات كالالكترون ، والنيوترينو وميزون π مفهومة نسبيا ، ولكن لاتوجد نظرية عامة مقبولة كليا لتفسير الجسيمات الأولية . أنه من المناسب أن نختتم هذا الكتاب بموضوع الجسيمات الأولية ليذكرنا أن هناك آفاق جديدة في الفيزياء تتطلب دراسات اضافية .

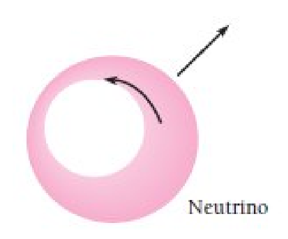
١٣ - ١ ضديدات الجسيمات ANTIPARTICLES

ان الألكترون هو الجسيمة الأولية الوحيدة التي يوجد لها نظرية متكاملة . ولقد تم اكتشاف هذه النظرية عام 1928 من قبل ديراك P. A. M. Dirac ، الذي أعطانا معادلة موجية للالكترون في مجال كهرومغناطيسي آخذا بنظر الأعتبار النظرية النسبية الخاصة . واتضح أنه عند التعويض عن شحنة وكتلة الالكترون في حل هذه المعادلة ينتج أن الالكترون يحمل زخما زاويا ذاتيا مقداره $\frac{1}{2}\hbar$ (أي ذا برم يساوي $\frac{1}{2}$) وعزماً مغناطيسياً يساوي $e\hbar/2m$ (مغنيط بور واحد) . ان هذه النتائج تتفق بصورة كلية مع المشاهدات العملية ، وهذا الأتفاق هو دليل قاطع على صحة نظرية ديراك .

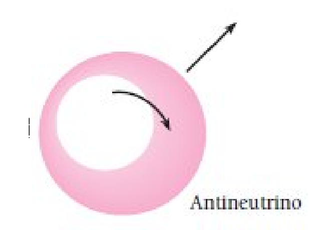
ان نظرية ديراك تعطينا نتيجة غير متوقعة ؛ ذلك بأنها تتنبأ بوجود الكترون موجب بالأضافة الى الالكترون السالب . واعتقد في بادىء الأمر أن البروتون هو الذي يمثل الالكترون الموجب على الرغم من فرق الكتلة بينهما . وقد تم اكتشاف الالكترون الموجب عام 1932 بصورة قاطعة من بين جسيمات الأشعة الكونية cosmic القادمة للارض . وبينا سابقا أن الألكترون الموجب يدعى بالبوزترون *positron* . لقد أتضح في البند (٢-٦) أن زوج الكترون - بوزترون يتولد من فوتون ذات طاقة مناسبة (>1.02 MeV) ، وعند التقاء الالكترون بالبوزترون يفني بعضهما الآخر .

ان البوزترون هو ضديد الالكترون : ذلك لانهما يغني بعضهما الآخر . وجميع الجسيمات الأولية الاخرى عدا الفوتونات وميزونات π^0 و η^0 لها جسيمات ضديدة . ان ضديدة جسيمة لها نفس كتلة وبرم والعمر النصفي (اذا كانت غير مستقرة) للجسيمة نفسها، لكن شحنتها (إن وجدت) تكون عكس شحنة الجسيمة ، وكذلك فان اتجاه العزم المغناطيسي بالنسبة للبرم لضديدة الجسيمة هو عكس ماهو عليه للجسيمة نفسها .

ان التمييز مابين النيوترينو وضديد النيوترينو يلفت النظر . ويكون برم النيوترينو عندما يشاهد من الخلف بالاتجاه المعاكس لاتجاه حركته ، أي أن النيوترينو يدور عكس عقرب الساعة (لاحظ الشكل ١٣-١) . ومن ناحية أخرى يكون برم ضديد النيوترينو عندما يشاهد من الخلف بنفس اتجاه حركته ، أي أنه يدور مع عقرب الساعة . لذلك يمكن تصور حركة النيوترينو في الفضاء تشبه حركة لولب يساري left-handed screw. وان حركة ضديد النيوترينو تشبه حركة لولب يميني right-handed screw وكان الافتراض السائد قبل عام 1956 أن النيوترينو يستطيع أن يدور باتجاه أو عكس اتجاه عقرب الساعة ، وذلك على أساس أنه ليس هناك فرق بين النيوترينو وضديده عدا اتجاه برميهما . وبذلك فالنيوترينو وضديده هما جسيمان متشابهان،وترجع جذور هذا الافتراض الى وقت لايبنز Leibniz (معاصر نيوتن ، الذي اكتشف بصورة مستقلة حساب التفاضل والتكامل) . ويمكن توضيح أساس الافتراض على النحو التالي : من الناحية الاساسية ان الظواهر الفيزياوية المشاهدة مباشرة تكافىء الظواهر الفيزياوية المشاهده معكوسة من مرآة . وحسب التعريف ، فان الظواهر الفيزياوية المختلفة يجب أن تتباين جوهريا فيما بينها والا فانها متشابهة . والفرق الوحيد بين الظواهر الفيزياوية المشاهدة مباشرة ونفس الظواهر مشاهدة معكوسة من مرآة هو تبديل اليسار باليمين واليمين باليسار ، وعليه فنظرية لايبنز تنص على أن يسار ويمين جميع الاشياء والحوادث يجب أن تحدث بنفس الاحتمالية . والحقيقة أن هذه النظرة محققة عمليا في حالة التفاعلات النووية والتفاعلات الكهرومغناطيسية . ومع هذا فهي لم تدرس لغاية عام 1956 لحالة التفاعلات التي ينتج عنها نيوترينات . وفي هذه السنة اقترح لي T. D. Lee ويانك C. N. Yang بأنه يمكن ازالة كثير من التناقضات النظرية بافتراض أن النيوترينو وضديد النيوترينو لهما برمان متعاكسان ، على الرغم من أنهما لايمثلان صورة مرآة بعضهما للآخر . وأثبتت التجارب التي أجريت حال اقتراح لي ويانك أن النيوترينو وضديد النيوترينو جسيمان مختلفان ، لهما برم يساري وبرم يميني ، على التوالي . ونلاحظ أن عدم وجود تناظر يمين-يسار في النيوترينات يظهر فقط في حالة أن كتلة النيوترينو تساوي صفرا . وعليه فنظرية لي ويانك تحقق القيمة التجريبية للنيوترينو والتي تساوي صفرا .



الشكل (١٣ - ١) ان النيوترينو وضديد النيوترينو لهما برمان متعاكسان .



١٣ - ٢ نظرية الميزون للقوى النووية :

MESON THEORY OF NUCLEAR FORCES

لو كانت القوى النووية تجاذبية فقط ، لكانت حجوم النوى المستقرة صغيرة جدا (ذات نصف قطر حوالي 2 fm) ، بحيث ان كل نوية تتفاعل آنيا مع جميع النويات الاخرى الموجودة . ونتيجة لذلك فان طاقة ترابط كل نوية سوف تتناسب مع A ، الذي يساوي عدد النويات الموجودة في النواة . لكن تجريبيا ان حجم النوى تتناسب مع A وان طاقة ترابط كل نوية هي ثابتة في جميع النوى . ونستنتج من هذا ان كل نوية تتفاعل مع عدد محدود من النويات المجاورة وان هناك قوة تنافر بين النويات تمنع النواة من ان تتقلص الى حجم صغير جدا (لاحظ الشكل ١١ - ٦) . ونستنتج من هذا ايضا ان القوى النووية لا تشبه قوة نيوتن أو القوى الكهربائية الاعتيادية .

لاحظنا في البند (٨ - ٣) ان القوة الموجودة في ايون H_2^+ هي نتيجة تبادل الالكترون بين البروتونين في هذا الايون . وتكون هذه القوة تجاذبية عندما تكون دالة موجة الالكترون متناظرة ، وتكون قوة تنافر عندما تكون دالة الموجة ضديدة التناظر . وعلى هذا الاساس يمكن أن نتصور ان القوى بين النويات انما هي نتيجة تبادل جسيمات . ان هذا التفسير يوضح استقرار الحالة الثلاثية للديوتيرون ذي الدالة الموجية المتناظرة (لأن برمي النويتين متوازيان) ، وعدم استقرار الحالة الاحادية للديوتيرون ذي الدالة الموجية ضديدة التناظر . ولما كانت

النويات في نواة ، لها حالات كمية مختلفة (حسب مبدأ الانفراد) ، فان هناك قوى تجاذب وتنافر في النواة . ويمكن تفسير الصفات النووية على اساس وجود مزيج من قوى اعتيادية وقوى تبادل .

هناك سؤال ، ماالجسيمات المتبادلة بين النويات التي تسبب قوى التبادل ؟ اقترح هايزنبرك Heisenberg عام 1932 ان هذه الجسيمات هي الالكترونات والبوزترونات . وذلك على أساس ان النيوترون يبعث الكترونا ليصبح بروتونا ، بينما يمتص البروتون الكترونا ليصبح نيوترونا . لكن حسابات مبنية على اساس النتائج التجريبية لانحلال بيتا تشير الى ان القوى الناتجة من تبادل الالكترونات والبوزترونات هي اقل من 10^{14} مرة من القوى النووية المطلوبة . وفي عام 1935 اقترح العالم الياباني يوكاوا Hideki Yukawa انه يمكن تفسير القوى النووية بتبادل جسيمات أثقل من الالكترونات تدعى بالميزونات *mesons* . واستطاع هذا العالم ان يثبت ان القوى الناتجة عن تبادل هذه الجسيمات هي بحدود القيمة الصحيحة .

وحسب نظرية الميزون للقوى النووية ، تتكون النويات من مراكز متشابهة تحيط بها سحابة من ميزون أو أكثر . ويمكن أن يكون الميزون متعادلاً أو يحمل شحنة موجبة أو سالبة. والفرق الاساسي بين البروتون والنيوترون يكمن في تركيب سحابة الميزون المحيطة . ان القوة بين نيوترونين او بروتونين هي نتيجة تبادل ميزونات متعادلة (تدعى π^0) . على حين القوة بين نيوترون وبروتون هي نتيجة تبادل ميزونات مشحونة (π^+ و π^-) . فمثلا ، يبعث نيوترون ميزون π^- ليتحول الى بروتون :

$$n \rightarrow p + \pi^-$$

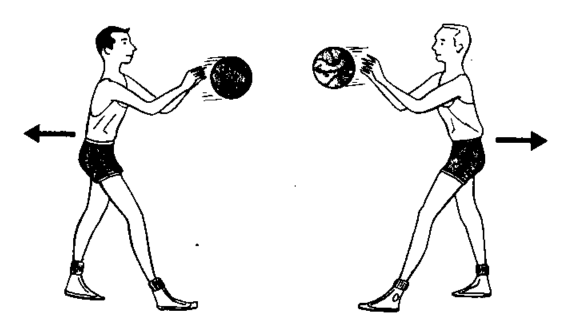
ويمتص البروتون المقابل ميزون π^- المنبعث ليتحول الى نيوترون :

$$p + \pi^- \rightarrow n$$

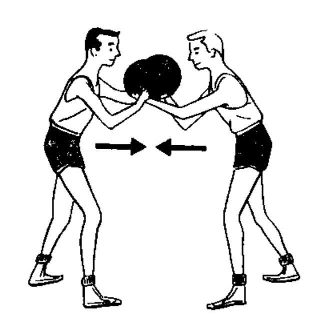
وكذلك يمكن لبروتون أن يبعث ميزون π^+ ليتحول الى نيوترون ، ويمتص النيوترون المقابل ميزون π^+ المنبعث ليتحول الى بروتون :

$$p \rightarrow n + \pi^+$$
$$n + \pi^- \rightarrow p$$

والحقيقة هي أنه لايمكن ايجاد صيغة رياضية سهلة لتوضيح قوى التبادل بين النويات ومع هذا يمكن استيعاب هذه العملية بتشبيه فيزياوي مألوف . دعنا نتصور ولدين يتبادلان كرات سلة كما في الشكل (١٣ - ٢) . فعند قذف الكرات سيندفع الولدان الى الخلف ويزداد ارتدادهما عند مسك الكرات المرمية عليهما . وعليه فان هذا التبادل لكرات السلة سيؤدي الى قوة تنافر بين الولدين . لكن اذا اختطف الولدان كرات السلة من بعضهما الآخر فسيتكون مايكافيء قوة تجاذب بينهما .



repulsive force due to particle exchange



attractive force due to particle exchange

الشكل (١٣ – ٢) : تكوين تجاذب او تنافر نتيجة تبادل جسيمات .

وهناك مسألة أساس تطرح نفسها : اذا كانت النويات تبعث وتمتص ميزونات باستمرار فلماذا تبقى كتل النيوترونات ثابتة ؟ وجواب هذا السؤال يعتمد على مبدأ عدم التحديد . ان القوانين الفيزياوية تخص الكميات التي يمكن قياسها تجريبيا ، في حين مبدأ عدم التحديد يحدد دقة قياس بعض الازواج من هذه الكميات . ويمكن أن ينبعث ميزون من نوية مع بقاء كتلتها ثابتةوتمتص النوية ميزونا آخراً منبعثا من نوية مجاورة بعد وقت قصير جدا ، بحيث لايمكن الكشف عمليا ، ضمن الدقة المسموحة وفق مبدأ عدم التحديد ، فيما اذا حدث أي تغير حقيقي في الكتلة . ان مبدأ عدم التحديد للطاقة والزمن يأخذ الصيغة :

$$\Delta E \, \Delta t \geqslant \hbar \qquad (١٣-١)$$

ومن هذا نجد أنه يمكن افناء او خلق طاقة مقدارها ΔE على شرط أن هذا الاخلال في قانون حفظ الطاقة لايستمر لفترة زمنية أطول من $\hbar/\Delta E$.

ونحن نعرف أن مدى القوى النووية R هو بحدود 1.7 fm . وعليه لوافترضنا ان

الميزون يتحرك بسرعة الضوء c داخل النواة ، فزمن انتقال الميزون بين النويات يكون :

$$\Delta t = \frac{R}{c} \quad (٢-١٣)$$

ان انبعاث ميزون ذي كتلة m_π يمثل اخراق قانون حفظ الطاقة بمقدار :

$$\Delta E = m_\pi c^2 \quad (٣-١٣)$$

وبالتعويض عن $\Delta E\, \Delta t \geqslant \hbar$ من المعادلتين (١٣-٢) و (١٣-٣) في العلاقة (١٣-١) نجد أن :

$$(m_\pi c^2)\left(\frac{R}{c}\right) \geqslant \hbar$$

وعليه فالكتلة الدنيا للميزون يجب أن تكون :

$$m_\pi \geqslant \frac{\hbar}{Rc} \quad (٤-١٣)$$

$$\geqslant 1.9 \times 10^{-28}\ \text{kg}$$

وهذه الكتلة تمثل حوالي 200 مرة بقدر كتلة الالكترون .

١٣-٣ البايونات والميونات PIONS AND MUONS

بعد اثنتي عشرة سنة من وضع نظرية الميزون للقوى النووية تم اكتشاف جسيمات طليقة خارج النواة ذات صفات تتفق مع الصفات المطلوبة لهذه النظرية . وتدعى هذه الجسيمات اليوم بميزونات π أو البايونات *pions* .

وهناك سببان لتأخر أكتشاف البايون الطليق . السبب الأول أن علينا أن نوفر طاقة كافية الى نوية لكي تبعث بايونا مع تحقيق قانون حفظ الطاقة . حيث نحتاج طاقة مقدارها في الاقل $m_\pi c^2$ أو 140 MeV لتحرير البايون . ولتجهيز نوية ساكنة بهذا المقدار من الطاقة عن طريق التصادم ، يجب أن تمتلك الجسيمة الساقطة طاقة حركية أكثر بكثير من $m_\pi c^2$ ذلك لكي يبقى قانونا حفظ الطاقة والزخم ساريين .

أي أن الجسيمات الساقطة يجب أن تمتلك بضع مئات من MeV لتحرير البايونات . مثل هذه الجسيمات توجد في الطبيعة على شكل حزم متشتتة مكونة مايسمى بالاشعة الكونيـــة cosmic radiation . لهذا السبب تطلب اكتشاف البايون تطوير طرق دقيقة لدراسة تفاعلات الاشعة الكونية . وفي الآونة الاخيرة تم تشغيل المعجلات الذرية التي تستطيع تعجيل جسيمات الى الطاقات اللازمة ، وبذلك أمكن تكوين البايونات مختبريا بصورة سهلة .

والسبب الثاني لتأخر اكتشاف البايونات عمليا ، هو عدم استقرارية هذه الجسيمات . ان نصف عمر البايون المشحون هو فقط 1.8×10^{-8} s ، ونصف عمر البايون المتعادل هو

7×10^{-17} s ولما كان العمر النصفي π^0 قصير جدا ، فان اكتشافه لم يتم حتى عام 1950 . وتنحل البايونات المشحونة تقريبا كليا الى ميزونات أخف تدعى بميزونات μ (او الميونات *muons*) ونيوترينات neutrinos :

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$$
$$\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu$$

وهذه النيوترينات ليست نفس النيوترينات التي تنبعث خلال انحلال بيتا ، ولذلك أخذت الرموز ν_μ و $\bar{\nu}_\mu$ بدلا من ν و $\bar{\nu}$. ان البرهان العملي لهذا الاختلاف قد تم في عام 1962 . فلقد قذف هدف معدني ببروتونات ذات طاقة عالية اذ تكون عن ذلك فيض غزير من البايونات .لوحظ أن النيوترينات الناتجة من انحلال هذه البايونات تؤدي الى تفاعلات معكوسة ينتج عنها ميونات فقط ولا تتكون الكترونات . لذلك فان هذه النيوترينات يجب أن تختلف عن النيوترينات المصاحبة لانحلال بيتا.وينحل البايون المتعادل الى زوج من فوتونات أشعة كاما :

$$\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma$$

الكتلة السكونية لميزونات π^+ و π^- هي $273\, m_e$ والكتلة السكونية لميزون π^0 هي $264\, m_e$. ان π^- هو ضديد π^+ و π^0 هو ضديد نفسه . والصفة الاخيرة تشمل الفوتونات وميزونات η^0 أيضا .

يمكن بسهولة فهم وجود البايونات حيث تم التنبؤ بها قبل عدة سنوات قبل اكتشافها عمليا . لكن الميونات تشكل معضلة لم تحل لحد الآن . ان صفات هذه الجسيمات معروفة بصورة دقيقة . الكتلة السكونية للميونات الموجبة والسالبة هي $207\, m_e$ ، وكلاهما يمتلكان برماً يساوي $\frac{1}{2}$ ويستحيل كل منهما بعمر نصفي 1.5×10^{-6} s الى الكترون وزوج من نيوترينو وضديد النيوترينو :

$$\mu^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu$$
$$\mu^- \rightarrow e^- + \nu_\mu + \bar{\nu}_e$$

كما في حالة الالكترونات ، ان الميون الموجب هو ضديد الميون السالب وان ليس هنالك ميون متعادل . وبعكس حال البايونات التي تتفاعل بقوة مع النوى ، نجد ان الميونات تتفاعل مع المادة بقوة كهرومغناطيسية فقط . وعليه فالميونات تتوغل لمسافات طويلة داخل المادة قبل ان يتم امتصاصها . ان معظم جسيمات الاشعة الكونية التي تصل سطح الارض هي ميونات تنشأ من انحلال بايونات متكونة نتيجة التفاعلات النووية بين جسيمات الاشعة الكونية الابتدائية ونوى الذرات في الاجواء العليا من الارض . اما بقية جسيمات الاشعة الكونية فهي اما ان تنحل او تفقد طاقتها بسرعة بحيث تمتص عند ارتفاعات عالية من سطح الارض .

ان معضلة وجود الميون هو عدم وجود دور ظاهري تلعبه في الطبيعة . وأهم فرق بين الميونات والالكترونات هو كتلها وعدم استقراريتها . لذلك يمكن تصور الميون بأنه نوعاً ما الكترون ثقيل بدلا من ان يمثل وحدة متميزة . وهناك صفة اخرى سنناقشها في هذا الفصل ايضا ليست واضحة ، وهي لماذا تنحل البايونات كليا تقريبا الى ميونات بدلا من ان تنحل مباشرة الى الكترونات ؟ فهناك 0.01٪ فقط من البايونات التي تنحل مباشرة الى الكترونات ونيوترينات .

١٣ – ٤ الكايونات والهايبرونات : KAONS AND HYPERONS

ان البايونات والميونات لا تمثل جميع الجسيمات الاولية التي كتلها بين كتلة الالكترون والبروتون . فلقد تم اكتشاف مجموعة ثالثة من الميزونات تدعى بميزونات K (أو الكايونات *kaons*) . وتنحل هذه الميزونات بطرق مختلفة . وللكايونات المشحونة كتل سكونية $966 m_e$ ، وبرما يساوي 0 ،واعمار نصفية 8×10^{-9} s . ويمكن لميزون K^+ ان ينحل بالطرق الآتية :

$$
\begin{aligned}
K^+ &\rightarrow \mu^+ + \nu_\mu \\
&\rightarrow \pi^+ + \pi^0 \\
&\rightarrow \pi^+ + \pi^+ + \pi^- \\
&\rightarrow \pi^0 + e^+ + \nu_e \\
&\rightarrow \pi^0 + \mu^+ + \nu_\mu \\
&\rightarrow \pi^+ + \pi^0 + \pi^0
\end{aligned}
$$

وهذه الانحلالات مرتبة حسب احتمالية كل عملية ، بحيث ان الاضمحلال الاول يشكل أكبر احتمالية . ويبدو ان هناك نوعان من الميزونات المتعادلة ، K_1^0 و K_2^0 . كل منهما له كتلة سكونية $974\, m_e$ وبرم يساوي 0 . لكن K^0 له نصف عمر حوالي 7×10^{-11} s على حين K_2^0 عمر نصفي حوالي 4×10^{-8} s . وتنحل ميزونات K المتعادلة بالطرق التالية :

$$
\begin{aligned}
K_1^0 &\rightarrow \pi^+ + \pi^- \\
&\rightarrow \pi^0 + \pi^0 \\
K_2^0 &\rightarrow \pi^- + e^+ + \nu_e \\
&\rightarrow \pi^+ + e^- + \bar{\nu}_e \\
&\rightarrow \pi^- + \mu^+ + \nu_\mu \\
&\rightarrow \pi^+ + \mu^- + \bar{\nu}_\mu \\
&\rightarrow \pi^0 + \pi^0 + \pi^0 \\
&\rightarrow \pi^+ + \pi^- + \pi^0
\end{aligned}
$$

مرة اخرى ان هذه العمليات مرتبة حسب احتمالية كل منهما .

وبالاضافة الى التفاعلات الكهرومغناطيسية مع المواد تظهر ميزونات K تفاعلات نووية بدرجات متفاوتة ، فتتفاعل الميزونات K^+ و K^0 بقوة ضعيفة نسبيا مع نوى الذرات ، على حين تتشتت ضديداتها او تمتص بسهولة من قبل هذه النوى .

وتدعى الجسيمات الاولية ذات الكتل الأكبر من كتلة البروتون بالهايبرونات *hyperons* . وتقع الهايبرونات المعروفة ضمن اربع مجاميع . هذه المجاميع حسب تسلسل كتلتها هي : هايبرونات Λ ، Σ ، Ξ و Ω (الرموز Λ ، و Σ و Ξ و Ω هي حروف اغريقية كبيرة تلفظ : لامدا ، سكما ، وكساي وأومكا) . وجميع هذه الهايبرونات غير مستقرة وذات انصاف أعمار قصيرة جدا ، وجميعها لها برم يساوي $\frac{1}{2}$ عدا هايبرونات Ω التي برمها يساوي $\frac{3}{2}$. والجدول (٣-١) يحتوي على كتل ، واعمار نصفية ، وطرق انحلال كل هايبرون .

وتشبه الهايبرونات البايونات والكايونات (وليست الميونات) كونها تظهر تفاعلات نووية. فمثلا ، هايبرون Λ^0 يمكنه ان يقوم بدور نوية . وتدعى النواة التي تحتوي على هايبرون Λ^0 بشظية هايبرونية *hyperfragment* . وبطبيعة الحال ان Λ^0 في نواة تنحل في النهاية الى نوية وميزون π . والجسيمات الناتجة اما ان تتفاعل مع نواة الأم او تتركها كليا .

١٣ - ٥ تصنيف الجسيمات الاولية :

SYSTEMATICS OF ELEMENTARY PARTICLES

على الرغم من تعدد الجسيمات الاولية واختلاف صفاتها ، فمن الممكن تمييز بعض التناسق بين هذه الجسيمات . ان وجود هذا التناسق بحد ذاته لا يمثل نظرية للجسيمات الاولية ، بقدر ان التناسق في الاطياف الذرية لا يمثل نظرية للذرة . حتى ان التناسق الملاحظ بين صفات الجسيمات الاولية لا يبعث الامل في ايجاد نظرية موحدة للجسيمات الاولية تشبه النظرية الكمية للذرات . ولحد الان لم تظهر صورة واضحة للجسيمات الاولية على الرغم من حذاقة الطرق المقترحة لوصف هذه الجسيمات . وسندرس فيما تبقى من هذا الفصل التناسق الموجود بين الجسيمات الاولية واهميتها الظاهرية .

فالجدول (١٣-٢) يحتوي على الجسيمات الاولية المستقرة نسبيا ، حسب تسلسل كتلتها السكونية . ونلاحظ في هذا الجدول جميع الجسيمات الاولية المنوه عنها سابقا زائدة ميزون η الذي سنناقشه قريبا . نقصد بالمستقرة نسبيا هو أن أنصاف أعمار تلك الجسيمات أكبر بكثير من الزمن اللازم للضوء ليقطع مسافة تساوي قطرها . وهذا القطر هو بحدود 10^{-15} m ، وعليه فالزمن اللازم للضوء ليقطع هذه المسافة هو بحدود 10^{-23} s . لذلك تستطيع جميع الجسيمات في الجدول (١٣-٢) أن تتحرك في الفضاء على شكل وحدات متميزة ويمكن ملاحظتها بواسطة اجهزة كاشفة كحجرة الفقاعات bubble chamber .

وهناك شواهد تجريبية كثيرة تشير الى وجود « جسيمات » مختلفة ذوات اعمار نصفية

Particle	Mass, m_e	Half life, s	Decay
Λ^0	2,184	1.7×10^{-10}	$\Lambda^0 \to p + \pi^-$ $\to n + \pi^0$
Σ^+	2,328	0.6×10^{-10}	$\Sigma^+ \to p + \pi^0$ $\to n + \pi^+$
Σ^-	2,342	1.1×10^{-10}	$\Sigma^- \to n + \pi^-$
Σ^0	2,334	$<10^{-14}$	$\Sigma^0 \to \Lambda + \gamma$
Ξ^-	2,585	1.2×10^{-10}	$\Xi^- \to \Lambda + \pi^-$
Ξ^0	2,573	2.0×10^{-10}	$\Xi^0 \to \Lambda + \pi^0$
Ω^-	3,276	$\sim 10^{-10}$	$\Omega^- \to \Lambda + K^-$ $\to \Xi^0 + \pi^-$

الجدول (١٣ – ١) صفات الهايبرونات

مقدارها حوالي 10^{-23} s فماذا يمكن أن يعني جسيم ذو عمر نصفي بهذا المقدار ؟ أوكيف يمكن قياس زمن 10^{-23} s ؟ بطبيعة الحال لايمكن مشاهدة هذه الجسيمات في حجرة الفقاعات أو أي جهاز آخر ، ولكنها تظهر على شكل حالات رنين resonant states في التفاعل بين جسيمات أكثر استقرارا . وتظهر حالات الرنين في الذرات على شكل مستويات طاقة.ولتوضيح ذلك ، لاحظنا في الفصل الرابع أن تجربة فرانك وهيرتز Franck-Hertz تظهر مستويات طاقة ذرة عن طريق تصادمات غير مرنة للالكترون عندما يمتلك طاقات معينة . أن ذرة في حالة متهيجة معينة لاتشبه نفس الذرة في حالتها الارضية او في حالة متهيجة أخرى . ولكن من المعتاد الانشير الى الحالات الذرية المختلفة لذرة معينة بأنها تشكل مجموعة خاصة من الجسيمات.وسبب ذلك هو أن التفاعلات التي تؤدي الى الحالات المتهيجة (تفاعلات كهرومغناطيسية) هي معروفة جدا . وعكس ذلك يصح لحالة الجسيمات الأولية ، حيث ان التفاعلات المختلفة عدا الكهرومغناطيسية منها معروفة جزئيا ، وان معظم معلوماتنا حول الجسيمات الأولية تأتينا من دراسة صفات الرنينات resonance

دعنا نلاحظ ماذا ينطوي الرنين في حالة الجسيمات الاولية . نتصور انه اجريت تجربة بقذف بروتونات بميزونات π^+ الموجبة . وعند دراسة التفاعل

$$\pi^+ + p \to \pi^+ + p + \pi^+ + \pi^- + \pi^0$$

نجد ان تفاعل π^+ من بروتون يولد ثلاثة بايونات جديدة . في كل من هذه التفاعلات تمتلك الميزونات الجديدة طاقة كلية معينة تمثل طاقاتها السكونية زائدا طاقاتها الحركية بالنسبة لمركز كتلها . ولو رسمنا منحني بين عدد التفاعلات الناتجة كدالة للطاقة الكلية للميزونات الجديدة لحصلنا على توزيع يشبه الشكل (١٣-٣) . فنلاحظ ان هناك ميلا قويا لان تكون الطاقة الكلية للميزونات الجديدة تساوي 785 MeV، وان هناك ميلا كبيرا ولكنه نوعا ما اضعف ؛ لان تكون الطاقة الكلية لهذه الميزونات هي : 548 MeV. ونستطيع القول ان

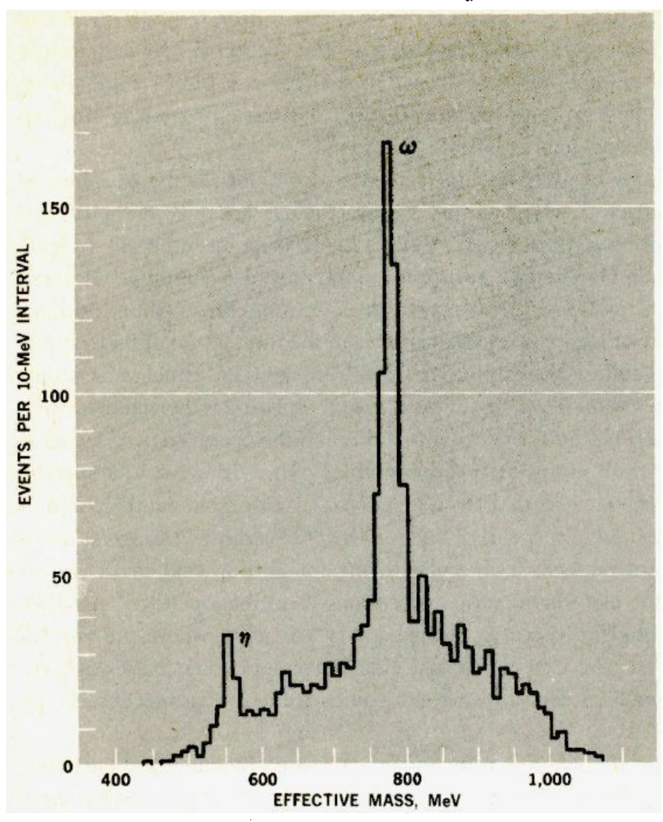
Class	Name	Particle +e	Particle 0	Particle −e	Antiparticle +e	Antiparticle 0	Antiparticle −e	Spin	Rest mass, m_e	Rest mass, MeV	Half life, s	L	M	B	S	Y	I
												(Antiparticles have opposite signs)					
PHOTON	photon		γ			(γ)		1	0	0	stable	0	0	0			
LEPTON	e-neutrino		ν_e			$\bar{\nu}_e$		½	0	0	stable	+1	0	0			
	μ-neutrino		ν_μ			$\bar{\nu}_\mu$		½	0	0	stable	0	+1	0			
	electron			e^-	e^+			½	1	0.51	stable	+1	0	0			
	μ meson			μ^-	μ^+			½	207	106	1.5×10^{-6}	0	+1	0			
MESON	π meson		π^0			(π^0)		0	264	135	7×10^{-17}	0	0	0	0	0	1
		π^+					π^-		273	140	1.8×10^{-8}						
	K meson	K^+					K^-	0	966	494	8×10^{-9}	0	0	0	+1	+1	½
			K^0			$\bar{K}^0$			974	498	7×10^{-11}; 4×10^{-8}						
	η meson		η^0			(η^0)		0	1,073	548	$\sim 10^{-18}$	0	0	0	0	0	0
BARYON	nucleon proton	p					$\bar{p}$	½	1,836	938	stable	0	0	+1	0	+1	½
	nucleon neutron		n			$\bar{n}$			1,839	940	6.5×10^2						
	Λ hyperon		Λ^0			$\overline{\Lambda^0}$		½	2,184	1,116	1.7×10^{-10}	0	0	+1	−1	0	0
	Σ hyperon	Σ^+					$\bar{\Sigma}^-$	½	2,328	1,192	0.6×10^{-10}	0	0	+1	−1	0	1
			Σ^0			$\bar{\Sigma}^0$			2,334	1,194	$< 10^{-12}$						
				Σ^-	$\bar{\Sigma}^+$				2,342	1,197	1.1×10^{-10}						
	Ξ hyperon		Ξ^0			$\overline{\Xi^0}$		½	2,571	1,310	2.0×10^{-10}	0	0	+1	−2	−1	½
				Ξ^-	$\overline{\Xi^+}$				2,585	1,321	1.2×10^{-10}						
	Ω hyperon			Ω^-	$\overline{\Omega^+}$			3/2	3,276	1,674	$\sim 10^{-10}$	0	0	+1	−3	−2	0

الجدول (١٣ - ٢) الجسيمات الاولية المستقرة بالنسبة لانحلالات نتيجة للتفاعلات النووية القوية .

التفاعل يظهر رنيناعند 548 MeV و 785 MeV او ان هذا التفاعل يجرى عن طريق تكوين جسيمات وسيطة كتلها: 548 MeV و 785 MeV. وتدعى هذه الجسيمات بميزونات η و ω ، على التوالي . ونستطيع ايضا من الشكل (١٣-٣) ان نحدد متوسط عمر هذه الجسيمات . فبناء على مبدأ عدم التحديد ، تكون العلاقة بين عدم التحديد في زمن انحلال الجسيمة : τ ، وعدم التحديد في قياس طاقاتها : ΔE هي

$$\tau \Delta E \approx \hbar \qquad (١٣-٥)$$

ففي هذه الحالة τ تمثل متوسط عمر الجسيمة الوسيطة ، و ΔE تمثل عرض الذروة عند منتصف الارتفاع . وبهذه الطريقة يمكن حساب متوسط عمر η و ω . ان متوسط عمر η هو طويل لحد كاف بحيث يمكن اعتبار هذه الجسيمة مستقرة نسبيا وضمها في الجدول (١٣-٢) لكن متوسط عمر ω اصغر بكثير من متوسط عمر ، وسنعود الى دراسة جسيمات الرنين resonance particles, في نهاية هذا الفصل .



الشكل (١٣ - ٣) تحدث حالات الرنين في التفاعل $\pi^+ + p \rightarrow \pi^+ + p + \pi^+ + \pi^- + \pi^0$ عند كتل فعلية 548 ، 785 MeV. والمقصود بالكتلة الفعلية هي الطاقة الكلية للميزونات الجديدة الثلاثة ، بضمنها طاقاتها السكونية ، بالنسبة لمركز كتلها .

وتبدو الجسيمات في الجدول (١٣-٢) لتقع في أربعة مجاميع متميزة . ويشكل الفوتون بحد ذاته احد هذه المجاميع ، الذي يمثل جسيما مستقرا كتلته السكونية تساوي صفرا وبرمه يساوي واحدا . لوكان هناك كرافيتون *graviton* ، الذي يمثل كم quantum مجال الجذب الكتلي ، بنفس المعنى الذي يمثل الفوتون كم المجال الكهرومغناطيسي أو البايون الذي يمثل كم مجال القوة النووية ، لأصبح هذا الجسيم (أي الكرافتون) احد مكونات هذه المجموعة . لحد الآن لم يتم التحسس بالكرفيتون ولكنه نظريا عديم الكتلة ، ومستقر ، وله برم يساوي 2 . ان تفاعله مع المادة ضعيف جدا ؛ ولذلك نجد أن الطرق التجريبية الحالية قاصرة على التحسس به . (يمكن استنباط القيمة o لكتلة الكرافيتون من الحقيقة : ان مدى قوة نيوتن غير محدود ، ذلك كما لاحظنا في البند (١٣-٢) أن القوى بين الاجسام تنتج عن تبادل جسيمات بينها . ان تحقيق قانون حفظ الطاقة ومبدأ عدم التحديد يؤدي الى أن مدى القوة يتناسب عكسيا مع كتلة الجسيمات المتبادلة . وعليه يمكن أن تكون قوة نيوتن ذات مدى يُساوي مالانهاية ، على شرط أن الكتلة السكونية للكرافيتون تساوي صفرا . والحقيقة هي أنه يمكن تطبيق نفس التحليلات للتحقق من أن الكتلة السكونية للفوتون تساوي صفرا) .

ويلي الفوتون في الجدول (١٣-٢) نيوترينو - e-neutrino ، ونيوترينو- μ-neutrino ، والالكترون والميون ، التي لها جميعاً برم يساوي ½ . وتدعى هذه الجسيمات باللبتونات *leptons* . وتدعى الجسيمات π ، K و η التي لها برم 0 بالميزونات *mesons* . (وعلى الرغم من التسمية فميزون μ له صفات مشتركة مع اللبتونات أكثر من مجموعة ميزونات π, K و η) . وتدعى النويات والهايبرونات التي تمتاز بكبر كتلها بالباريونات *baryons* .

بينما اعتمد هذا التصنيف على أساس كتل وبرم الجسيمات فهناك شواهد تجريبية تؤكد أهميته . دعنا ندخل ثلاثة أعداد كمية جديدة $L, M,$ و B كالآتي : نعطي الالكترون ونيوترينو -e قيمة $L = 1$ ولضديداتها $L = -1$ ، على حين نعطي لجميع الجسيمات الأخرى $L = 0$. ونعطي ميزون μ ونيوترينو μ قيمة $M = 1$ ولضديداتها $M = -1$ ، بينما لجميع الجسيمات الأخرى $M = 0$. وأخيرا نعطي الباريونات قيمة $B = 1$ ، ولضديداتها $B = -1$ ، ولجميع الجسيمات الأخرى $B = 0$ ان أهمية هذه الأعداد تكمن في أنها تبقى محفوظة في جميع التفاعلات بين الجسيمات الأولية . ان قوانين الحفظ الكلاسيكية للطاقة ، والزخم الزاوي ، والشحنة الكهربائية وقوانين الحفظ لـ L و M و B تساعدنا على التحقق اذا كانت عملية معينة ممكنة أم لا . مثال ذلك هو انحلال النيوترون .

$$n^0 \rightarrow p^+ + e^- + \bar{\nu}_e$$

فلدينا L يساوي 0 لكل من النيوترون والبروتون ، على حين L يساوي 1 للالكترون

ويساوي 1− لضديد النيوترينو. وعليه فمجموع L يساوي 0. قبل وبعد الانحلال. وبنفس الطريقة لدينا $B = 1$ لكل من النيوترون والبروتون، ولذلك فان مجموع B يساوي 1 قبل وبعد الانحلال.

ان استقرار البروتون هو نتيجة قانون حفظ الطاقة والعدد الباريوني baryon-number وبما أنه ليس هناك باريون ذو كتلة أصغر من البروتون، لا يمكن للبروتون أن ينحل.

١٣ – ٦ عدد الغرابة STRANGENESS NUMBER

على الرغم من ادخال الأعداد الكمية L وM وB فان هناك بعض صفات الجسيمات الأولية لايمكن تفسيرها على أساس هذه الأعداد، فمن الصعب أن نفهم مثلاً لماذا بعض الجسيمات الثقيلة تنحل الى جسيمات أخف مع بعث أشعة كاما، على حين لا تنحل جسيمات أخرى على الرغم من كونها ظاهريا تمتلك نفس الصفات. فمثلاً نجد أن باريون Σ^0 ينحل الى باريون Λ^0 وفوتون أشعة كاما :

$$\Sigma^0 \rightarrow \Lambda^0 + \gamma$$

في حين أن باريون Σ^+ لم يشاهد أنه ينحل الى بروتون وفوتون أشعة كاما.

$$\Sigma^+ \not\rightarrow p^+ + \gamma$$

وهناك ملاحظة أخرى هي أن العمليات الفيزياوية التي تحرر كمية كبيرة من الطاقة تحدث بصورة عامة أسرع من العمليات الفيزياوية التي تحرر كميات قليلة من الطاقة. ومع هذا نجد أن هناك عددا كبيرمن الجسيمات الشاذة التي تحرركميات كبيرة من الطاقة عند انحلالها في حين أن لها اعمار نصفية طويلة جدا (أكثرمن بليون مرة من القيمة النظرية المتوقعة). وثمة صفة ثالثة غريبة هي أن تلك الجسيمات الشاذة في تصرفها لا تنتج بصورة منفردة، بل تتكون جسيمتان أوأكثرمن هذه الجسيمات في كل مرة. وتقودنا هذه الصفات وصفات أخرى الى ادخال كمية تدعى بعدد الغرابة *strangeness number S*. فالجدول (١٣–٢) يبيّن قيم S للجسيمات الأولية المختلفة. ونلاحظ أن L وB و S تساوي 0 للفوتون وميزونات π^0 وη^0. ولما كانت هذه الجسيمات عديمة الشحنة فانه لايمكن التمييز بينها وبين ضديداتها. ولهذا السبب يعتبر الفوتون وكذلك ميزونات π^0 و η^0 بأنها ضديدات نفسها. وقبل أن نوضّح معنى عدد الغرابة علينا أن ندرس التفاعلات المختلفة بين الجسيمات الأولية

هناك ظاهرياً أربعة أنواع من التفاعلات بين الجسيمات الأولية التي تسبب العمليات الفيزياوية في الكون. وأضعف هذه التفاعلات هي قوة نيوتن في الجذب الكتلي gravitational interaction، ويلي ذلك ما يدعى : التفاعل الضعيف weak interaction الذي يوجد بين اللبتونات وبين اللبتونات والميزونات، وبين

اللبتونات والباريونات . ان هذه القوة هي غير القوة الكهرومغناطيسية بين الجسيمات المشحونة . وتكون التفاعلات الضعيفة مسؤولة عن انحلال الجسيمات التي ينتج عنها نيوترينات كما في انحلال بيتا . ان شدة التفاعلات الكهرومغناطيسية تلي شدة قوة نيوتن والقوة الضعيفة . وتوجد هذه التفاعلات بين الجسيمات المشحونة والجسيمات التي تمتلك عزما كهربائيا أو مغناطيسيا . وأخيرا تأتي القوة النووية nuclear forces التي تدعى عادة بالقوة القوية strong forces . وتوجد هذه القوة بين الميزونات ، والباريونات ، وبين الميزونات والباريونات .

ان الشدة النسبية بين القوى القوية ، والقوى الكهرومغناطيسية ، والقوى الضعيفة وقوة نيوتن هي $1:10^{-2}:10^{-14}:10^{-40}$. وبطبيعة الحال أن مدى هذه القوى يختلف كليا . فالقوة النووية بين نويتان متقاربتان هي أكبر بكثير جدا من قوة نيوتن بينها . لكن عندما تكون هاتان الجسيمتان على مسافة متر بينهما ، فان نسبة شدة القوتين تكون معكوسة بالنسبة للحالة الأولى . ان تركيب النوى يتحدد بصفات القوة النووية وتركيب الذرات يتحدد بالقوى الكهرومغناطيسية . وتكون الكتل المادية متعادلة كهربائيا والقوى القوية والضعيفة تخمد على مسافات بحدود أبعاد الأجسام المادية ، وذلك نتيجة قصر مدى تلك القوة . وعليه فان قوة نيوتن التي تكون مهملة في العالم المجهري تصبح القوة المهمة الوحيدة في العالم العياني . ان دور القوى الضعيفة في تركيب المادة يبدو مجرد اضطراب طفيف perturbation يعمل على تعديل نسبة النيوترونات والبروتونات عن طريق انحلال بيتا .

ونعود الآن الى مناقشة عدد الغرابة S . لقد لوحظ أنه في جميع العمليات الفيزياوية التي تنتج عن التفاعلات القوية والتفاعلات الكهرومغناطيسية ، ان عدد الغرابة يكون محفوظا . فالانحلال المشاهد عمليا :

$$\begin{array}{lccc} & \Sigma^0 \rightarrow & \Lambda^0 & + \gamma \\ S = & -1 & -1 & 0 \end{array}$$

يحفظ S على حين أن الأنحلال الآتي :

$$\begin{array}{lccc} & \Sigma^+ \not\rightarrow & p^+ & + \gamma \\ S = & -1 & 0 & 0 \end{array}$$

لايحفظ S ولذلك لم يشاهد عمليا . وتتكون الجسيمات الغريبة خلال التفاعلات النووية التي تتضمن طاقات عالية . ان تعدد الجسيمات الغريبة المتكونة خلال التفاعلات القوية هو نتيجة قانون حفظ S . ويمكن تفسير بطء انحلال جميع الجسيمات الأولية عدا ميزون π^0 وميزون η^0 بفرض أن القوة الضعيفة تلعب دورا في انحلال الميزونات والباريونات واللبتونات . والحقيقة هي أن التفاعلات القوية والتفاعلات الكهرومغناطيسية تكون اعتياديا متغلبة في حالة الباريونات والميزونات . ولكن التفاعلات القوية والتفاعلات الكهرومغناطيسية تحفظ S على حين لا تحفظ التفاعلات الضعيفة هذه الكمية . فان جميع

الانحلالات التي تخرق قانون حفظ S يجب أن تنتج من تفاعلات ضعيفة فقط . ان العمليات الفيزياوية التي تنشأ من تفاعلات ضعيفة تجرى بصورة بطيئة ، ولهذا نجد أن انحلالات الباريونات التي لا تحقق قانون حفظ S تكون ذات أعمار طويلة نسبيا . حتى التفاعلات الضعيفة لاتغير S بمقدار أكبر من 1+ أو 1-. لذلك نلاحظ أن هايبرون Ξ^- لا ينحل مباشرة الى نيوترون ، حيث :

$$\Xi^- \not\to n^0 + \pi^- \quad S = -2 \quad 0 \quad 0$$

لكن يمكن أن يحدث هذا التحول على مرحلتين

$$\Xi^- \to \Lambda^0 + \pi^- \quad S = -2 \quad -1 \quad 0$$

$$\Lambda^0 \to n^0 + \pi^0 \quad S = -1 \quad 0 \quad 0$$

وهناك كمية أخرى مفيدة لتحديد صفات الجسيمات الأولية تدعى بالشحنة غير الاعتيادية *hypercharge* ويرمز لها بالحرف Y . وقيمة الشحنة غير الأعتيادية لجسيمة تساوي مجموع عدد الشذوذ والعدد الباريوني للجسيمة :

$$Y = S + B \qquad (١٣ - ٦)$$

وقيمة الشحنة غير الاعتيادية في حالة الميزونات تساوي عدد الشذوذ S . والجدول (١٣-٣) يبين قيم الشحنة غير الاعتيادية للجسيمات الأولية .

١٣ - ٧ برم النظاره ISOTOPIC SPIN

نلاحظ من الجدول (١٣-٢) أن هناك مجاميع من الجسيمات لها كتل وتفاعلات متشابهة مع كون شحناتها مختلفة . وتدعى هذه المجاميع بالمضاعفات *multiplets*. ومن المناسب أن نعتبر مكونات كل من هذه المضاعفات بأنها حالات مختلفة للشحنة . وتصنف المضاعفات تبعا للعدد الكمي I للشحنة ، بحيث ان عدد مكونات المضاعف يساوي $2I + 1$. فمثلا ، مضاعف النويات له $I = ½$ ، ولذلك فان هناك $2 \cdot ½ + 1 = 2$ حالة مختلفة في هذا المضاعف ، اللتين هما النيوترون والبروتون . ومضاعف ميزون π له $I = 1$ ، ولذلك فان هناك $2 \cdot 1 + 1 = 3$ حالة مختلفة في هذا المضاعف ، التي هي ميزونـات π^+ ، π^- و π^0 . والميزون η له $I = 0$ لأنه الوحيد في مجموعته حين $2 \cdot 0 + 1 = 1$. ونلاحظ أن هناك تشابهاً بين تعدد هذه الحالات وانشطار حالات الزخم الزاوي ذات العدد الكمي المداري l الى $2l + 1$ حالة ثانوية . ان هذا التشابه أدى الى ادخال التسمية « العدد الكمي البرمي النظائري » *isotopic spin quantum number* للكمية I .

ومن التشابه الموضح في أعلاه نستطيع أن نتصور أن برم النظارة يتمثل بمتجه I في فضاء البرم النظائري* "isotopic spin space" . وتتحدد مركبة هذا المتجه باتجاه معين بالعدد الكمي I_3 . والقيم المسموحة لـ I_3 هي $I, I-1, \ldots, 0, \ldots, -(I-1), -I$ ومن هذا نجد أن I_3 تساوي نصف عدد صحيح فردي اذا كانت I نفسها نصف عدد صحيح فردي ، وتساوي عددا صحيحا أو صفرا اذا كانت قيمة I عددا صحيحا . والعدد البرمي النظائري للنوية هو $I = ½$ ، ولذلك فان قيم I_3 هي ½ أو ½−. والحالة الأولى تمثل البروتون والأخيرة تمثل النيوترون . وفي حالة ميزونات π تكون $I = 1$ ، $I_3 = 1$ تمثل ميزون π^+ ، و $I_3 = 0$ تمثل ميزون π^0 و $I_3 = -1$ تمثل ميزون π^- . وبنفس الطريقة نعين قيم I_3 للميزونات والباريونات الأخرى .

وتتحدد شحنة الميزون أو الباريون بالعدد الباريوني B ، عدد الغرابة S ومركبة برمه النظائري I_3 ، حسب العلاقة :

$$q = e\left(I_3 + \frac{B}{2} + \frac{S}{2}\right) \qquad (\text{٧} - \text{١٣})$$

لذلك فالاتجاهات المسموحة لبرم النظاره I تحدد شحنات مكونات كل مضاعف . وفي حالة مضاعف النويات يمتلك البروتون $I_3 = ½$ ، و $B = 1$ و $S = 0$ ، ولذلك فان شحنة البروتون $q = e$. في حين أن النيوترون يمتلك $I_3 = -½$ ، و $B = 1$ ، و $S = 0$ ، وعليه فان شحنته $q = 0$. وفي حالة مضاعف ميزون π لدينا $B = S = 0$ ، على حين القيم الثلاثة المختلفة لـ I_3 التي تساوي 1 ، و0 ، و 1− ، تعطينا على التوالي : $q = e$ ، 0 ، و $-e$.
ان الشحنة الكهربائية والعدد الباريوني B هما محفوظان خلال جميع التفاعلات . وعليه فان I_3 يجب أن تكون محفوظة في التفاعلات التي فيها S محفوظة ، على وجه التحديد في التفاعلات النوية والتفاعلات الكهرومغناطيسية . وفي حالة التفاعلات الضعيفة فقط نجد أن I_3 غير محفوظة .

وهناك قانون حفظ آخر يمكن ملاحظته من الصفة التجريبية وهو أن التفاعلات القوية strong interaction بين النويات لاتعتمد على شحنة هذه الجسيمات ؛ ذلك أن تغيّر طاقة الترابط ومستويات طاقة نوية نتيجة تبديل نيوترون ببروتون أو العكس هو صغير جدا ويمكن تفسيره كليا على اساس تغير القوة الكهرومغناطيسية.وتشير هذه الصفة الى أن التفاعلات القوية لاتعتمد على شحنة الباريونات . لكن الفرق بين البروتون والنيوترون يكمن في اتجاه I في فضاء البرم النظائري فقط ، وعليه يمكن القول ان عدم اعتماد التفاعلات القوية على الشحنة يعني ان هذه التفاعلات لاتعتمد على اتجاه I في فضاء البرم النظائري. ان قانون حفظ

* وهذا الفضاء داخلي في عالم الجسيمة وليس الفضاء المكاني الاعتيادي

الزخم ينتج من عدم اعتماد التفاعلات بين الاجسام على اتجاه الزخم الكلي لتلك الاجسام . أي أن هذه التفاعلات تبقى نفسها بالنسبة لجميع المَراجع الثابتة بعضها بالنسبة للآخر ، على الرغم من اختلاف مركبة الزخم الكلي باتجاه z لكل منها . وعلى هذا الأساس ومن النتيجة المبينة في اعلاه نستنتج ان برم النظارة يكون محفوظا خلال التفاعلات القوية . ان هذه الصفة تتحقق عمليا حيث وجد ان العدد الكمي البرمي النظائري I يكون محفوظا في التفاعلات القوية ، ولكنه غير محفوظ في التفاعلات الضعيفة او التفاعلات الكهرومغناطيسية . وسوف نعود في البند التالي الى دراسة العلاقة بين قوانين الحفظ ووجود التناظرات في الظواهر الطبيعية.

وعلى الرغم من أن I_3 محفوظ في التفاعلات الكهرومغناطيسية ، فان I نفسه ليس من الضروري ان يكون محفوظاً . مثال على ذلك هو انحلال π^0 الى فوتونين :

$$\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma$$

فنلاحظ ان ميزون π^0 له $I = 1$ و $I_3 = 0$ ، في حين $I = I_3 = 0$ لحالة الفوتونات . ان هذا التفاعل يتفق مع قانون حفظ I_3 ولكنه لايحقق حفظ I .

١٣–٨ التناظر وقوانين الحفظ

SYMMETRIES AND CONSERVATION PRINCIPLES

لاحظنا في البند السابق ان عدم اعتماد التفاعلات القوية على الشحنة الكهربائية هو نتيجة تناظر فضاء البرم النظائري . ونتيجة لهذا التناظر وبالمقارنة مع تناظر الفضاء المكافىء الذي يؤدي الى حفظ الزخم الزاوي ، استنتجنا ان برم النظارة يجب ان يكون محفوظاً خلال التفاعلات القوية . والحقيقة هي ان جميع قوانين الحفظ في الفيزياء هي نتيجة وجود تناظر ما في فضاء معين . ولندرس اولا ببعض التفصيل العلاقة بين التناظر وقانون الحفظ .

ماهو التناظر ؟ هناك جواب بسيط لهذا السؤال هو انه اذا كان هناك تغيرّ ما يترك شيئا معيناً بدون تأثير فيمكن القول ان هناك تناظراً في الشيء بالنسبة لذلك التغير . فمثلا نقول ان شمعة متناظرة حول المحور العمودي لأن شكل الشمعة يبقى ثابتا مهما دورنا الشمعة حول ذلك المحور . والجدول (١٣ – ٣) يبين التغيرات الاساس التي تترك في بعض او جميع الحالات قوانين الفيزياء من دون تغيير . وابسط أنواع التناظرات هو التناظر بالنسبة للانتقال translation

ان قوانين الفيزياء تبقى نفسها من دون أن تعتمد على موقع نقطة أصل الاحداثيات المكانية . ويمكن الاثبات ، بطرق رياضية خارج نطاق هذا الكتاب ، بان التناظر الاخير يؤدي الى قانون حفظ الزخم الخطي . وثمة تناظر اخر بسيط هو التناظر بالنسبة لتغير الزمن . وهذا يعني ان قوانين الفيزياء لاتعتمد على اختيار اللحظة التي عندها $t = 0$. ونتيجة لهذا التناظر نحصل على قانون حفظ الطاقة . ومثال اخر للعلاقة بين التناظر وقوانين الحفظ ، هو

ان الزخم الزاوي يكون محفوظا نتيجة تناظر الفضاء المكاني بالنسبة للدوران .

Symmetry operation	Conserved quantity
All interactions are dependent of:	
Translation in space	Linear momentum p
Translation in time	Energy *E*
Rotation in space	Angular momentum L
Electromagnetic gauge transformation	Electric charge *q*
Interchange of identical particles	Type of statistical behavior
Inversion of space, time, and charge	Product of charge parity, space parity, and time parity *CPT*
?	Baryon number *B*
?	Lepton number *L*
?	Lepton number *M*
The strong and electromagnetic interactions only are independent of:	
Inversion of space	Parity *P*
Reflection of charge	Charge parity *C*, isotopic spin component I_3, and strangeness *S*
The strong interaction only is independent of:	
Charge	Isotopic spin *I*

الجدول (١٣ – ٣) : بعض التناظرات وقوانين الحفظ الناتجة عنها .

ان قانون حفظ الشحنة الكهربائية ينتج من ان المعادلات الفيزياوية تبقى نفسها من دون ان تتاثر بتغيير الجهد الكهرومغناطيسي العددي V scalar potentials والجهد الكهرومغناطيسي المتجه vector potentials A) فكما هو مبين في كتب الكهرومغناطيسية يمكن وصف المجال الكهرومغناطيسي بدلالة الجهدين V و A ، حيث $E = -\nabla V$ و $B = \nabla \times A$. وتغيير V و A ضمن علاقات معينة يدعى بتبديل المعيار Gauge transformation . ولما كان E و B عبارة عن تفاضلات معينة V و A ، ينتج ان المجال الكهرومغناطيسي يمكن ان يبقى نفسه بتغيير هذين الجهدين ضمن مواصفات معينة . ان هذا التناظر يؤدي الى قانون حفظ الشحنة .

ان دالة موجة نظام من جسيمات تتغير في الاكثر بالاشارة فقط بتبديل مواقع الجسيمات المتماثلة . فتكون دالة الموجة متناظرة او ضديدة التناظر بتبادل الجسيمات المتماثلة . وفي الحالة الاولى لاتخضع الجسيمات لمبدأ الانفراد ولذلك فهي تتبع قانون احصاء بوز وآينشتين . وفي الحالة الثانية تخضع الجسيمات لمبدأ الانفراد وبذلك تتبع قانون أحصاء فيرمي وديراك . ان قانون حفظ الاحصاء يعني انه لايمكن ان تكون هناك عملية فيزياوية داخل نظام معزول تستطيع ان تغير التصرف الاحصائي للنظام ، اي لايمكن لنظام يتبع قانون توزيع بوز وآينشتين ان يتحول تلقائيا الى نظام يتبع قانون توزيع فيرمي وديراك ، وبالعكس . وهناك

تطبيق مباشر لقانون الحفظ هذا في الفيزياء النووية ، حيث وجد ان النوى التي تمتلك عددا فرديا من النويات (A يساوي عددا فرديا) تتبع قانون توزيع فيرمي وديراك ، والنوى التي تحتوي على عدد زوجي من النويات تتبع قانون توزيع بوز واينشتين . وعليه نجد ان شرط حدوث تفاعل نوووي معين ، هو ان يحقق قانون حفظ الاحصاء .

ان قوانين حفظ العدد الباريوني B ، والعدد اللبتوني L ، والعدد الميزوني M هي الحالات الوحيدة التي تبدو لاتنتج من وجود تناظرات .

وما عدا عدم اعتماد التفاعلات النووية على الشحنة الكهربائية وقانون الحفظ الناتج عنها ، نجد أنّ جميع قوانين الحفظ في الجدول (١٣-٣) تنتج من تناظر الفضاء الزمن – المكاني . ويدعى تناظر دالة الموجة بالنسبة لانعكاس الاحداثيات بالتناظر الانعكاسي . ونعني هنا بالانعكاس : تبديل الاحداثيات المكانية x بـ $-x$ ، و y بـ $-y$ و z بـ $-z$. واذا بقيت دالة الموجة ψ نفسها تحت هذا الانعكاس :

$$\psi(x, y, z) = \psi(-x, -y, -z)$$

فان ψ تدعى ذات (بريتي) موجب *even* parity على حين اذا تغيّرت اشارة ψ ، حيث :

$$\psi(x, y, z) = -\psi(-x, -y, -z)$$

فتدعى ψ ذات (بريتي) سالب *odd* parity . فمثلاً ، الدالة $\cos x$ لها (بريتي) موجب لأن $\cos x = \cos(-x)$ على حين للدالة $\sin x$ (بريتي) سالب لأن $\sin x = -\sin(-x)$. ولو كتبنا :

$$\psi(x, y, z) = P\psi(-x, -y, -x)$$

لمثلت P عدداً كمياً يصف ψ ويأخذ القيمة $+1$ لحالة دالة موجية ذات (بريتي) موجب و -1 لحالة دالة موجية ذات (بريتي) سالب . وكل جسيمة أولية لها (بريتي) معيّن ، وقيمة (البريتي) لنظام من جسيمات كالذرات ، مثلاً ، تمثّل حاصل ضرب (بريتي) الدالة الموجيّة المكانية و (بريتي) الجسيمات المكونة للنظام . ولما كانت $|\psi|^2$ لا تعتمد على P فان (بريتي) نظام ليس له معنى فيزياوي مباشر . ومع هذا (بريتي) نظام معزول يبقى ثابتاً من دون أن يتأثر بالعمليات التي تحدث داخله . حيث لوحظ انه لا يمكن أن تنتج حالات نهائية من تفاعل تخرق قانون حفظ (البريتي) conservation of parity . لان نظاماً ذا (بريتي) موجب يبقى ذا (بريتي) موجب ونظاماً ذا (بريتي) سالب يبقى ذا بريتي سالب .

ان قانون حفظ (البريتي) هو نتيجة تناظر الفضاء بالنسبة لانعكاس الاحداثيات المكانية . اذ أن القوانين الفيزياوية لا تعتمد على أختيار احداثيات يمينية right-handed أو يسارية left- handed لوصف الحوادث . لكن لاحظنا في البند (١٣-١) أن

النيوترينو له برم يساري وضديد النيوترينو له برم يميني ، وعليه فان هناك فرقاً كبيراً بين صورة كل من الجسيمتين والجسيمة نفسها . ان عدم التناظر هذا يعني أن التفاعلات التي تدخل فيها النيوترينات وضديداتها (أي التفاعلات الضعيفة) لا تحقق قانون حفظ (البريتي) . أن قانون حفظ (البريتي) يكون صحيحاً في التفاعلات القوية والكهرومغناطيسية فقط . وتأريخياً تم اكتشاف عدم تناظر الفضاء بالنسبه لانعكاس الاحداثيات المكانية في التفاعلات الضعيفة عن طريق دراسة انحلال ميزون K^+ . وبعد ذلك أثبت عملياً أن ν و $\bar{\nu}$ لهما برمان متعاكسان .

هناك في الجدول نوعان آخران من البريتي: بريتي الزمني time parity T وبريتي الشحنة charge parity C. وهذان النوعان من البريتي يصفان ، على التوالي ، تصرف دالة الموجة عند تبديل t بـ $-t$ و q بـ $-q$. ان التناظر الذي يؤدي الى قانون حفظ البريتي الزمني يدعى : التناظر بالنسبة لانعكاس الزمن time reversal symmetry وهذا التناظر يعني ان اتجاه تغير الزمن هو ليس مهما ، حيث ان معكوس العمليات الفيزياوية يمكن أن يكون عمليات فيزياوية ايضاً تحدث في الكون . أو بعبارة أخرى ، انه لا يمكن التمييز فيما اذا كان تسجيل سينمائي يتحرك الى الامام أو الى الخلف . ومع هذا فقد أكتشف عام 1964 أنه يمكن لميزون $K_2{}^0$ ان ينحل الى ميزونات π^+ و π^- ، حيث خلال هذا الانحلال يكون T غير محفوظ. وعليه فان التناظر بالنسبة لانعكاس هو غير أكيد في الوقت الحاضر . ان التناظر الذي يؤدي الى قانون حفظ بريتي الشحنة يدعى : التناظر بالنسبة لتبديل الشحنة بمرافقها *charge conjugation* symmetry فهذا التناظر يعني عدم التغير نتيجة تبدل كل جسيمة في نظام بضديدتها . وفي التفاعلات الضعيفة نجد أن بريتي الشحنة C ، كبريتي الفضاء P ، غير محفوظ . ومع أن قوانين الحفظ لـ C ، P و T غير شاملة ، فأن هناك توقعات نظرية تشير الى الاعتقاد بأن حاصل الضرب CPT لكل نظام يكون محفوظ دائماً . ان قانون حفظ CPT يعني أن لكل حدث هناك حدثاً مرادفاً يتضمن جسيمات مضادة مسجلة على شريط سينمائي يتحرك الى الخلف ويشاهد معكوساً من مرآة . ان قانون الحفظ هذا يبقى ساري المفعول ، على الرغم من أن مكوناتها الثلاثة لا تكون في بعض الاحيان محفوظة كل على انفراد .

١٣–٩ نظريات الجسيمات الاولية THEORIES OF ELEMENTARY PARTICLES

بالاضافة الى الجسيمات المبيّنة في الجدول (١٣–٢) هناك عدد كبير من الجسيمات ذات أعمار قصيرة جداً يمكن التحسس بها عن طريق الرنينات في تفاعلات جسيمات ذات أعمار أطول . وتتصفّ حالات الرنين هذه بقيم معيّنة للكتلة ، والشحنة ، والبرم الزاوي وبرم

النظارة ، والبريتي ، الغرابة ... وهكذا. ولذلك فليس من المنطق أن نعتبر الرنينات حالات متهيجة لجسيمات أكثر استقراراً ، مثلاً كأن نعتبر النيوترون حالة متهيجة للبروتون . والحقيقة هي أنه يمكن تبني الفكرة الاخيرة وتعميمها على جميع الجسيمات الاخرى باعتبارها حالات متهيجة لجسيمات اولية حقيقية قليلة يمكن ان تكون غير مكتشفة . وهذا البرنامج يشكل احدى النظريات السائدة للجسيمات الاولية . لكن اذا اعتبرنا الجسيمات في الجدول كجسيمات أولية حقيقية ، فمن الضروري أن نضيف الى هذا الجدول حالات الرنين ونبحث عن نظرية عامة تأخذ بنظر الأعتبار جميع هذه الجسيمات التي يزيد عددها المائة .

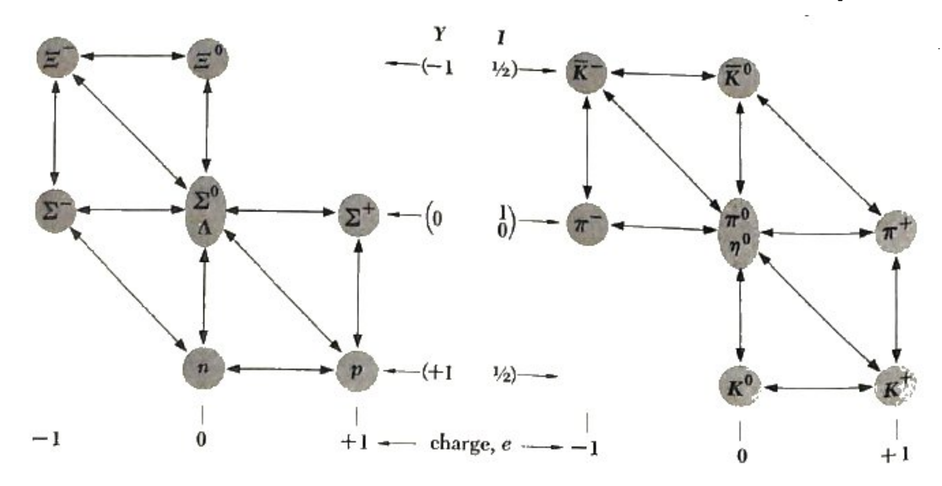
وثمة اقتراح اخر لتفسير الجسيمات الاولية ، هو ان هذه الجسيمات تتكون من لبنات اساس تدعى بالكواركات quarks . فلقد افترض ان هناك ثلاثة انواع من الـكواركات بالاضافة الى ضديداتها ، حيث أن جميع الجسيمات الأولية تتألف من كواركات وضديداتها. والصفة الجذرية في هذه النظرية هو ان اثنين من الـكواركات يجب ان يمتلك شحنة $-\frac{1}{3}e$ والـكوارك الثالث يجب ان يمتلك شحنة $+\frac{2}{3}e$. وبناء على هذه النظرية يتكون باريون من ثلاثة كواركات وكل ميزون يتكون من زوج من الـكوارك وضديدة . وعلى الرغم من المحاولات الـكثيرة للتحري عن وجود الـكوارك الا انه لم يكتشف لحد الان . ان قوة نظرية الـكوارك في تفسير كثير من صفات الجسيمات الاولية تدفع العلماء بصورة مستمرة للتحري عن وجود هذه اللبنات .

وهناك عدد من التصنيفات للجسيمات الاولية التي تتفاعل بقوة قوية مبنية على نظرية المجموعات في الرياضيات group theory . وتدعى احدى هذه التصنيفات بالطريقة الثمانية *eightfold way* ، وتعمل على ضم مضاعفات برم النظارة ضمن مضاعفات عظمى supermultiplets تمتلك مكوناتها نفس البرم والبريتي parity ، ولكن تختلف فيما بينها بالشحنة الـكهربائية والشحنة غير الاعتيادية hypercharge ، (لاحظ الشكلين ١٣ – ٤ و١٣ – ٥) . وتعطينا هذه النظرية عدد مكونات كل مضاعف أعظم ، كذلك فرق الكتلة بين هذه المكونات . أن أهم سبب نجاح الطريقة الثمانية هو تنبؤها بوجود هايبرون Ω^- الذي لم يكن معروفاً سابقاً . ولقد تم اكتشاف الجسيمة المتوقعة عمليا عام 1964 وهناك نظرية اخرى مبنية على نظرية المجموعات تعمل على ايجاد العلاقة بين المضاعفات العظمى في نظرية الطريقة الثمانية وتحـاول ان تاخـذ بنظـر الاعتبـار النظرية النسبية في حساباتهـا .

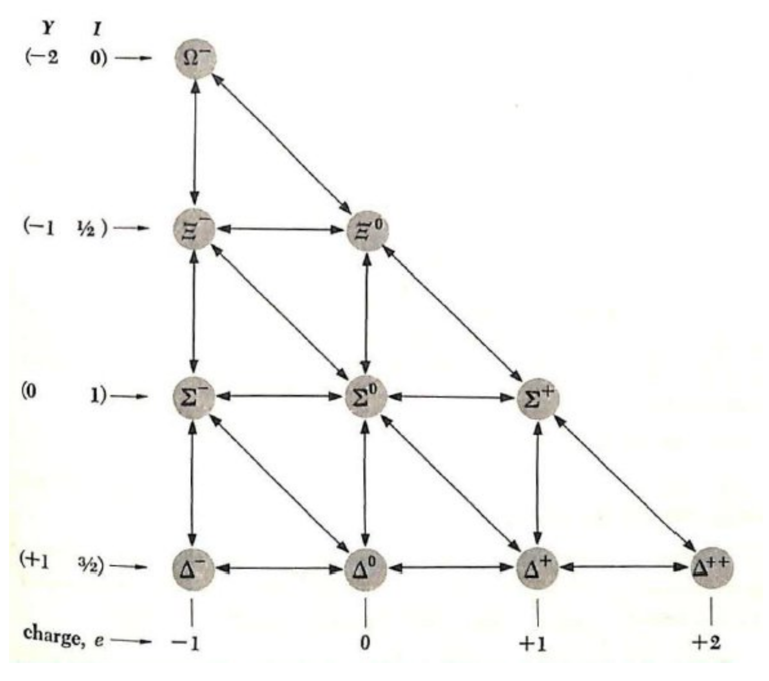
ان نجاح نظرية الطريقة الثمانية في تصنيف الجسيمات الاولية ذات التفاعلات النووية يشير الى ان التناظر المعتمد في تركيب المجموعات الرياضية group له مايرادفة في الطبيعة .

فنلاحظ انهما تعمقنا في دراسة الطبيعة حصلنا على دلائل اخرى تشير الى وجود تنسيقات تشكل الخطوط العريضة لمشاهداتنا العملية المعقدة . وعلى الرغم من حذاقة النتائج التي تنتج من

وجود هذه التناظرات فان مسالة التفاعلات بين الجسيمات الاولية مازالت غير محلولة ؛ اذ ما معنى هذه التفاعلات ؟ ما العلاقة بينها وبين صفات الجسيمات المتفاعلة ؟ كل هذه الاستفهامات ليست محلولة لحد الان .



الشكل (١٣ – ٤) : المضاعفات العظمى للباريونات ذات البرم ½ والميزونات ذات البرم 0، المستقرة بالنسبة لانحلالات الناتجة عن التفاعلات القوية . وتشير الاسهم الى التحويلات الممكنة حسب نظرية الطريقة الثمانية .



الشكل (١٣–٥) المضاعف الاعظم للباريونات التي تمتلك مكوناته برم 3/2 . هذه جسيمات (عدا Ω) عبارة عن جسيمات الرنين ذات الاعمار القصيرة جدا . والجسيمات Ξ و Σ أثقل، وذات برم يختلف من الجسيمات المبينة في الجدول (١٣ – ٢) . وتشير الاسهم الى التحويلات الممكنة حسب نظرية الطريقة الثمانية . والحقيقة هي أنه تم اكتشاف الجسيمة -Ω بالاستناد الى هذا المخطط .

تمرينـــــــــات

١ . (أ) – جد الطاقة الحركية العظمى لالكترون منبعث من نيوترون طليق خلال عملية انحلال بيتا . (ب) ما طاقة الترابط الدنيا التي يجب ان يساهم بها نيوترون في نواة لكي لا ينحل ؟قارن هذه الطاقة مع طاقات الترابط لكل نوية المشاهدةعمليا في النوى المستقرة .

٢ . ان قوة فاندرويلز هي قصيرة المدى جدا ، ولا تتبع قانون التربيع العكسي . ومع هذا لم يقترح احد ان هذه القوة تنتج من تبادل جسيمات كتبادل الميزونات في حالة القوى النووية ، فلماذا ؟

٣ . ما طاقة كل فوتون اشعة كاما الناتجة من انحلال π^0 ؟ هل يجب ان تكون طاقات هذه الفوتونات متساوية ؟

٤ . ما الطاقة الدنيا اللازمة لفوتون لكي يتحول الى زوج نيوترون — ضديد النيوترون ؟ اثبت ان هذا التحول لايمكن أن يحدث من دون وجود جسيمة اخرى ، والا فسيخرق هذا التحول اما قانون حفظ الطاقة او قانون حفظ الزخم الخطي .

٥ . لماذا لايمكن لنيوترون طليق ان ينحل الى زوج الـكترون — بوزترون ؟ والى زوج برتون — ضديد البروتون ؟

٦ . ميزون π^0 طاقته الحركية تساوي طاقته السكونية ينحل وهو في الحالة الحركية . جد الزاوية بين فوتوني اشعة كاما الناتجين ؟

٧ . يصطدم بروتون طاقته الحركية T_0 مع بروتون ساكن وينتج عن التصادم زوج بروتون — ضديد البروتون . وعلى فرض ان زخم البروتون الساقط يتوزع بصورة متساوية بين الجسيمات الاربعة النهائية ، جد القيمة الدنيا للطاقة T_0 .

٨ . اتبع انحلال جسيمة Ξ^0 لغاية الجسيمات المستقرة النهائية .

٩ . يصطدم ميزون μ^- مع بروتون وينتج عن التصادم نيوترون وجسيمة اخرى . ما الجسيمة الاخرى ؟

١٠ . تفترض احدى نظريات تكوين الكون بأن طاقة خلقت بصورة فجائية في الفضاء.اذا تحولت هذه الطاقة الى ازواج نيوترون — ضديد النيوترون . ما قوانين الحفظ التي سوف تخرق ؟

١١ . اي من التفاعلات هي الممكنة في المعادلات التالية ؟ عين قوانين الحفظ التي تخرق في التفاعلات غير الممكنة .

(أ) $p + p \rightarrow n + p + \pi^+$

(ب) $p + p \rightarrow p + \Lambda^0 + \Sigma^+$

(جـ) $e^+ + e^- \rightarrow \mu^+ + \pi^-$

(د) $\Lambda^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^-$

(هـ) $\pi^- + p \rightarrow n + \pi^0$

١٢ . ان ميزون π^0 لايمتلك شحنة كهربائية او عزما مغناطيسيا . وهذه الصفة تجعل من الصعب ان نفهم كيف تستطيع هذه الجسيمة ان تنحل الى زوج من الفوتونات . احدى طرق تفسير هذه العملية هي افتراض ان π^0 يصبح شبه "virtual" زوج نوية — ضديدة النوية . وبعد ذلك تتفاعل هاتان الجسيمتان لتكوين فوتونين مجموع طاقتيهما يساوي طاقة كتلة π^0 . ما الفترة الزمنية حسب مبدأ عدم التحديد التي عندها يظهر شبه زوج نوية — ضديدة النوية ؟ هل ان هذه الفترة طويلة نسبيا لمشاهدة العملية ؟

١٣ . يمكن فهم تفاعل فوتون مع فوتون بفرض ان كل فوتون يصبح شبه زوج الـكترون — بوزوتون في الفضاء وبعد ذلك تتفاعل هذه الجسيمات فيما بينها كهرومغناطيسيا . (أ) اذا كان $h\nu \ll 2m_0c^2$ (الـكتلة السكونية للالكترون) ، ما الفترة الزمنية التي يسمح بها مبدأ عدم التحديد لظهور شبه زوج الـكترون — بوزترون ؟ (ب) اذا كان $h\nu > 2m_0c^2$ فهل يمكنك ان تستخدم فكرة تكوين شبه زوج الـكترون — بوزترون لتوضيح دور النواة في تكوين زوج الـكترون — بوزترون حقيقيين عدا دورها في الحفاظ على الطاقة والزخم الخطي ؟

أجوبة المسائل الفردية

الفصل الأول

١- 213 m

٣- 2.6×10^8 m/s

٥- 6 ft; 2.6 ft

٧- 4.2×10^7 m/s

٩- $0.8c$; $0.988c$; $0.9c$; $0.988c$

١١- 4.2×10^7 m/s

١٣- 1.87×10^8 m/s; 1.64×10^8 m/s

١٥- 8.9×10^{-28} kg

١٧- 0.294 MeV

١٩- 2.7×10^{11} kg

٢١- 4.4×10^9 kg

٢٣- $F = \dfrac{m_0\,(dv/dt)}{(1 - v^2/c^2)^{3/2}}$

٢٥- تكون النتائج مختلفة لأن جميع المشاهدين يجدون نفس القيمة لسرعة الضوء ، بينما سرعة الصوت تعتمد على سرعة المشاهد في الوسط .

٢٧- (أ) 6, 10, (ب) 6, 10 نعم

الفصل الثاني

١- 1,800 Å

٣- 5,400 Å; 3.9 eV

٥- 2.83×10^{-19} J

٧- 1.71×10^{30} photons/s

٩- (أ) 6.82×10^{-10} lb/in.^{2}

(ب) 4.24×10^{21} photons/m^2-s

(جـ) 3.9×10^{28} watts; 1.2×10^{38} photons/s

(د) 1.41×10^{13} photons/m^3

١١- 1.24×10^5 V

١٣- 3.14 Å

١٥- 5×10^{18} Hz

١٧- 0.015 Å

١٩- 2.4×10^{19} Hz

٢١- 0.565 Å

٢٣- (أ) 2×10^{-3} eV

(ب) 2×10^{-25} eV

(جـ) 3.5×10^{18} Hz; 7.7×10^3 Hz

الفصل الثالث

١- 6.86×10^{-12} m

٣- 1.24 GeV; 616 MeV

٥- $\lambda = 12.27\left[V\left(\frac{eV}{2m_0c^2}+1\right)\right]^{-1/2}$

٩- $u = w/2$

١١- 6.2%

١٣-

١٥- ، تتوسع جموع الموجات الضيقة الابتدائية بصورة كبيرة خلال ثانية واحدة ، ذلك لأن سرعة الموجات المتضمة تعتمد على قيمة k وان هناك مدى واسع للعدد الموجي في مجموعة الموجات الابتدائية .

١٧- كل ذرة في جسم صلب تكون محصورة في حيز ضيق من الفضاء ، والا فان مجموعة الذرات لايمكن ان تكون جسما صلبا . عليه فان عدم التحديد (الخطأ) في موقع كل ذرة يكون محدودا فان زخم وبالتالي طاقة هذه الذرات لايمكن ان تساوي صفرا . ليس هناك أي تحديد في موقع جزيء في غاز مثالي . عليه فان عدم التحديد في الموقع يساوي فعليا مالا نهاية ومنها زخما ، وبالتالي فان طاقة الجزيئات يمكن أن تساوي صفرا .

الفصل الرابع

١- $10°$

٣- 0.876

٧- 1.14×10^{-13} m

٩- $m/m_0 = 1.002$

١١- $f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{Qe}{4\pi\epsilon_0 mR^3}}$. في حالة ذرة الهيدروجين, $f = 6.6 \times 10^{15}\ s^{-1}$ التي تساوي تقريباً أعلى تردد في طيف ذرة الهيدروجين .

١٣- 920 Å

١٥- 12 V

١٧- 8.2×10^6 rev

١٩- 1.05×10^5 K

٢١- 2.4 Å

٢٣- 1.04 MeV

٢٥- (أ) $E_n = -\frac{m'Z^2e^4}{8\epsilon_0^2h^2}\left(\frac{1}{n^2}\right)$

(ب)

	H	He⁺	
$r = \infty$	———	———	$E = 0$
$n = 4$	———	$n = 8$ ———	
$n = 3$	———	$n = 6$ ———	
		$n = 5$ ———	
$n = 2$	———	$n = 4$ ———	الطاقة
		$n = 3$ ———	
$n = 1$	———	$n = 2$ ———	

(جـ) 2.28×10^{-8} m

الفصل الخامس

٣- 2.1 MeV

٥- 2.07×10^{-15} eV

٧- كلاسيكيا $\bar{T} = \bar{V} = E/2,$ ، حيث $\bar{T}$ و $\bar{V}$ يمثلان معدل الطاقة الحركية والكامنة ، على التوالي ، خلال دورة واحدة .

١١- $b, d, f.$

الفصل السادس

٥– $r = (3 \pm \sqrt{5})a_0$

٧– 25% 68%;

٩– 13% f, 18%; d,29%; p,

الفصل السابع

١– 182

٣– ان حجم ذرات المعادن القلوية يكون اكبر مايمكن ضمن كل دورة في الجدول الدوري . ذلك لأن تركيبها الالكتروني يتألف من الكترون واحد خارج قشرات داخلية مغلقة التي تحجب شحنة النواة جميعها عدا $+e$. عليه فان هناك نقصان منتظم في حجوم الذرات ضمن كل دورة بزيادة الشحنة النووية . هذه الزيادة في الشحنة تعمل على سحب الالكترونات الخارجية اكثر فاكثر نحو النواة . هناك زيادة ملحوظة في حجوم الذرات عند نهاية كل دورة ذلك لوجود تنافر بين الالكترونات الخارجية .

٥– 1.39×10^{-4} eV

٧– 0.0283 Å

٩–

الحالة	S	L	J
$^1S_0$	0	0	0
$^3P_2$	1	1	2
$^2D_{3/2}$	½	2	3/2
$^5F_5$	2	3	5
$^6H_{5/2}$	5/2	5	5/2

١١– ليس هناك مستويات مسموحة أخرى

١٣– $^2P_{1/2}$

١٥– $5\mu_B$; 3

١٧– 18.5 T

١٩– الكوبلت (Z = 27); : الموليبديوم (Z = 42)

الفصل الثامن

١- 3.5×10^4 K

٣- F_2^+; F_2^-

٥- C^{13}

٧- 1.27 Å

٩- 2.23 Å

١١- كلا

١٣- 1.24×10^{14} Hz

الفصل التاسع

٣- $2/\sqrt{\pi}\, v_p$

٥- 1.6×10^9 neutrons/m^3

٧- (أ) 1.00 1.68 : 0.89 : 0.22 : 0.027 :

(ب) نعم 1533 K

٩- $1.00 : 2.3 \times 10^{-10} : 6.2 \times 10^{-12} : 2.3 \times 10^{-12}$

١١- 5800 K

١٣- ان غاز من جسيمات فيرمي يبذل اكبر ضغط لأن هناك اكبر نسبة من الجسيمات تمتلك طاقة عالية في توزيع فيرمي مما هي عليه في التوزيعات الاخرى ، وان غاز من جسيمات بوز يبذل أقلّ ضغط لأن هناك اكبر نسبة من الجسيمات تمتلك طاقة واطئة في توزيع بوز مما هي عليه في التوزيعات الاخرى .

١٥- 16.84 eV ; 18.70 eV نحتاج الى ذرات He للحفاظ على التوزيع المقلوب للطاقة في ذرات Ne ذلك عن طريق انتقال الطاقة بين هذه الذرات عن طريق التصادمات . هذه التصادمات تضيف الى التهيج المباشر لذرات Ne بواسطة الالكترونات .

الفصل العاشر

١- (أ) ان قوى فاندرويلز تزيد طاقة التماسك لأنها قوى تجاذب . (ب) ان طاقة الصفر المطلق تقلل طاقة التماسك لأنها موجودة في الأواصر بين الذرات في المادة الصلبة وليست داخل الذرات او الايونات المنفردة .

٣- الحرارة المفقودة من غاز متمدد تساوي الشغل المنجز ضد قوة فاندرويلز التجاذبية الموجودة بين الجزيئات .

٥- (أ) تجد الالكترونات التساهمية في المعادن مستويات طاقة متهيجة غير مشغولة في حزمة التوصيل مهما اكتسبت هذه الالكترونات من طاقة قليلة .

(ب) فاصل الطاقة في الموصلات هو صغير $(\leqslant 1.5\ \text{eV})$ ، وعليه فانه يمكن لفوتون ضوء مرئي ان يهيج الكترونا تساهميا وينقله الى الحزمة الموصلة . لكن فوتونات الاشعة دون الحمراء لاتمتلك طاقة كافية لهذه العملية .

(ج) فاصل الطاقة في المواد العازلة يكون كبيرا بحيث لايمكن لفوتون ضوء مرئي أن ينقل الكترونا تساهميا الى الحزمة الموصلة .

٧- شبه موصل من نوع p

٩- ان kT صغيرة جدا بالنسبة لـ ε_F وعليه فان توزيع الطاقة للالكترونات تقريبا لايتأثر بدرجة الحرارة .

١١- 7.6×10^{-10} m ; 1.9 eV

١٣- $n = 8.4$; 7.29 eV

١٧- 1.08×10^6 m/s ; 2.56×10^4 K; 3.3 eV

١٩- 11 eV

٢١- 2

٢٣- 50 Å ان طاقة تأين الالكترونات تساوي 0.009 eV . هذه الطاقة هي أصغر بكثير من فاصل الطاقة في بلورة الجرمانيوم ولكنها مقاربة لـ 0.025 eV قيمة kT عند درجة 20°C .

٢٥- لأن $m^*/m = 1.01$ في حالة الماس .

الفصل الحادي عشر

١- 8.83 cm

٣- 19 percent B^{10}, 81 percent B^{11}

٥- 34.97 u

٧- 7.98 MeV

٩- 15.6 MeV

١١- لايمكن للقوى النووية أن تعتمد بصورة كبيرة على الشحنة .

١٣- ان الطاقة الحركية للنوية التابعة لعدم التحديد في الزخم المقابلة لعدم تحديد الموقع بمقدار 2 fm هي 5.2 MeV . هذه الطاقة تتفق بصورة جيدة مع الافتراض بان عمق منخفض الجهد يساوي 35 MeV

١٥- $u_F = \frac{(3/\pi)^{4/3}\hbar^2}{32mR_0^2}$; 34 MeV

الفصل الثاني عشر

١- 1/4

٣- 1,620 yr

٥- $1.23 \times 10^4\ s^{-1}$

٧- 3.37

٩- ان كتلة ^7_4Be هي ليست اكبر من كتلة ^7_3Li لحد كاف لتسمح لها بابعاث بوزترون.

١١- ملاحظة : ان البروتون رقم 39 في $^{89}_{39}Y$ يكون اعتياديا في الحالة $p_{1/2}$ والحالة المتهيجة التالية هي $g_{9/2}$

١٣- 3.33 MeV

١٥- مساحة مقطع تفاعل النيوترون تتناقص بزيادة الطاقة ذلك لان احتماليةاقتناص النيوترون تعتمد على طول الفترة الزمنية التي يقضيها النيوترون قرب النواة ، وهذا الزمن يتناسب عكسياً مع سرعة النيوترون . أن مساحة مقطع تفاعل البروتون تكون صغيرة عند الطاقات الواطئة ذلك لوجود قوة التنافر بينه وبين نواة الذرة . هذا التنافر يولّد حاجز جهد ، والذي على البروتون أن يخترقه .

١٧- 1.2×10^{-6}

١٩- 0.21

٢١- 0.1%

الفصل الثالث عشر

١- 1.29 MeV, ; 0.78 MeV .التي أصغر بكثير من طاقات الترابط لكلّ نوية في نواة مستقرة .

٣- 68 MeV : نعم ، ذلك لكي يبقى الزخم محفوظاً .

٥- هذا الاضمحلال لا يحقق حفظ العدد الباريوني أو البرم ، هذا الاضمحلال لا يحقق حفظ العدد الباريوني ، البرم والطاقة .

٧- 5,630 MeV

٩- نيوترينو

١١- (أ) و (هـ) يمكن أن يحدثان ، (ب) لا يحقق حفظ العدد الباريوني والبرم ، (ج) لا يحقق حفظ $L, M,$ والبرم ، (د) لا يحقق حفظ العدد الباريوني والبرم .

١٣- 6.4×10^{-22} s; ، أن المجال الكهربائي القوى للنواة يفصل الالكترون والبوزترون بعيداً عن بعضها الآخر بحيث لا يمكن أن يتحدان ثانية لتكوّن الفوتون .

المصطلحات العلمية

amorphous	غير متبلور
acceptor	الكاسب
antiparticles	ضديدات الجسيمات
azimuth	الزوال
bremsstrahlung	اشعاع التوقف
bond	آصرة
band theory	نظرية الحزم
beta decay	انحلال بيتا
Bohr Magneton	مغنيط بور
correspondence principle	مبدأ التقابل
continuous	مستمر
confugration	تركيب (توزيع)
crystallin	متبلور
cohesive	تماسك
cross section	مساحة المقطع
contour lines	خطوط المناسيب
covalent	تساهمي
discrete	غير متواصل
degeneracy	تضاعف
degenerate gas	غاز منحل
decay	انحلال
divalent	ثنائي التكافؤ
donnor	المانح
duality	إزدواجية
doppler effect	ضاهرة دوبلر

expectation value	المعدل . القيمة المتوقعة
eigen value	القيمة المسموحة
eigen function	الدالة المسموحة
exclusion principle	مبدأ الانفراد
energy levels	مستويات الطاقة
emission line spectra	خطوط طيف الانبعاث
excitation	تهيج
forbidden	ممنوع
group velocity	سرعة المجموعة
ground state	الحالة الأرضية
grid	شبكة
gauge	المعيار
gravitational red shift	الازاهر الحمراء بمجال الجاذ بية
hypridization	تهجين
hetronuclear	غير متجانسة النوى
indistinguishable	غير متميز بعضها عن بعض
induced	مستحث
isotopic spin	برم النظارة
nertial reference frame	مرجع قصوري
mpurity	شائب
lamb shift	انحراف لامب
Lorentz transformation	تحويلات لورنس
Microscopic	عالم مجهري . دقيق
macroscopic	عالم عياني . كبير
meta stable	شبه مستقر
monochromatic	أحادي الطول الموجي
modulation	تنغيم ــ تضمين
normalization	تقويم ــ تسوية
normal Zeeman effect	ظاهرة زيمان البسيطة

orbit	مدار
orbital	مداري
observable	كمية عملية . تجريبية
phase space	فضاء الحالة
pair production	تحول الفوتون الى الكترون وبوزترون
probability	احتمالية
postulate	فرضية
photoelectric effect	الظاهرة الكهروضوئية
quantum theory	النظرية الكمية
quantization	تكمم
quadrupole moment	عزم رباعي القطب الكهربائي
relativistic.	نسبي
radiative transition	انتقال اشعاعي
reduced mass	الكتلة المصغرة
selection rules	قواعد الاختيار
spin	برم
spin – orbit coupling	شد البرم بالمدار
subshell	قشرة ثانوية
singlet	أحادي . فردي
scattering	تشتت
supermultipletes	المضاعفات العظمى
stiffness	صلابة
time dilation	تمدد الزمن
threshold	عتبة
uncertainty principle	مبدأ عدم التحديد
vacuum fluctuation	تذبذب الفراغ
wave function	دالة الموجة
wave number	العدد الموجي
zenith	سمت
zero point energy	الطاقة الدنيا

طبع في الجمهورية العراقية
على مطابع مؤسسة دار الكتب للطباعة والنشر
في جامعة الموصل

https://archive.org/details/@hassan_ibrahem

رقم الايداع في المكتبة الوطنية ببغداد ٥٣ لسنة ١٩٨٠

CONCEPTS OF MODERN PHYSICS

Second Edition

Arthur Beiser

https://archive.org/details/@hassan_ibrahem

طبع بمطابع مؤسسة دار الكتب للطباعة والنشر